

امتحان ریاضی (شماره ۵)

دهم تجربی و ریاضی

علی هاشمی

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت خانه ریاضی علی هاشمی است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

Alihashemi-math.com

جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

سرنمای

الف) بررسی همه اعضای جامعه را می گوئیم.

ب) مجموعه ای از اعداد، ارقام و اطلاعات را می نامیم.

ج) تابع ثابت تابعی است که آن تنها یک عضو دارد.

د) اگر $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ باشد، $\tan \alpha$ همواره عددی است.



a_n و b_n دنباله های مقابل هستند. بیست و هفتمین جمله ی دنباله a_n برابر k است. k و b_k را بدست آورید.

$$\begin{cases} a_n = -5, -1, 3, 7, \dots \rightarrow a_1 = -5 \quad d = 4 \\ b_n = 2\sqrt{2}, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \dots \rightarrow a_1 = 2\sqrt{2} \quad q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow a_n = -5 + 4(n-1) = -5 + 4n - 4 = 4n - 9 \quad \checkmark$$

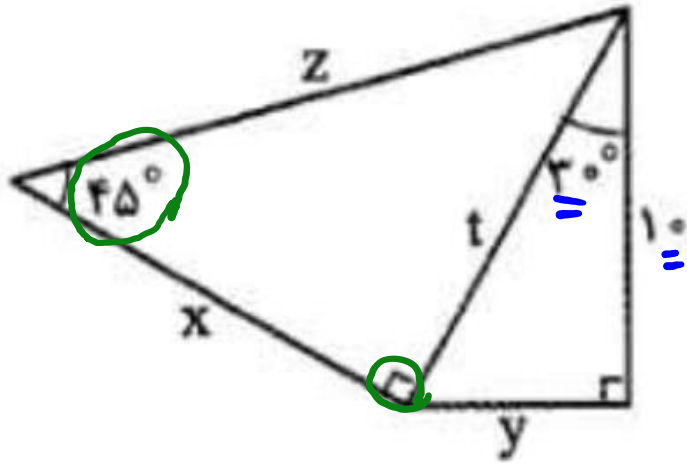
$$a_{49} = 4(49) - 9 = 99 \rightarrow k = 99 \quad \checkmark$$

$$b_n = a_1 q^{n-1} \rightarrow b_n = 2\sqrt{2} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$b_{99} = 2\sqrt{2} \left(\frac{1}{2}\right)^{99} = \frac{\sqrt{2}}{2^{99}}$$



در شکل مقابل طول اضلاع t , z , y و x را بدست آورید.



$$\tan 30^\circ = \frac{y}{10} \rightarrow y = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{10}{t} \rightarrow t = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{t}{x} \rightarrow t = x \rightarrow x = \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{t}{z} \rightarrow z = \frac{t}{\sin 45^\circ} = \frac{\frac{20\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{20\sqrt{6}}{3}$$



الف) با استفاده از توان های گویا، حاصل عبارت $(\sqrt[4]{2\sqrt[3]{3}})^{48}$ را بدست آورید.

ب) عبارت $x^6 - 1$ را تجزیه کنید.

