

# امتحان ریاضی (شماره ۱)

## دهم تجربی و ریاضی

علی هاشمی

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت خانه ریاضی علی هاشمی است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

[Alihashemi-math.com](http://Alihashemi-math.com)

اگر  $3^b, 9\sqrt{3}, 3^a$  به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند و اعداد  $b, c, a$  جملات متوالی یک دنباله

حسابی باشند، مقدار  $c$  را بیابید.

$$a, b, c \rightarrow b^2 = a \cdot c$$

$$(9\sqrt{3})^2 = 3^b \cdot 3^a \rightarrow 3^4 \times 3^1 = 3^5 = 3^{b+a} \rightarrow a+b=5 \checkmark$$

$$a, b, c \rightarrow 2b = a + c$$

$$\rightarrow b, c, a \rightarrow 2c = b + a = 5 \rightarrow c = 5/2$$



درستی یا نادرستی تساوی زیر را بررسی کنید و سپس روی نمودار ون نمایش دهید.

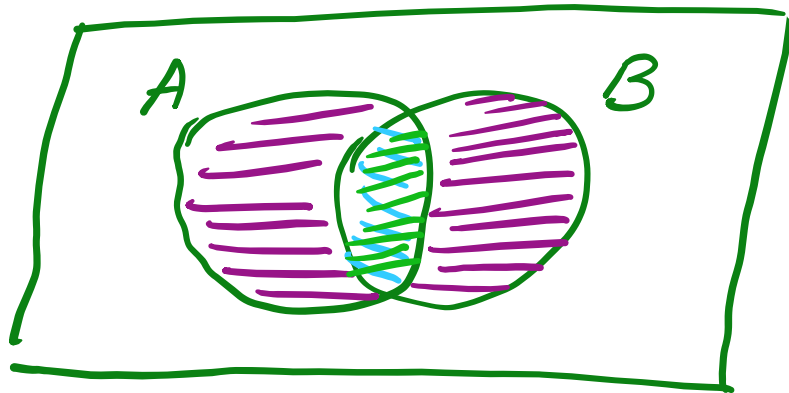
۰/۵

$$n(\underline{(A - B)} \cup (B - A)) = n(A) + n(B) - \underline{n(A \cap B)}$$

نادرست

$$n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= n(A) + n(B) - \underline{2n(A \cap B)}$$

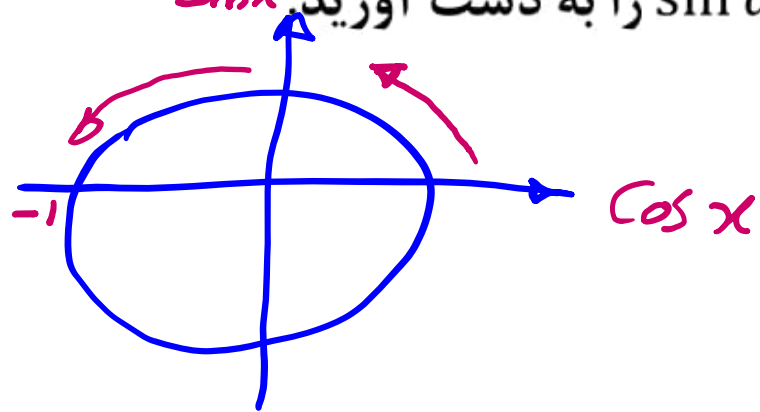


سایت خانه ریاضی علی هاشمی

[Alihashemi-math.com](http://Alihashemi-math.com)

الف) اگر  $\alpha$  در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد و  $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$  آن گاه  $\sin \alpha + \cos \alpha$  را به دست آورید  $\sin x$

۱/۵



ب) در جای خالی ( $< = >$ ) قرار دهید.

