

گام به گام حسابان دوازدهم

فصل سوم (حدهای نامتناهی - حد دربی نهایت)

علی هاشمی

۱ با استفاده از قضایای حدهای نامتناهی درستی حدهای زیر را نشان دهید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x^2}}{x^2} = +\infty$$

$$= \frac{+\sqrt{3}}{0^+} = +\infty$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{|5-x|}{2+x} = +\infty$$

$$= \frac{+\sqrt{}}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^4} = +\infty$$

$$= \frac{+1}{0^+} = +\infty$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲ حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x}{x^2 - 4}$$

$$\frac{2x}{(x-2)(\underline{x+2})}$$

$$= \frac{2}{0^- \cdot 4} = -\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + x - 12}$$

$$\frac{x^2 + 2x - 1}{(x+4)(x-3)}$$

$$= \frac{12}{\sqrt{x} \cdot 0^-} = -\infty$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{9-x^2}$$

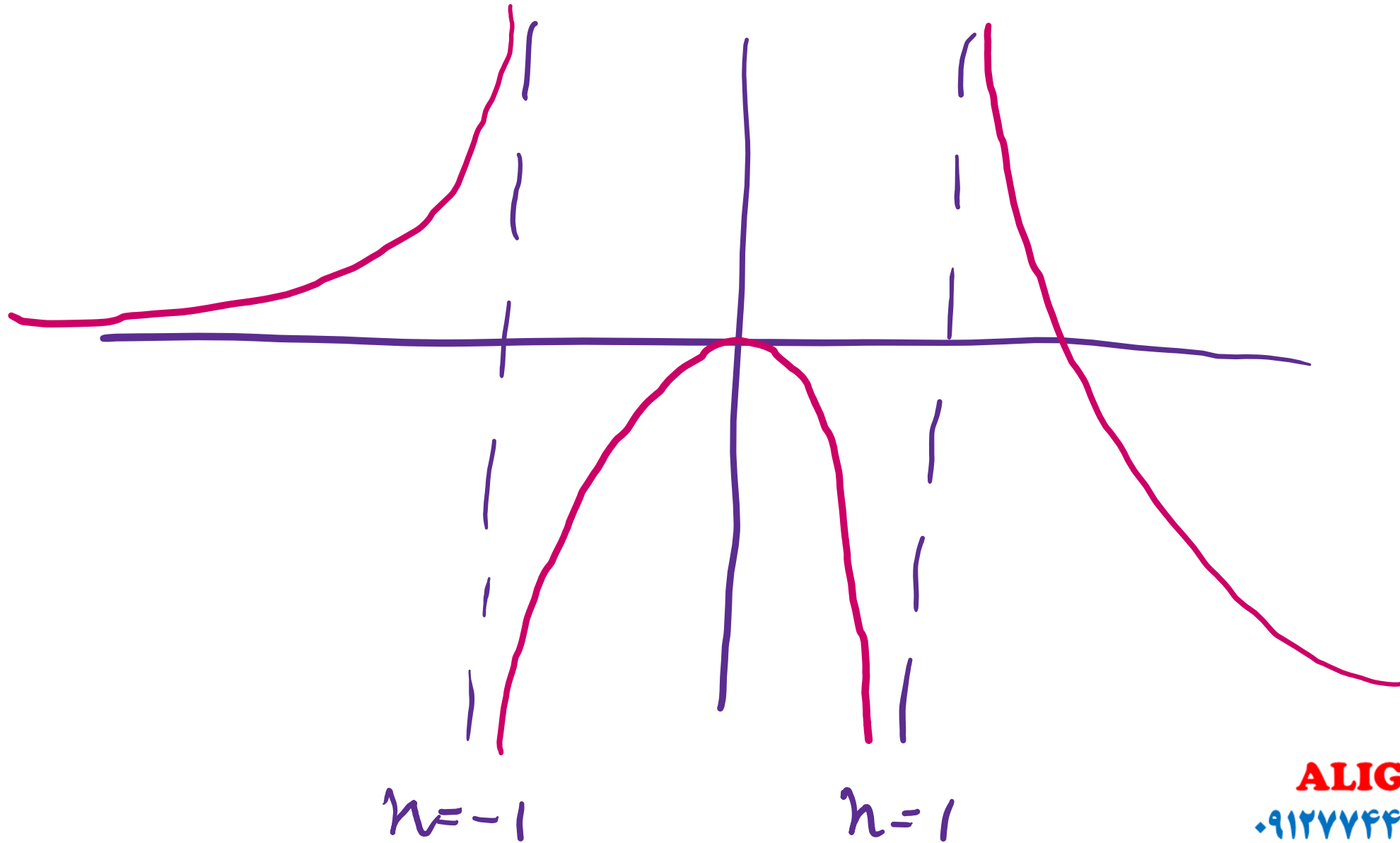
$$\frac{x+1}{(3-x)(\underline{3+x})}$$

$$= \frac{4}{0^- \cdot 6} = -\infty$$

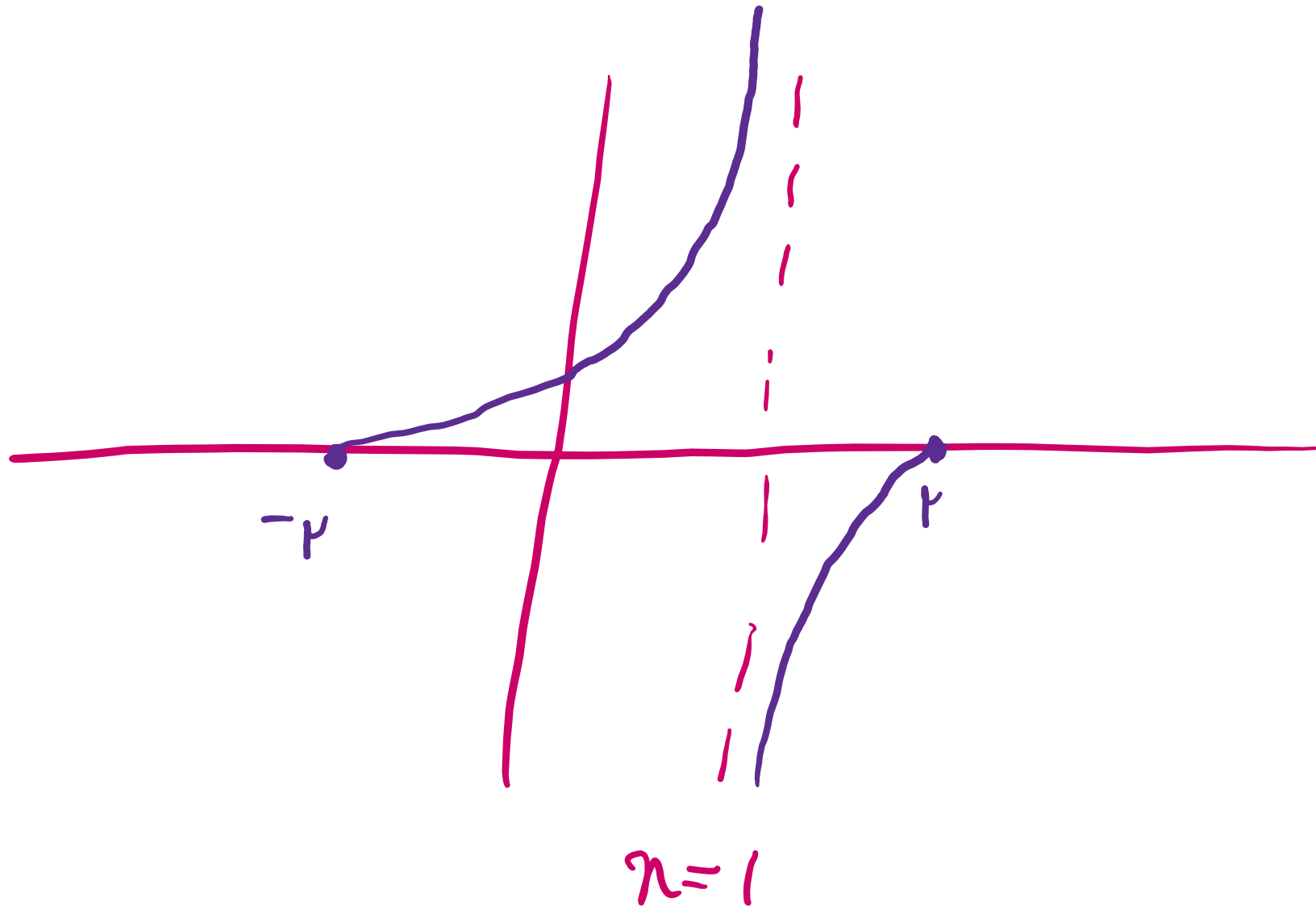
ALIGEBRA.COM

•۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۳ نمودار تابعی را رسم کنید که دامنه آن $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ بوده و دارای دو مجانب قائم باشد.