$$(2 \times 3^{1/3})^{12/4} = (2 \times 3^{1/3})^{12} = 2^{12} \times 3^4$$

$$x^4 - 1 = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

$$(x-1)(x^2+x+1)(x+1)(x^2-x+1)$$



$$\frac{x^2 - 25}{x(x-3)^3} \geq 0$$

$$x^2 - 25 = 0 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$$

$$x = 0$$

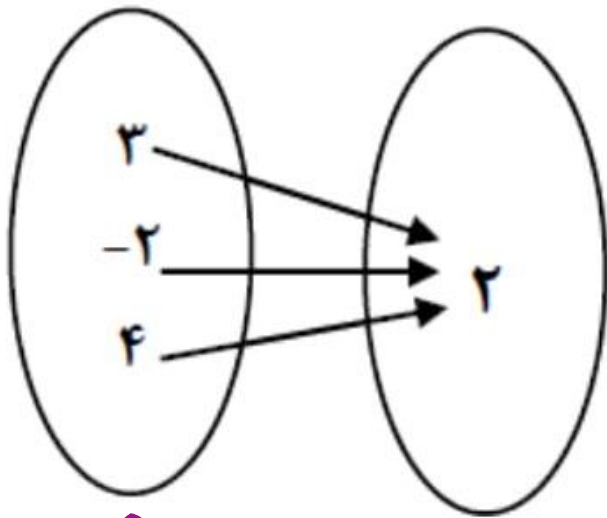
$$(x-3)^3 = 0 \rightarrow x = 3$$

$$(-\infty, -5] \cup (0, 3) \cup [5, +\infty)$$

	$-\infty$	-5	0	3	5	$+\infty$	
$x^2 - 25$	+	0	-	-	-	0	+
x	-	-	0	+	+	+	+
$(x-3)^3$	-	-	-	0	+	+	+
	+	0	-	+	-	0	+

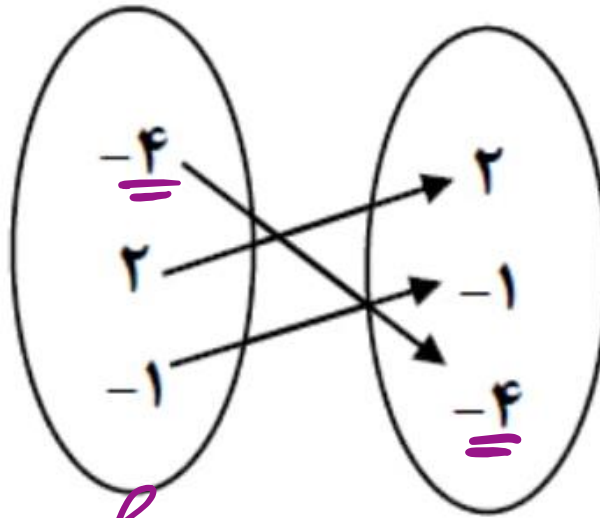


الف) نوع هر تابع را مشخص کنید.

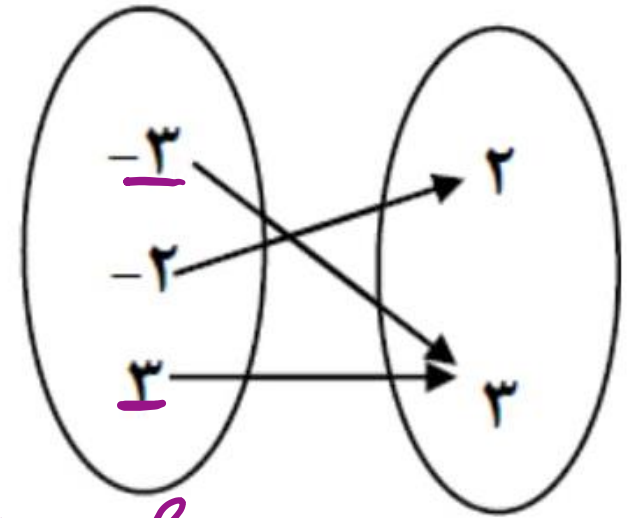


$$f(x) = \underline{\underline{1}}$$

ثابت



$$f(x) = x \text{ همتای}$$



$$f(x) = |x| \text{ قدر مطلق}$$

ب) اگر $f(x) = \{(2, \underline{\underline{b}})(\underline{\underline{a}}, \underline{\underline{4}})(2, \underline{\underline{a+b}})\}$ یک تابع ثابت باشد، مقادیر $\underline{\underline{a+b}}$ را بیابید.

