

امتحان ریاضی (شماره ۲)

دهم تجربی و ریاضی

علی هاشمی

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت خانه ریاضی علی هاشمی است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

Alihashemi-math.com

در یک دنباله ی حسابی، جمله ی سوم برابر ۱۷ و جمله ی سیزدهم برابر ۳۲ می باشد جمله ی نهم دنباله را به دست آورید.

۱

$$a_{13} = 32$$

$$a_3 = 17$$

$$a_1 + 12d = 32$$

$$a_1 + 2d = 17$$

$$10d = 15$$

$$d = 1,5$$

$$a_1 = 14$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 14 + 8 \times \frac{3}{2} = 14 + 12 = 26$$



اگر $x + 6$ و x و x سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشد مقدار x را به دست آورید.

۲

۰,۵

$$a, b, c \rightarrow \begin{cases} \text{حالی} & 2b = a + c \\ \text{هندسی} & b^2 = a \cdot c \end{cases}$$

$$x^2 = x \cdot (x + 6) \rightarrow x^2 + 6x - 19 = 0$$

$$(x + 1)(x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$2\sqrt{3} \sin 60^\circ + \sqrt{2} \cos 45^\circ - 3 \tan 45^\circ$$

$$\cancel{2} \sqrt{\cancel{3}} \left(\frac{\sqrt{\cancel{3}}}{\cancel{2}} \right) + \sqrt{\cancel{2}} \left(\frac{\sqrt{\cancel{2}}}{\cancel{2}} \right) - 3 (1)$$

$$= 3 + 1 - 3 = 1$$



اگر $\cos \theta = \frac{3}{7}$ و θ در ربع چهارم باشد مقادیر $\sin \theta$, $\cot \theta$, $\tan \theta$ را به دست آورید.

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \rightarrow \sin^2 \theta + \frac{9}{49} = 1 \rightarrow \sin^2 \theta = \frac{40}{49}$$

ربع چهارم $\rightarrow \sin \theta = -\frac{\sqrt{40}}{7} = \frac{-2\sqrt{10}}{7}$ ✓

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{2\sqrt{10}}{7}}{\frac{3}{7}} = \frac{-2\sqrt{10}}{3}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = -\frac{3}{2\sqrt{10}}$$

۰/۵

الف) $x^3 + 4x^2 - 5x$

$$x(x^2 + 4x - 5)$$

$$x(x+5)(x-1)$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

۱

ب) $2x^4 - 2x$

$$2x(x^3 - 1) = 2x(x-1)(x^2 + x + 1)$$

$$2x(x-1)(x^2 + x + 1)(x+1)(x^2 - x + 1)$$



$$\frac{6}{\underline{3\sqrt{2}} + \underline{2\sqrt{3}}} \times \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = \frac{6(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})}{11 - 12}$$

