

امتحان ریاضی (شماره ۳)

دهم تجربی و ریاضی

علی هاشمی

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت خانه ریاضی علی هاشمی است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

Alihashemi-math.com

در یک دنباله ی حسابی، مجموع سه جمله ی اول ۳ و مجموع سه جمله ی بعدی آن ۳۹ است، قدرنسبت و جمله ی اول تصاعد را

بدست آورید.

۰,۷۵

$$\begin{array}{c} a_1 + d \quad a_1 + 2d \\ \swarrow \quad \searrow \\ a_1 + a_2 + a_3 = 3 \end{array}$$

$$3a_1 + 12d = 39$$

$$3a_1 + 3d = 3$$

$$\begin{array}{c} a_4 + a_5 + a_6 = 39 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \searrow \\ a_1 + 3d \quad a_1 + 4d \quad a_1 + 5d \end{array}$$

$$9d = 39$$

$$d = 3$$

$$a_1 = -1$$

$$a_1 + d = 1$$

$$a_1 + 3 = 1$$

$$a_1 = -2$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

$$a_4 = 96$$

$$a_3 = 12$$

$$a_1 q^0 = 96$$

$$a_1 q^3 = 12$$

$$\frac{a_1 q^0}{a_1 q^3} = \frac{96}{12}$$

$$q^3 = 1 = q^3$$

$$q = 1$$

$$a_1 \times 1 = 12$$

$$a_1 = 12$$



فرض کنید α زاویه ای در ناحیه ی سوم مثلثاتی باشد و $\sin \alpha = \frac{-4}{5}$ ، نسبت های دیگر مثلثاتی زاویه ی α را بدست آورید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \frac{16}{25} + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25}$$

جمع سوم $\rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{3}{4}$$



۰,۷۵

$$1 - \frac{\cos^2 \theta}{1 + \sin \theta} = \underline{\sin \theta}$$

$$1 - \frac{1 - \sin^2 \theta}{1 + \sin \theta} = 1 - \frac{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{1 + \sin \theta} = 1 - 1 + \sin \theta = \sin \theta \checkmark$$

$$1 - \frac{\cos^2 \theta}{1 + \sin \theta} \times \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta} = 1 - \frac{\cancel{\cos^2 \theta} (1 - \sin \theta)}{\cancel{\cos^2 \theta}} = 1 - 1 + \sin \theta = \sin \theta \checkmark$$



①

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x}-1} \times \frac{(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{x} + 1}{(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{x} + 1}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{x-1}$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$



الف) وقتی $۰ < \underline{\underline{a}} < ۱$ است، یکی از علامتهای $>$ و $<$ را در جای خالی قرار دهید.

b) $a^2 \dots a^3$

c) $\sqrt{a} \dots \sqrt[3]{a}$

ب) یکی از علامتهای $>$ و $<$ را در جای خالی قرار دهید.

d) $\underline{\underline{4^2}} \dots \underline{\underline{4^3}}$

e) $\sqrt{4} \dots \sqrt[3]{4}$

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$$

۰/۱۵

$$\frac{1}{2}$$



۰/۲۵

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$



معادله ی مقابل را با روش فرمول کلی (دستور Δ) حل کنید.

$$۴a^۲ + ۳a = ۱$$

$$۴x^۲ + ۳x - ۱ = ۰ \quad \left\{ \begin{array}{l} a = ۴ \\ b = ۳ \\ c = -۱ \end{array} \right.$$

$$\Delta = b^۲ - ۴ac = 9 - ۴(۴)(-۱) = 9 + ۱۶ = ۲۵ \quad \checkmark$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{-۳ \pm ۵}{۱} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-۳ + ۵}{۱} = ۱/۴ \quad \checkmark \\ x = \frac{-۳ - ۵}{۱} = -۱ \quad \checkmark \end{cases}$$



نامعادله ی مقابل را حل کنید و مجموعه جواب را به شکل بازه بنویسید.