$$b = 4$$

$$a + b = 4$$

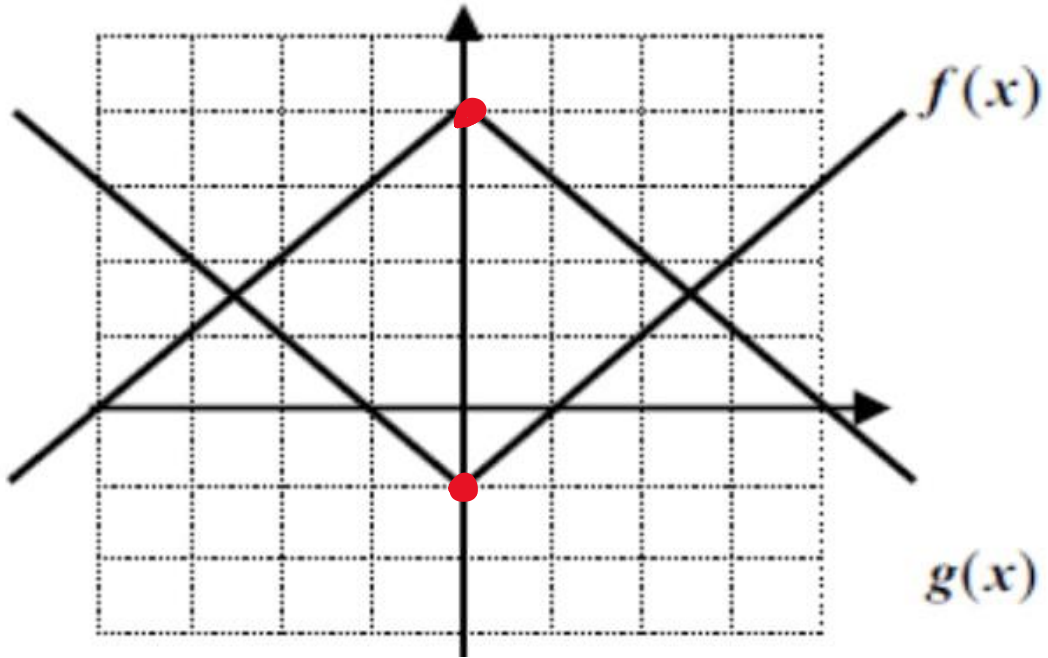
$$\underline{\underline{\underline{a=0}}}$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

با توجه به نمودارهای داده شده، ضابطه هر کدام را بنویسید.



$$f(x) = |x| - 1$$

$$g(x) = -|x| + 3$$



f تابعی خطی است که $f(-2) = 4$ و نمودار تابع محور y ها را در نقطه ای به عرض ۱ قطع می کند.

الف) ضابطه تابع را بنویسید.

$$f(x) = ax + b = -\frac{3}{2}x + 1$$

ب) تابع را رسم کرده و دامنه و برد آن را بدست آورید.

$$f(-2) = 4 \rightarrow -2a + b = 4 \rightarrow -2a + 1 = 4 \rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

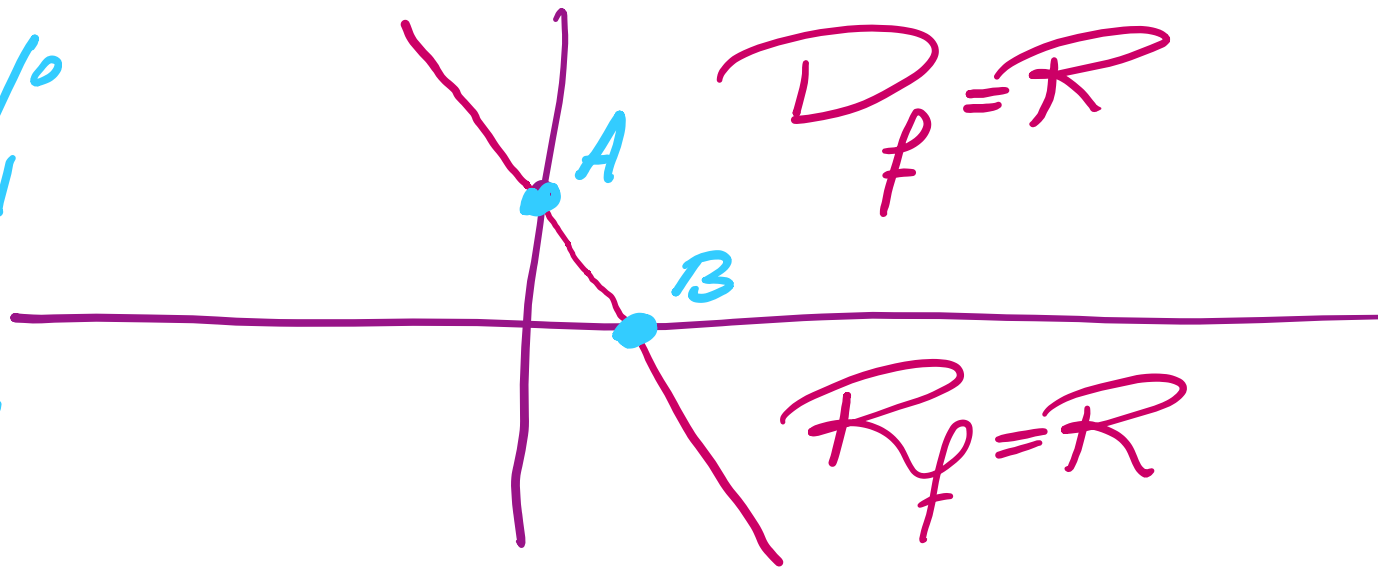
$$f(0) = 1 \rightarrow 0 + b = 1 \rightarrow b = 1$$