$$= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$



نامعادله ی زیر را حل نموده و جواب را به صورت بازه نمایش دهید؟

1

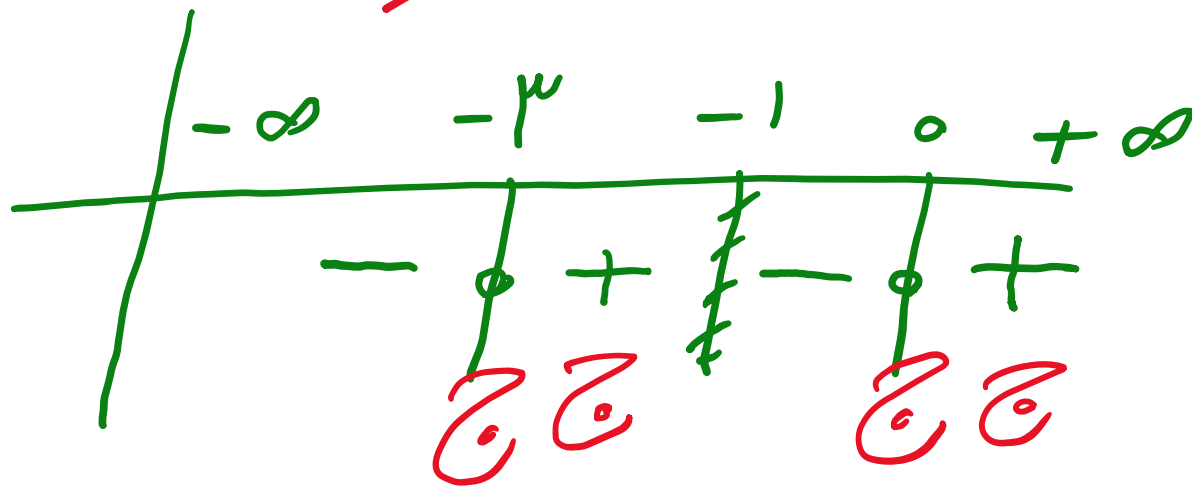
$$\frac{x^2 + 3x}{x + 1} \geq 0$$

• / ۱۵

$$x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(x + 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

• / ۲۵



• / ۲۵

$$\underline{\underline{[-3, -1) \cup [0, +\infty)}}$$

رأس و محور تقارن سهمی زیر را به دست آورده و سپس نمودار آن را رسم کنید؟

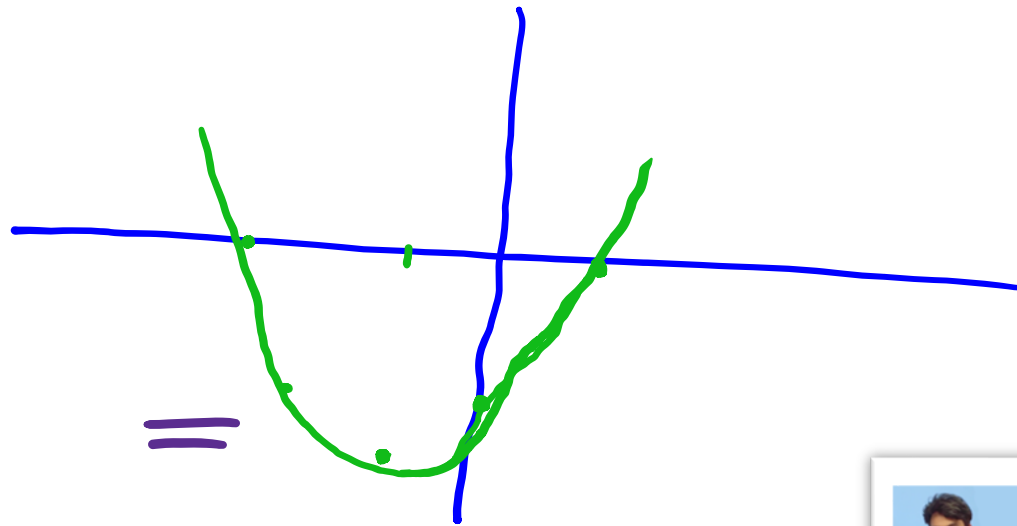
$$y = x^2 + 2x - 3$$

رأس $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1$

$$y = f(-1) = 1 - 2 - 3 = -4$$

محور تقارن $x = -1$

x	-3	-2	-1	0	1
y	0	-3	-4	-3	0



اگر در تابع $f(x) = 2x^2 + ax + b$ ، $f(1) = 3$ و $f(-1) = 9$ باشد مقدار a و b را به دست آورید؟

۱

$$f(1) = 3 \rightarrow 1 + a + b = 3 \rightarrow \underline{a + b = 1} \quad \checkmark$$

$$f(-1) = 9 \rightarrow 1 - a + b = 9 \rightarrow \underline{-a + b = 7} \quad \checkmark$$

$$2b = 8 \rightarrow \underline{b = 4} \quad \checkmark$$

$$\underline{a = -3} \quad \checkmark$$



اگر رابطه ی $f = \{(\underline{۳}, \underline{۳}), (\underline{۳}, a + b), (\underline{۳}, ۰), (\underline{۳}, ۲a - b)\}$ یک تابع باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