ب)  $\cos 15^\circ < \cos 12^\circ$

الف)  $\sin 6^\circ > \sin 2^\circ$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{25}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25}$$

بسیار!  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  ✓

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha + \frac{9}{25} = 1$$

$\sin \alpha = \frac{4}{5}$   $\sqrt{\frac{16}{25}}$   $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$  ✓

$$\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = -\frac{1}{5} \checkmark$$

۲

①

الف) اگر  $x + y = 6$ ،  $xy = -72$  باشد، حاصل  $x^3 + y^3$  را بدست آورید.

②

ب) با فرض  $x = 2 + \sqrt{3}$  حاصل  $x + \frac{1}{x}$  را بیابید و در صورت نیاز گویا کنید.

✓  
 $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$

✓✓  
 $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = 6^3 - 3 \times (-72) \times (6) = ?$

$$2 + \sqrt{3} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3} + \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3}$$

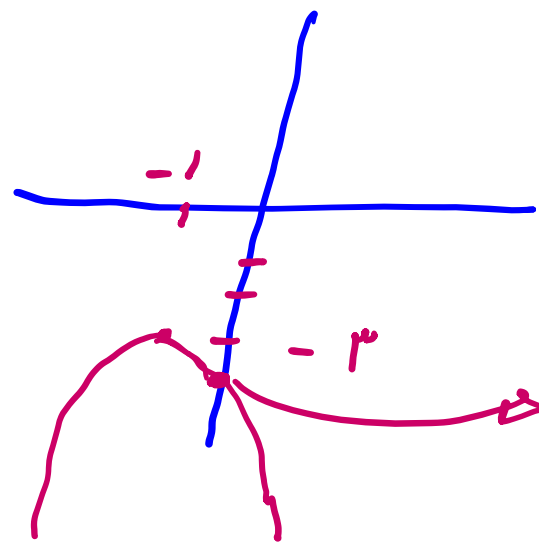
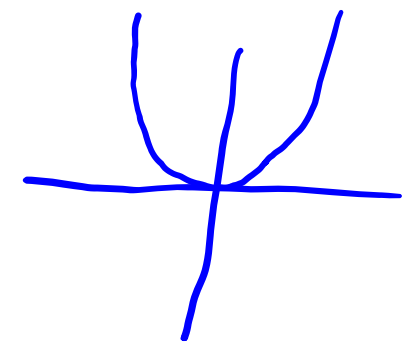
→  $2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$



سهمی زیر را با استفاده از انتقال رسم کنید و معادله محور تقارن را مشخص نمایید.  $y = f(x)$  نیز نمایش داده شود.

$y = -(x + 1)^2 - 3$   
 (نشان دهنده)  $\rightarrow$   $(x + 1)$   $\rightarrow$   $-3$   
 $\rightarrow$   $\frac{3}{2}$   $\rightarrow$   $\frac{1}{2}$

$y = x^2$



$x = 0 \rightarrow y = -3$

$x = -1$   
 $y = -3$

$x = -1$   $\rightarrow$   $\frac{3}{2}$

عبارت زیر را تعیین علامت کنید.

1) 
$$y = \frac{(x+2)^3(x^2-1)}{x^3+3x^2}$$

$(x+2)^3 = 0 \rightarrow x+2=0 \rightarrow x=-2$

$x^2-1=0 \rightarrow x^2=1 \rightarrow x=\pm 1$

$x^3(x+3)=0 \rightarrow \underline{x^3}=0 \rightarrow x=0$

$x+3=0 \rightarrow x=-3$

	-3	-2	-1	0*	1	
	+	-	+	-	-	+

	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	$+\infty$		
$(x+2)^3$	-	-	0	+	+	+	+		
$x^2-1$	+	+	+	0	-	-	0	+	
$x^3$	+	+	+	+	0	+	+		
$x+3$	-	0	+	+	+	+	+		
y	+	0	-	0	+	0	-	0	+

الف) مقدار  $m$  را طوری بیابید که  $f$  تابع باشد سپس دامنه و برد را بیابید.