$$-\frac{3}{2}x + 1 = 0$$

$$\frac{3}{2}x = 1 \rightarrow x = \frac{2}{3}$$

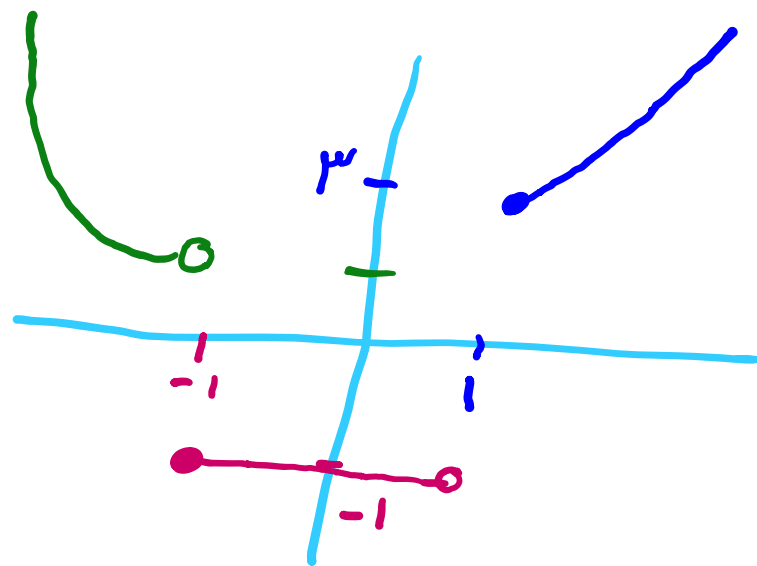
A / 1

B / $\frac{2}{3}$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



الف) نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < -1 \\ -1 & -1 \leq x < 1 \\ 2x + 1 & x \geq 1 \end{cases}$ را رسم کنید.

ب) حاصل $f(-3) + f(1)$ را بدست آورید.

ج) $f(f(-2))$ را بدست آورید.