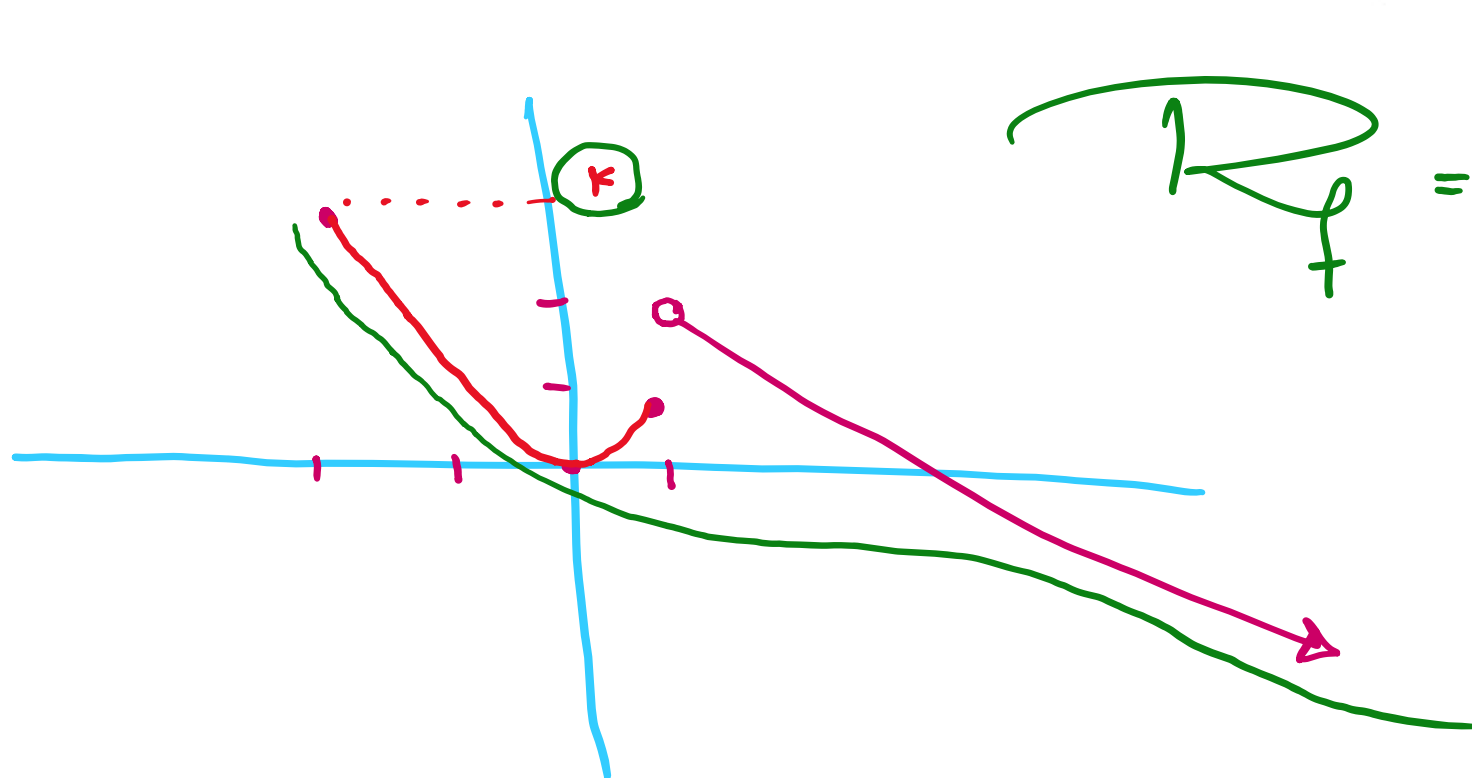
$$\begin{cases} a + b = ۳ \\ ۲a - b = ۰ \end{cases} \xrightarrow{a=1} b = ۲$$

$$۳a = ۳$$

$$a = 1$$



نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \underline{x^2} & -2 \leq x \leq 1 \\ -2x + 4 & 1 < x \end{cases}$ را رسم کرده و بُرد آن را مشخص کنید؟



$$R_f = (-\infty, 4]$$

۱,۵

۱۱

طول یک مستطیل، سه واحد بیشتر از عرض آن است. تابعی بنویسید که محیط این مستطیل را بر حسب عرض آن بیان کند.