۱,۲۵

$$\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \geq 3$$

$$\left| \frac{x-3}{2} \right| \geq 3 \rightarrow \underline{\underline{|x-3| \geq 6}}$$

$$|x| \geq a \rightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$$

$$|x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$\begin{aligned} |x-3| \geq 6 &\rightarrow \underline{\underline{x \geq 9}} \\ |x-3| \geq 6 &\rightarrow \underline{\underline{x \leq -3}} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{(-\infty, -3] \cup [9, +\infty)}} : \text{جواب}$$



کدامیک از روابط زیر یک تابع را بیان می کند؟

۹

الف) رابطه ای که هر فرد را به نمرات کارنامه اش نسبت می دهد. $\times$

ب) رابطه ای که به هر عدد مربع آن را نسبت می دهد. $\checkmark$



$$f(x) = x^2$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

برای یک تابع خطی می دانیم که $f(2) = 11$ و $f(0) = 7$ ، نمایش جبری آن را بنویسید.

$$f(x) = ax + b$$

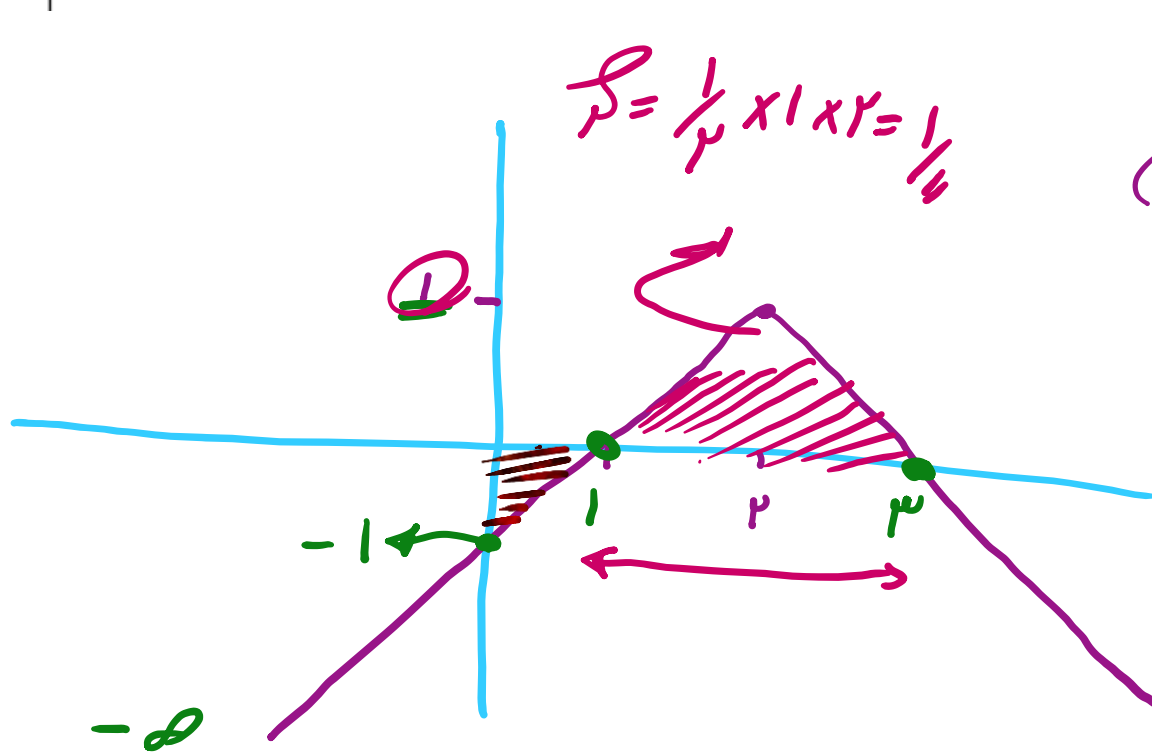
$$f(2) = 11 \rightarrow 2a + b = 11$$

$$\underline{\underline{f(0) = 7}} \rightarrow \underline{\underline{b = 7}} \quad \checkmark$$

$$2a = 4 \rightarrow a = 2 \quad \checkmark$$

$$f(x) = 2x + 7$$





$$R_f = (-\infty, 1]$$

$$|x-y|=1 \rightarrow \begin{cases} x-y=1 \rightarrow x=y+1 \\ x-y=-1 \rightarrow x=y-1 \end{cases}$$

نمودار تابعی، یک سهمی است که از نقاط $(1, -2)$ و $(2, -3)$ می‌گذرد و محور y ها را در نقطه ای به عرض ۱ قطع می‌کند. نمایش جبری این تابع را بیابید.