$$\text{ب) } f(-3) + f(1) = 9 + 3 = 12 \quad \checkmark$$

$$\text{ج) } f(f(-2)) = f(1) = 1 + 1 = 2 \quad \checkmark$$

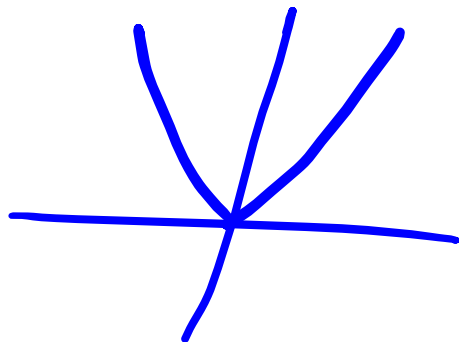


نمودار تابع $y = -|x + 1| + 2$ را رسم کنید. *رو به پایین*

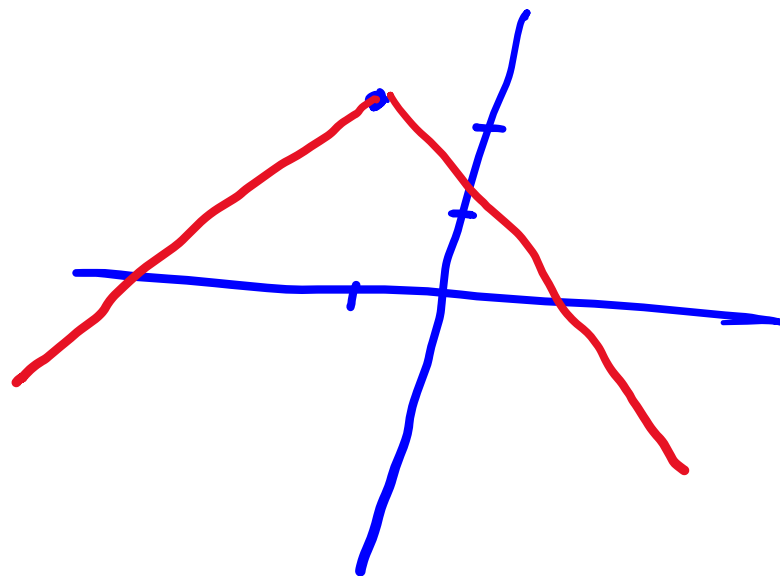
اوج دارد

رو به بالا

$$f = |x|$$



$$f = -|x + 1| + 2$$



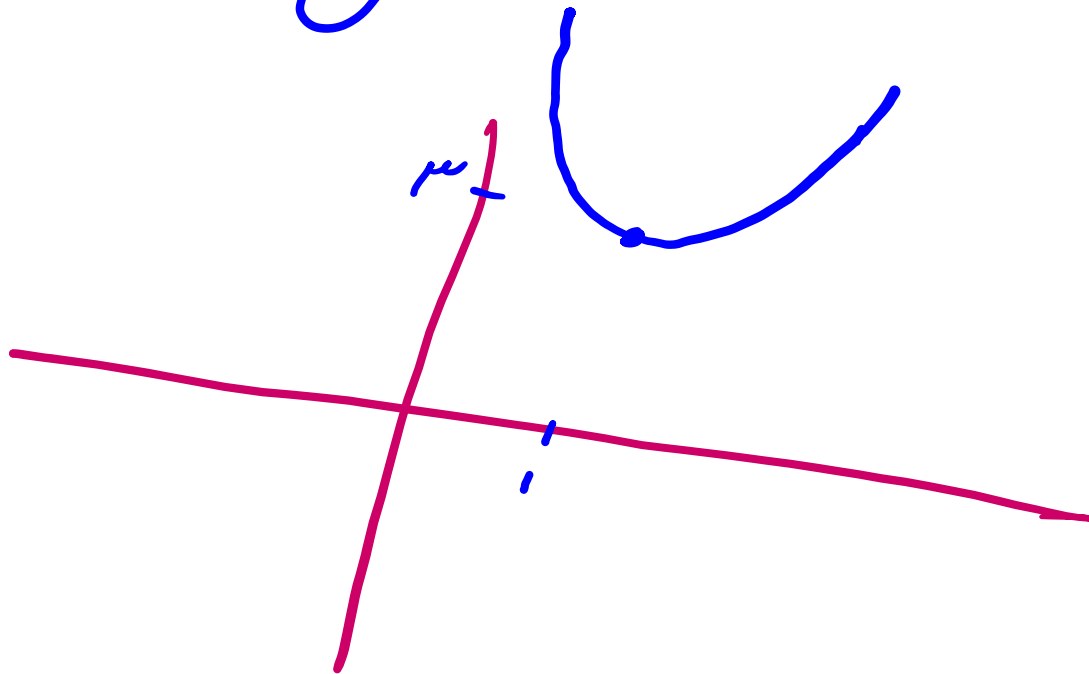
مختصات رأس سهمی $y = (x - 1)^2 + 3$ را پیدا کرده و آن را رسم کنید.

۱۱

دامنه و برد این سهمی را بنویسید.