۴ نمودار تابعی را رسم کنید که دامنه آن $\{-1\} - [-2, 2]$ بوده و دارای مجانب قائم باشد.



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵. مجانب‌های قائم توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.

الف) $f(x) = \frac{2x-1}{3-x}$

$$x^2 - x = 0 \rightarrow x = 1$$

ب) $g(x) = \frac{x^2+x}{x^2-x}$

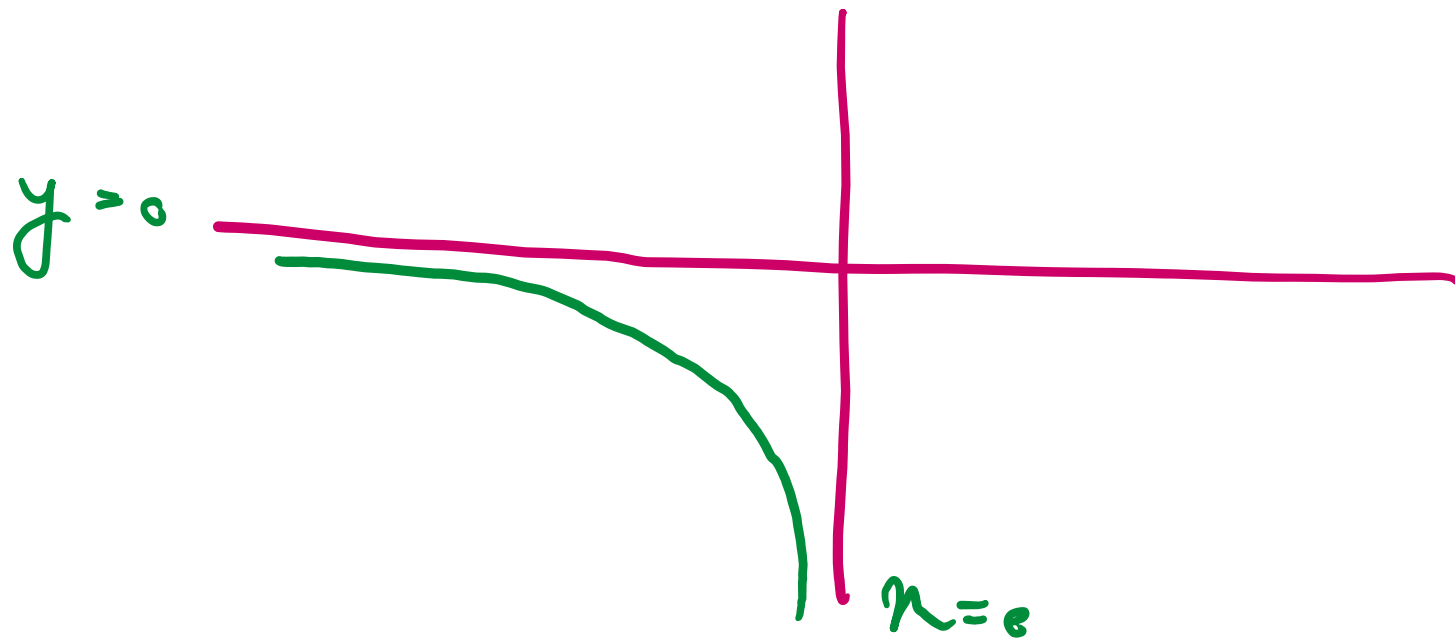
$$x^2 - x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 & \checkmark \\ x = 0 & \times \end{cases}$$

$$\frac{x(x+1)}{x(x-1)} = \frac{x+1}{x-1} \xrightarrow{x=0} -1$$

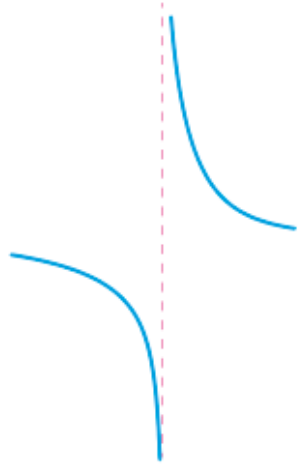
۶ نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x-|x|}$ در مجاورت مجانب قائم خود چگونه است؟