۱,۵

$$f(x) = ax^2 + bx + c = x^2 - 1x + 1$$

$$x=0$$

$$y=1$$

$$0 + 0 + c = 1$$

$$c = 1$$

$$f(1) = -2 \rightarrow a + b + 1 = -2$$

$$f(2) = -3 \rightarrow 4a + 2b + 1 = -3$$

$$a + b = -3$$

$$4a + 2b = -4$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$$



الف) چند عدد سه رقمی با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟

ب) چند عدد سه رقمی فرد با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟

پ) چند عدد سه رقمی زوج با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟

الف) $\frac{3}{1} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$ ✓

ب) $\frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{7,3} = 1$ ✓

پ) $\frac{3}{1} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{0} = 0$
 $\frac{2}{1} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{2} = 1$ ✓



از بین تعدادی کتاب مختلف می خواهیم ۳ کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه ای بچینیم، اگر تعداد حالت‌های مختلف برای این کار

۲۱۰ تا باشد، تعداد کتاب‌ها چند تا است؟

۱,۵

$$\frac{n}{\cancel{1}} \quad \frac{n-1}{\cancel{1}} \quad \frac{n-2}{\cancel{1}} \quad / \quad \frac{n}{\cancel{1}} \quad \frac{n-1}{\cancel{1}} \quad \frac{n-2}{\cancel{1}}$$

$$n(n-1)(n-2) = 210 \rightarrow V \times 30 = V \times 9 \times 7$$

$$\underline{n}(\underline{n-1})(\underline{n-2}) = \underline{V} \times \underline{9} \times \underline{7}$$

$$n = 7$$



از بین پنج مدرس ریاضی، پنج مدرس فیزیک و پنج مدرس شیمی، قرار است کمیته ای دو نفره انتخاب کنیم، به گونه ای که هم رشته نباشند، به چند طریق این کار امکانپذیر است؟

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}}_3 \times \underbrace{\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}}_5 \times \underbrace{\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}}_5 = 15$$



سکه ای را به هوا می اندازیم، اگر پشت بیاید، یک تاس می اندازیم و اگر رو بیاید دو سکه ی دیگر را می اندازیم.

۱

(الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

۱۶

(ب) پیشامد آن که تاس زوج بیاید را مشخص کنید.

(پ) پیشامد آن که حداقل ۲ سکه رو بیاید را مشخص کنید.

$$S = \left\{ (P, 1) (\underline{P, 2}) (\underline{P, 3}) (\underline{P, 4}) (\underline{P, 5}) (\underline{P, 6}) \right. \\ \left. (\underline{R, R, R}) (\underline{R, R, P}) (\underline{R, P, R}) (\underline{R, P, P}) \right\} \quad \underline{0/5}$$

$$A = \left\{ (P, 2) (P, 4) (P, 6) \right\} \quad \underline{0/15}$$

$$B = \left\{ (R, R, R) (R, R, P) (R, P, R) \right\} \quad \underline{0/15}$$



اگر احتمال اینکه یک نفر به ورزش فوتبال علاقه داشته باشد ۰,۵۵ ، احتمال اینکه به ورزش والیبال علاقه داشته باشد ۰,۲۵ و

احتمال اینکه حداقل به یکی از دو ورزش علاقه مند باشد ۰,۶۵ باشد، احتمال آن که این فرد به هر دو رشته ی ورزشی علاقه مند

باشد را بدست آورید.

پاسخ

رشته

$$P(F) = 0.55 \quad P(V) = 0.25 \quad P(F \cup V) = 0.65$$

$$P(F \cup V) = P(F) + P(V) - P(F \cap V)$$

$$0.65 = 0.55 + 0.25 - x \quad \rightarrow \quad x = 0.15$$



دو پیشامد A و B ناسازگار هستند، اگر $P(A \cup B) = \frac{1}{4}$ و $P(A) = \frac{1}{8}$ مقدار $P(B')$ را بدست آورید.

۱

$$\uparrow \text{ب؛ ل؛ ل} \quad P(A \cap B) = 0$$

$$\uparrow \text{مستقل} \quad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + P(B) \quad \rightarrow P(B) = \frac{1}{8}$$

$$P(B) + P(B') = 1 \quad \rightarrow P(B') = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$



نوع متغیرها را مشخص کنید ، (کمی پیوسته، کمی گسسته، کیفی ترتیبی، کیفی اسمی)

الف) میزان بارندگی بر حسب سانتی متر در یک شهر ← کمی پیوسته

ب) تعداد شهرهایی که در یک روز هوای آفتابی دارند. ← کمی گسسته

پ) شدت آلودگی هوا (زیاد، متوسط، کم) ← کیفی ترتیبی

ت) انواع وضعیت هوا (آفتابی، ابری، بارانی، برفی) ← کیفی اسمی

ث) اقوام ایرانی ← کیفی اسمی

ج) اندازه طول بدن یوزپلنگ ایرانی ← کمی پیوسته

خ) تعداد مسافران یک قطار ← کمی گسسته

چ) مراحل رشد یک گیاه

← کیفی ترتیبی



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi_math