$x = 1$
 $y = 3$
رأس سهمی

محور تقاطع $x = 1$



$$D_f = (-\infty, +\infty)$$

$$R_f = [3, +\infty)$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

با ارقام ۰ و ۱ و ۵ و ۷ و ۸ و بدون تکرار ارقام:

الف) چند عدد سه رقمی فرد می توان نوشت؟

ب) چند عدد سه رقمی بزرگتر از ۷۰۰ می توان نوشت؟

ج) چند عدد سه رقمی مضرب ۵ می توان نوشت؟

الف) $\frac{3}{3} \times \frac{3}{3} \times \frac{3}{3} = 27$ ✓

ب) $\frac{2}{1.2} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{3} = 24$ ✓

ج) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{1}{1.5} = 9$ ✓
 $\frac{3}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{1}{1.5} = 12$ ✓



با حروف کلمه "مهربانی" و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه ۷ حرفی می توان ساخت؟

ب) چند کلمه ۷ حرفی می توان ساخت که شامل "مهر" باشد؟

ج) چند کلمه ۷ حرفی می توان ساخت که حروف "م" و "ن" کنار هم باشند.

مهر

ا

ب

ن

ی

۱۵

نم

ا

ب

ا

ی

۲! × ۶! = ۷۲۰



اگر $P(n, 4) = 12 C(n-2, 2)$ باشد، مقدار n را بدست آورید.

۱۴

$$\frac{n!}{\cancel{(n-4)!}} = 12 \frac{(n-2)!}{2 \cancel{(n-2)!}} \rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)\cancel{(n-4)!}}{\cancel{(n-2)!}}$$

$$\rightarrow n(n-1)(n-2)(n-3) = 9(n-2)(n-3)$$

$$(n-2)(n-3)(n^2 - n - 9) = 0$$

$$n = 2 \quad \times$$

$$n = 3 \quad \times$$

$$n = -2 \quad \times$$

پس جواب



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

دو تاس سالم را با هم پرتاب می کنیم. مطلوبست:

الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای

ب) پیشامد A که در آن مجموع اعداد رو شده برابر ۸ باشد.

ج) پیشامد B که در آن حاصلضرب اعداد رو شده ۱۵ باشد.

د) پیشامد آنکه A رخ دهد ولی B رخ ندهد.

$$n(S) = 4 \times 4 = 16$$

$$\rightarrow A = \{(1,4), (4,1), (5,3), (3,5), (4,4)\}$$

$$B = \{(3,5), (5,3)\}$$

$$A - B = \{(1,4), (4,1), (4,4)\}$$



از بین ۱۲ دانشجو می خواهیم ۴ نفر را به طور تصادفی انتخاب کنیم. ۷ نفر از دانشجویان در رشته فیزیک و ۵ نفر در رشته ریاضی مشغول هستند. مطلوبست احتمال آنکه:

الف) فقط یک دانشجو رشته فیزیک انتخاب شود.

ب) حداقل ۳ نفر از رشته ریاضی انتخاب شود.

$$P(A) = \frac{\binom{7}{1} \binom{5}{3}}{\binom{12}{4}} = \frac{7 \times 10}{11 \times 5 \times 9} = \frac{14}{99}$$

$$P(B) = \frac{\binom{5}{3} \binom{7}{1} + \binom{5}{4}}{\binom{12}{4}} = \frac{70 + 5}{11 \times 5 \times 9} = \frac{5}{99}$$



می خواهیم مدت زمانی که دانش آموزان مدرسه حکمت صرف مطالعه می کنند را بررسی کنیم. به همین منظور نفرات اول تا سوم لیست هر کلاس را انتخاب می کنیم. در این بررسی، جامعه، نمونه، متغیر مورد بررسی و نوع آن را مشخص کنید.

متغیر: زمان مطالعه

جامعه: دانش آموزان مدرسه

نوع متغیر: لهی بسوی سه

نمونه: سه نفر اول لیست



نوع هر متغیر را مشخص کنید.

الف) میزان تحصیلات ← کیفی ترتیبی

ب) گروه خونی افراد ← کیفی اسمی

ج) تعداد طبقات یک ساختمان ← کمی لکجه

د) زمان تأثیر یک دارو ← کمی لکجه



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi_math