۱۲

$$x = y + 3$$

$$P_x + P_y = 2(y + 3) + 2y = 2y + 6 + 2y = 4y + 6$$

$$P(y) = 4y + 6$$



با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۷ و بدون تکرار ارقام:

الف) چند عدد سه رقمی فرد می توان ساخت

ب) چند عدد سه رقمی مضرب ۵ می توان ساخت

۱۳

۱,۵

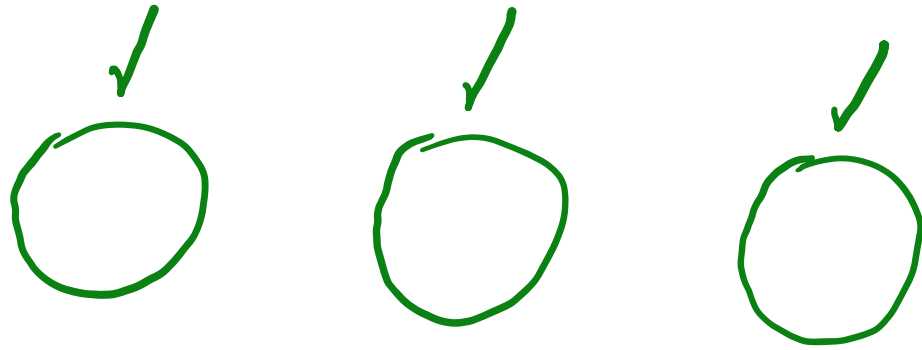
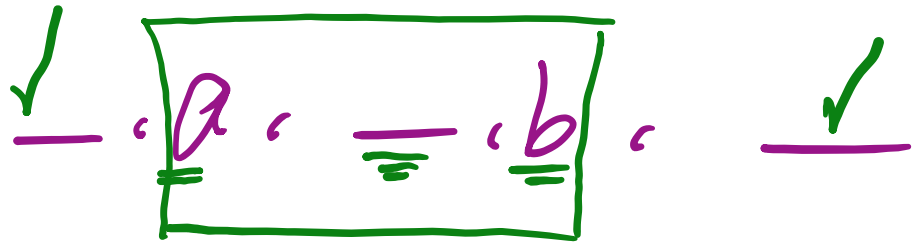
الف) $\frac{4}{5} \times \frac{4}{4} \times \frac{3}{3} = 41$ ✓

ب) $\frac{5}{4} \times \frac{4}{4} \times \frac{1}{2 \cdot 10} = 20$
 $\frac{4}{4} \times \frac{4}{4} \times \frac{1}{2 \cdot 5} = 14$
 $20 + 14 = 34$ ✓



در یک همایش ۵ نفر جهت سخنرانی ثبت نام کرده اند. چند طریق ترتیب سخنرانی برای آنها وجود دارد، به طوری که بین سخنرانی دو فرد مورد نظر a و b از آنان فقط یک نفر سخنرانی کند؟