۲/۵

$$f = \{(-1, 1), (\underline{2}, \underline{m^2}), (m+1, 3), (\underline{2}, \underline{1})\}$$

①

ب) تابع  $g$  را رسم کنید و برد آن را بیابید.

$$g(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x \leq -1 \\ 3 - |x| & x > -1 \end{cases}$$

۱/۵

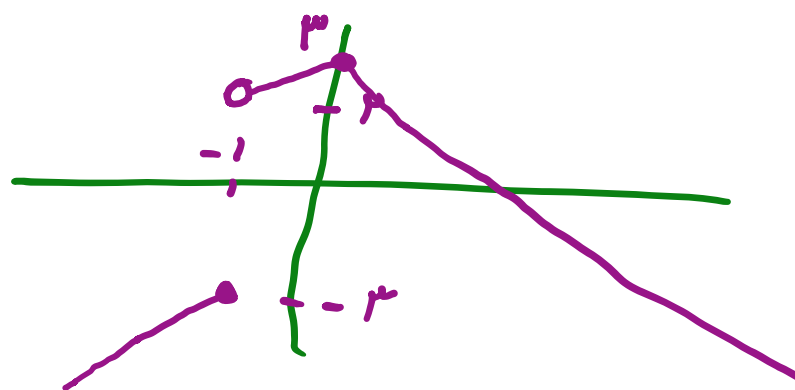
$m^2 = 1 \rightarrow m = \pm 1$

$m = 1 \rightarrow f = \{(-1, 1), (2, 1), (2, 3), (2, 1)\} \times$

$m = -1 \rightarrow f = \{(-1, 1), (2, 1), (0, 3), (2, 1)\} \checkmark$

$D_f = \{-1, 2, 0\}$

$R_f = \{1, 3\}$



$R_g = \underline{\underline{(-\infty, 3]}}$



۰/۵

$$f = \underline{1}x + \underline{0}$$

$m$  و  $n$  را چنان بیابید که تابع  $f(x) = \underline{(m-3)}x + \underline{n+3}$  یک تابع همانی باشد.

$$m - 3 = 1 \rightarrow m = 4$$

$$n + 3 = 0 \rightarrow n = -3$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

[Alihashemi-math.com](http://Alihashemi-math.com)

در تابع خطی  $f$ ،  $f(1) = -1$ ،  $f(3) = 3$  است.

الف) ضابطه تابع  $f$  را بنویسید.

ب) در چه نقطه ای مقدار تابع برابر ۱۱ می شود؟

پ) اگر دامنه تابع  $\{-2, -1, 1\}$  باشد، برد آن را بیابید.

$$y = ax + b = \underline{2x - 3}$$

$$f(3) = 3 \rightarrow 3a + b = 3$$

$$f(1) = -1 \rightarrow a + b = -1$$

$$2a = 4 \rightarrow a = 2$$

$$b = -3$$

$$f(x) = 11 \rightarrow 2x - 3 = 11 \rightarrow 2x = 14 \rightarrow x = 7$$

$$R_f = \{1, -1, -5, -7\}$$



الف) مقدار  $n$  بیابید.  $P(n, 2) = C(4, 2)$

ب) با ارقام ۰، ۲، ۳، ۵، ۷ و ۹ چند عدد سه رقمی می توان ساخت که بر ۵ بخش پذیر باشد.

$$\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{4!}{2! \times 2!} \rightarrow \frac{n(n-1)(\cancel{n-2})!}{(\cancel{n-2})!} = \frac{\cancel{4} \times 3 \times 2}{\cancel{2} \times \cancel{2}}$$

$$n(n-1) = 3 \times 2 \rightarrow n = 3$$

$$\frac{5}{5} \times \frac{4}{4} \times \frac{1}{1} = \frac{3}{5}$$
$$\frac{5}{5} \times \frac{4}{4} \times \frac{1}{1} = \frac{3}{5}$$

با حروف کلمه «گلستان» و بدون تکرار حروف:

$$\frac{4}{1} \times \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} = 12 \quad \checkmark$$

الف) چند کلمه سه حرفی می توان نوشت؟

ب) چند کلمه چهار حرفی می توان نوشت که با حرف «س» شروع و با حرف «گ» پایان یابد.