$$x \geq 0 \rightarrow f(x) = \frac{1}{x-x} = \frac{1}{0} \quad \times$$

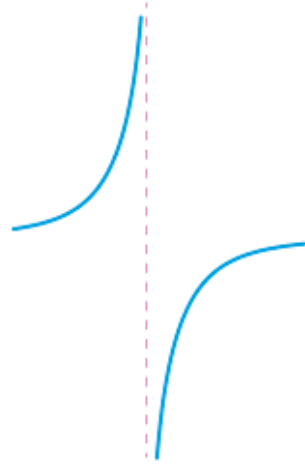
$$x < 0 \rightarrow f(x) = \frac{1}{x+x} = \frac{1}{2x} \quad \checkmark \quad (-\infty, 0)$$



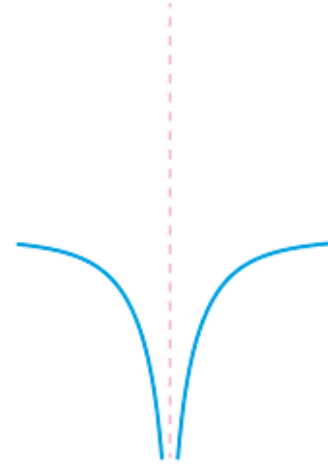
۷ کدام شکل زیر وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x + 1}$ را در همسایگی $x = 1$ نمایش می دهد؟ چرا؟



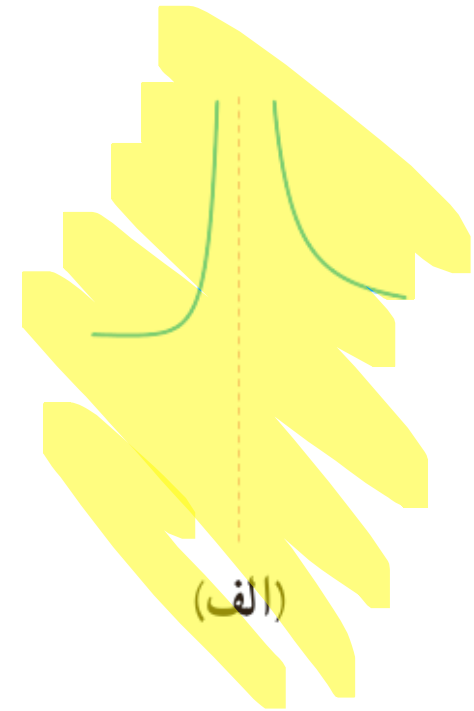
(الف)



(ب)



(پ)



(ت)

$$f(x) = \frac{x}{(x-1)^2} \quad \text{با } x=1$$

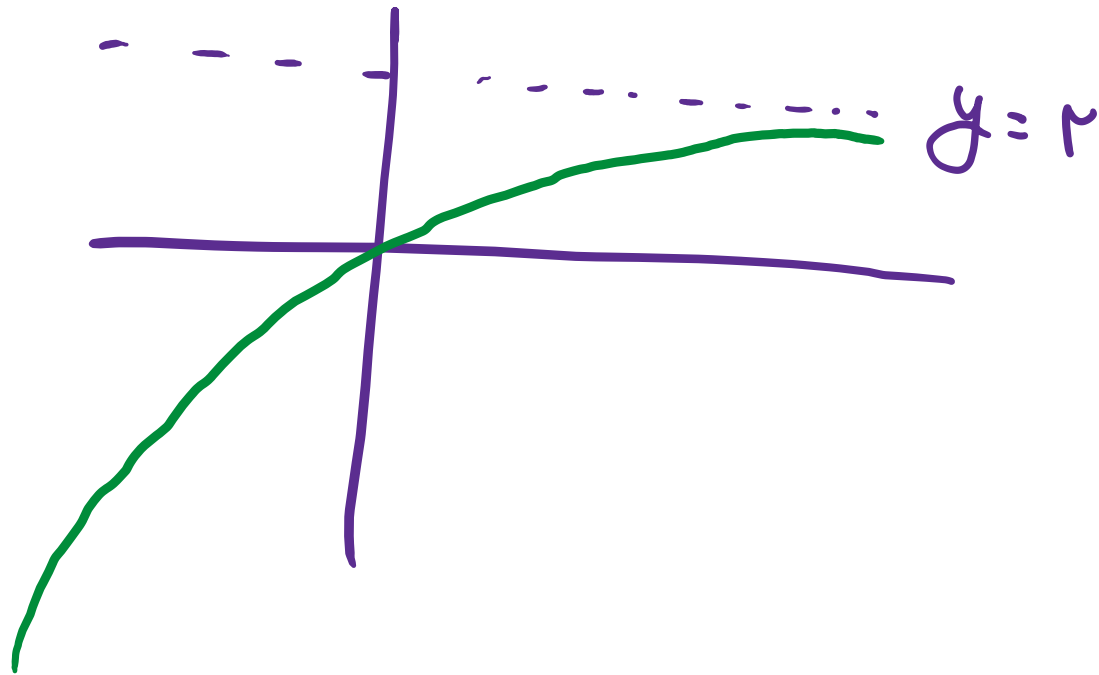
$x \rightarrow 1^+ : +\infty$
 $x \rightarrow 1^- : +\infty$