a, b, c, d, e



$$\text{حالت: } 3 \times 2 \times 3! = 4 \times 4 = 16$$

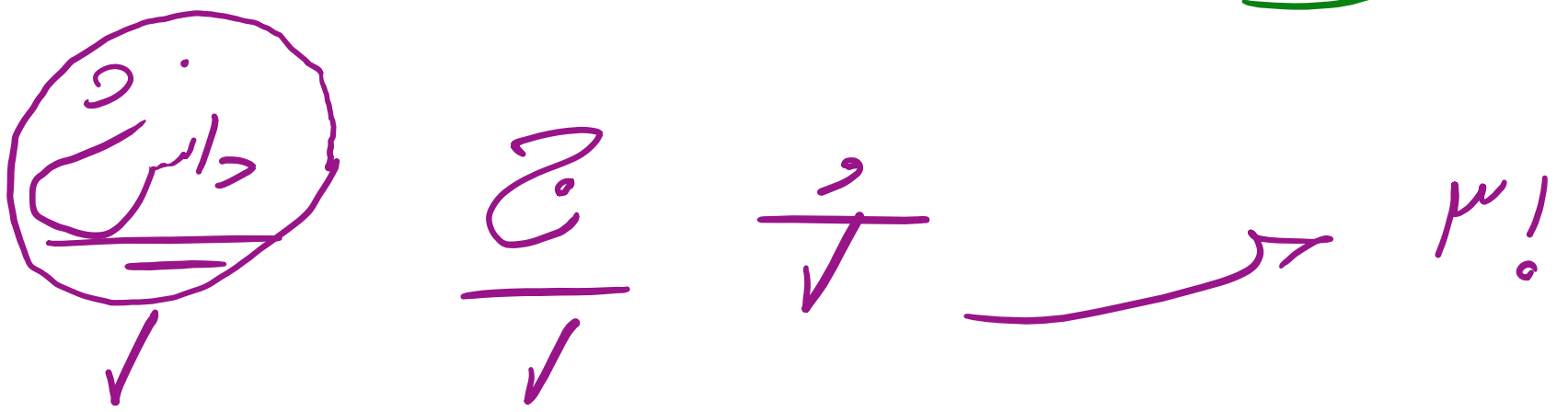
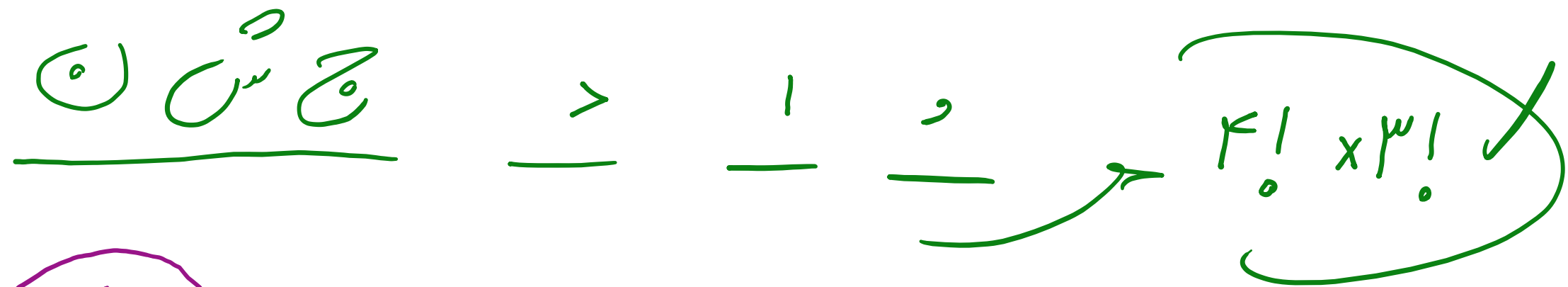
با حروف کلمه ی دانشجو، چند کلمه ی ۶ حرفی می توان ساخت بطوریکه :

۶ حرفی

الف) حروف نقطه دار کنار هم باشند

ب) کلمه ی «دانش» در آن دیده شود

۱



در پرتاب یک جفت تاس، احتمال آنکه

الف) مجموع حداقل برابر ۱۰ باشد

ب) هر دو تاس، عدد اول بیابید

۵، ۳، ۲

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

الف) $A = \{(2,4), (4,2), (5,5), (5,4), (4,5), (4,4)\} \rightarrow \underline{\underline{n(A) = 6}}$

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ب) $B = \{(2,2), (2,3), (3,2), (2,5), (5,2), (3,3), (3,5), (5,3), (5,5)\}$

$$P(B) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$



(ب) حداقل ۳ فرزند دختر باشد

(الف) فقط ۲ فرزند پسر باشند

$$n(S) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$$

$$n(A) = \binom{4}{2} = 6 \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$n(B) = \binom{4}{3} + \binom{4}{4} = 4 + 1 = 5 \rightarrow P(B) = \frac{5}{16}$$



از جعبه‌ای حاوی ۵ مهره سفید و ۴ مهره آبی، سه مهره به تصادف خارج می‌کنیم احتمال آنکه،

الف) هر سه مهره هم‌رنگ باشند

ب) حداکثر دو مهره آبی باشد

۱،۵

$$P(A) = \frac{\binom{5}{3} + \binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{14}{14}$$

$$\binom{9}{3} \rightarrow \frac{9!}{3! \times 6!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{3 \times 2 \times 6!} = \underline{\underline{14}}$$

ب) $P(B) = \frac{\binom{4}{0} \binom{5}{3} + \binom{4}{1} \binom{5}{2} + \binom{4}{2} \binom{5}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{10}{14}$



نوع هریک از متغیرهای زیر را بیان کنید

الف) مراحل رشد انسان ← **کلیفی ترتیبی**

ب) تعداد شاگردان یک مدرسه

لهی لسنه

خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi_math