$$\frac{1}{س} \times \frac{4}{ر} \times \frac{3}{ت} \times \frac{1}{ن} = 12 \quad \checkmark$$

پ) حروف «س ت ن» در کنار یکدیگر باشند.

$$\frac{4!}{1!} \times \frac{3!}{1!} = 24 \times 6 = 144$$

الف) از هر یک از ۶ منطقه  $F, E, D, C, B, A$ ، ده دانش آموز داوطلب شرکت در یک مسابقه شده اند. به چند طریق

می توان از بین آن ها ۴ دانش آموز دو به دو غیر هم منطقه ای انتخاب کرد؟

۱/۵

ب) تعداد زیر مجموعه های هفت عضوی از مجموعه حروف انگلیسی ۲۶ که شامل  $a, b, c$  باشند ولی شامل  $d, e$  نباشند

چقدر است؟

الف) 
$$\binom{6}{4} \times \binom{10}{1} \times \binom{10}{1} \times \binom{10}{1} \times \binom{10}{1}$$

ب) 
$$\binom{26}{7} \xrightarrow{\text{نقص } a, b, c} \binom{23}{4} \xrightarrow{\text{تقصیر } d, e} \binom{21}{4}$$

دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. مطلوب است تعیین:

الف) پیشامد  $A$  که در آن حاصلضرب ۲ عدد ۱۲ باشد.

ب) پیشامد  $B$  که در آن مجموع دو عدد ۵ یا هر دو عدد فرد باشد.

پ) فضای نمونه چند عضو دارد؟  
 $n(S) = 6 \times 6 = 36$

$$A = \{(2, 6), (6, 2), (3, 4), (4, 3)\}$$

$$B = \{(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2), (1, 1), (1, 3), (3, 1), (1, 5), (5, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 3), (5, 5)\}$$



شش نفر که ۲ نفر آن ها دوست هستند قرار است به تصادف در یک ردیف چقدر احتمال دارد که:

الف) آن دو دوست کنار هم باشند.

ب) یکی از آن ها در ابتدای ردیف و یکی در انتهای ردیف باشند.

۱/۵

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$n(S) = 6! \quad \checkmark$$

$$P(A) = \frac{5! \times 2!}{6!} \quad \checkmark$$

الف) AB C D E F  $\rightarrow n(A) = 5! \times 2!$

ب) A ----- B  $\rightarrow n(B) = 5! \times 2!$

$$P(B) = \frac{5! \times 2!}{6!} \quad \checkmark$$



از جعبه ای شامل ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی، ۳ مهره به تصادف انتخاب می کنیم. مطلوب است احتمال اینکه:

(الف) دقیقا ۲ مهره هم رنگ باشند. (ب) هر سه هم رنگ باشند.

۱

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2}\binom{3}{1} + \binom{3}{2}\binom{5}{1}}{\binom{8}{2}} \rightarrow \underline{\underline{\Sigma 5}}$$

$$\binom{1}{3} \rightarrow \frac{1!}{3! \times 5!} = \frac{1 \times \cancel{1} \times \cancel{2} \times \cancel{3}!}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{5}!} = \underline{\underline{54}}$$

$$P(B) = \frac{\binom{5}{3} + \binom{3}{3}}{\binom{8}{3}} = \frac{10 + 1}{56} = \frac{11}{56}$$





الف) درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید.

۱- دومین مرحله علم آمار تحلیل و تفسیر داده هاست.

۲- به بررسی و شمارش کل افراد جامعه سرشماری می گوییم.

ب) نوع متغیرهای زیر را تعیین کنید.

۱- حروف الفبا

۲- گروه خونی

۳- شدت زلزله

۴- تعداد مسافران

لفظ ترتیبی

لفظ اسمی

لفظ سویدیه

لفظ لسنده

مخلوط

درست

جمع آوردن

سازماندهی

جستجو

فهرست

-

خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi\_math