ALIGEBRA.COM

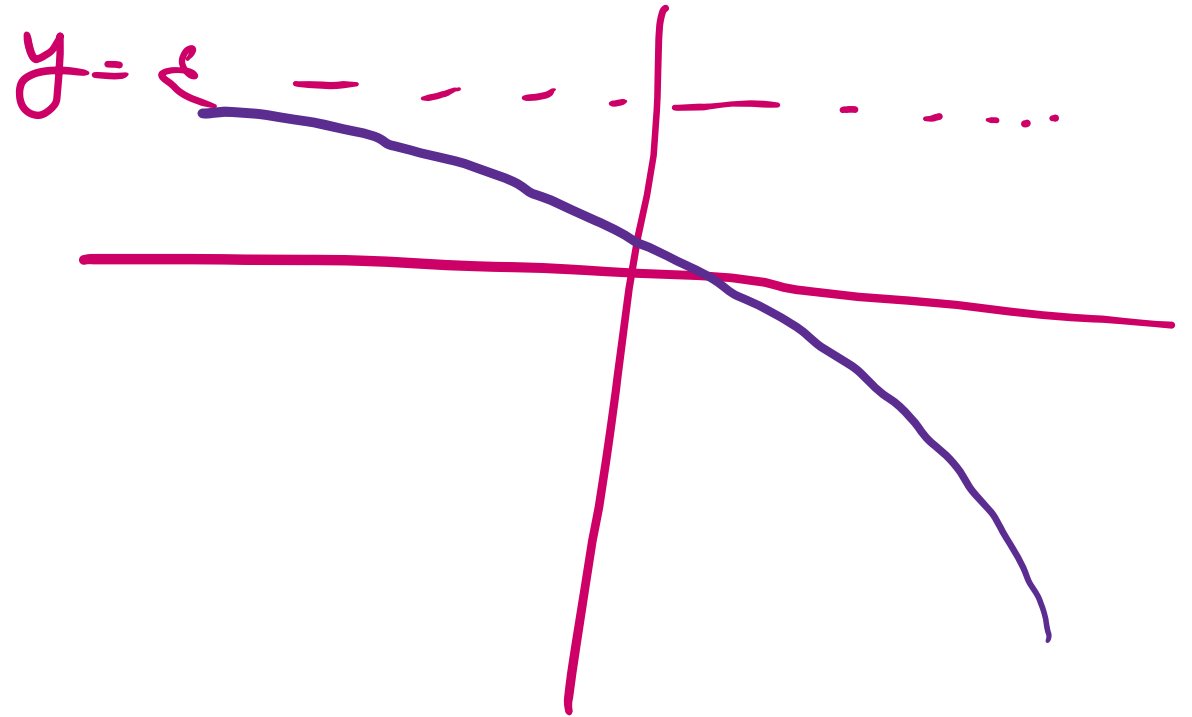
۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱ مفهوم هر یک از گزاره‌های زیر را بیان کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$



ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 4$



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲ برای تابع f که نمودار آن داده شده است موارد زیر را به دست آورید :

الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +1$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$

پ) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$

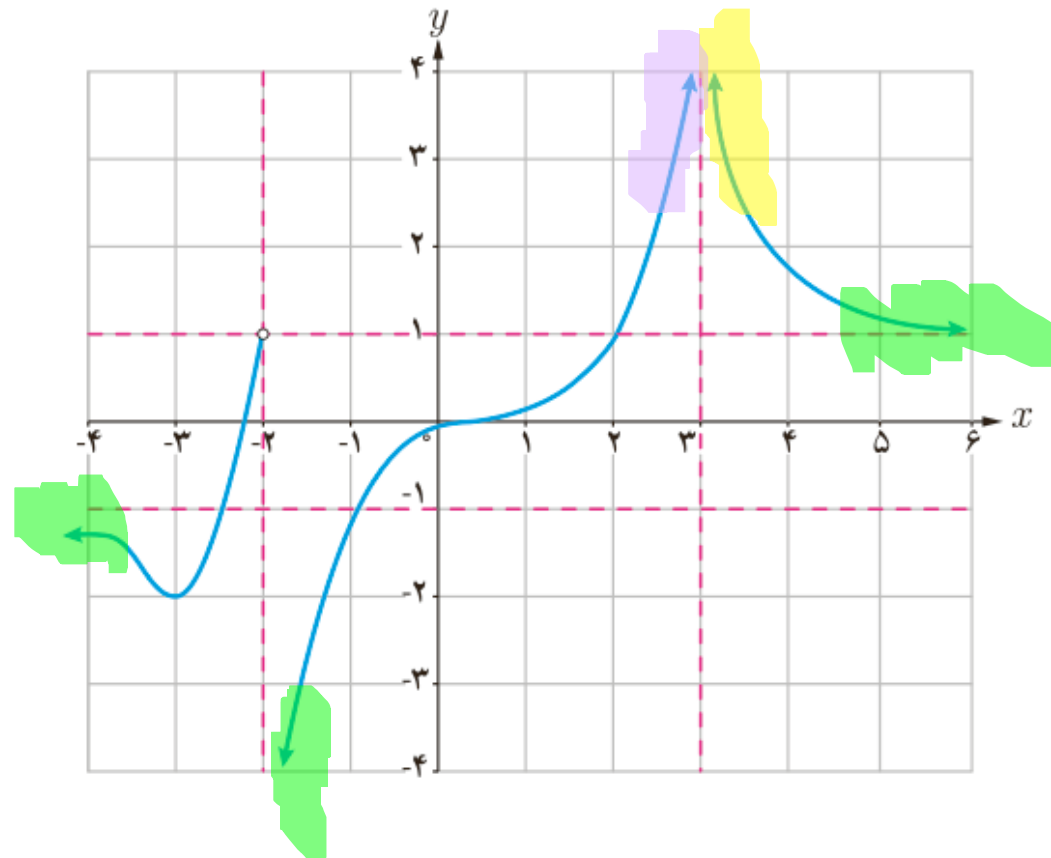
ت) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$

ث) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$

مجانب‌های افقی و قائم (ج)

$x = 3$ $y = 1$

$x = -2$ $y = -1$



۳ حاصل حدود زیر را به دست آورید :

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+5}{x-2}$$

$$\text{ب) } \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2+1}{t^3-2t^2+1}$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2+2x}{4x+1}$$

$$\text{ت) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3-2x^2)$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x} = 3$$

$$\text{ب) } \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2}{t^3} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{1}{t} = 0$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2}{4x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x}{4} = \mp\infty$$

$$\text{ت) } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴ مجانب‌های افقی و قائم نمودارهای هر یک از توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید:

$$\text{الف) } y = \frac{2x-1}{x-3}$$

$$\text{ب) } y = \frac{x}{x^2-4}$$

$$\text{پ) } y = \frac{1+2x^2}{1-x^2}$$

$$\text{ت) } y = \frac{2x}{1+x^2}$$

$$\text{الف) } \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$$

$$\text{ب) } \begin{cases} x=\pm 2 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\text{پ) } \begin{cases} x=\pm 1 \\ y=-2 \end{cases}$$

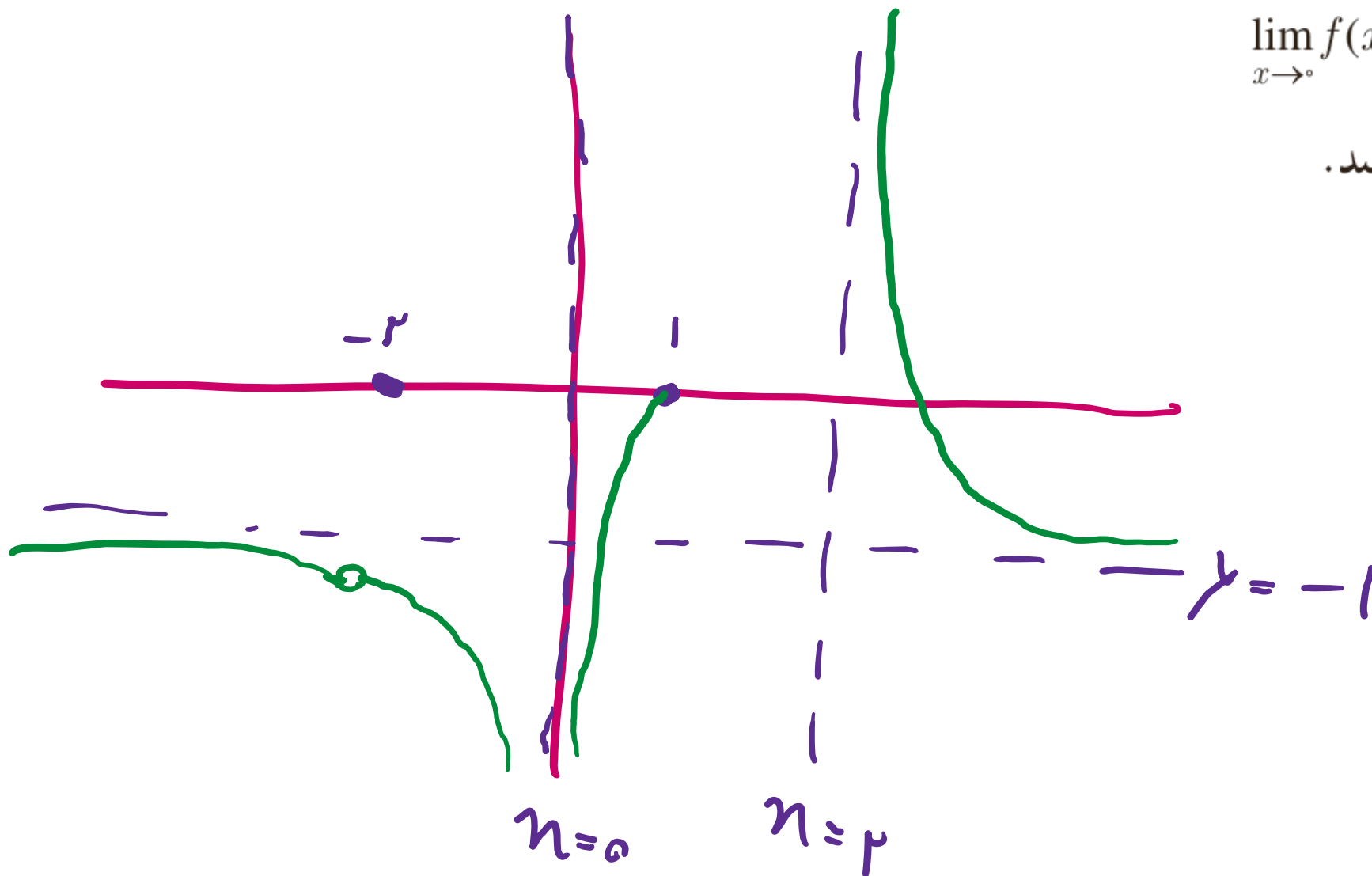
$$\text{ت) } \begin{cases} \text{قائم ندارد} \\ y=0 \end{cases}$$

۵ نمودار تابع f را به گونه‌ای رسم کنید که همه شرایط زیر را دارا باشد:

$$f(1) = f(-2) = 0 \text{ (الف)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty \text{ (ب)}$$

(پ) خط $y = -1$ مجانب افقی آن باشد.



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی جیبرا سایت تخصصی آموزش آنلاین

WWW.ALICEBRA.COM

AG

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

