

گام به گام حسابان دوازدهم

فصل دوم (مثلثات)

علی هاشمی

۱ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هر یک از توابع زیر را به دست آورید.

الف) $y = 1 + 2 \sin 4x$

پ) $y = -\pi \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 2$

ب) $y = \sqrt{3} - \cos\frac{\pi}{2}x$

ت) $y = -\frac{3}{4} \cos 3x$

الف) $T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ $\max = 1 + |2| = 3$ $\min = 1 - |2| = -1$

ب) $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$ $\max = \sqrt{3} + |-1| = \sqrt{3} + 1$ $\min = \sqrt{3} - |-1| = \sqrt{3} - 1$

ج) $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$ $\max = -2 + |-2| = 0$ $\min = -2 - |-2| = -4$

د) $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$ $\max = \left|-\frac{3}{4}\right| = \frac{3}{4}$ $\min = -\left|-\frac{3}{4}\right| = -\frac{3}{4}$

۲ هر یک از توابع داده شده را با نمودارهای زیر نظیر کنید.

$T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

$y = 1 - \cos 2x$ (ت)

$y = \sin 2x$ (پ)

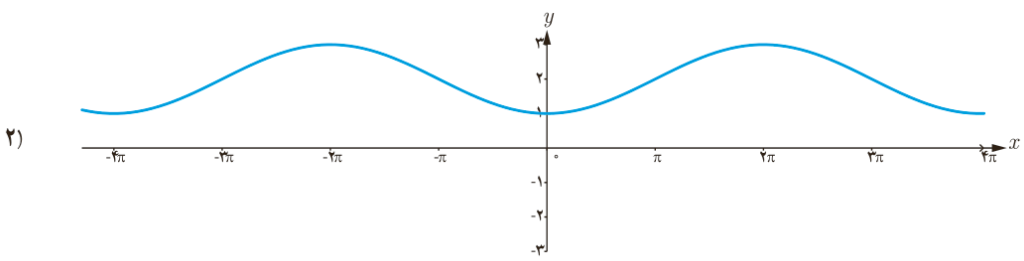
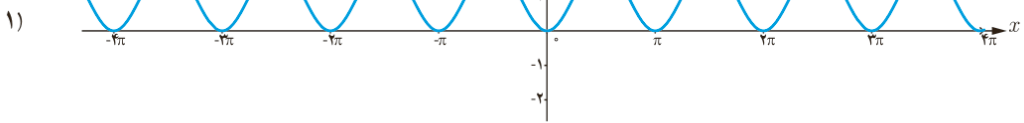
$y = 2 - \cos \frac{1}{2}x$ (ب)

$y = \sin \pi x$ (الف)

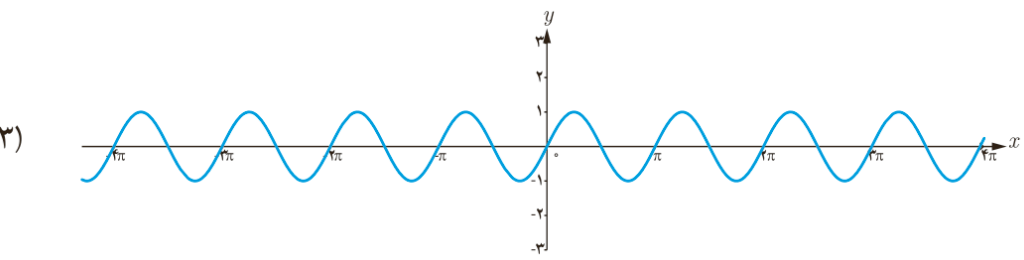
$T = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

$T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

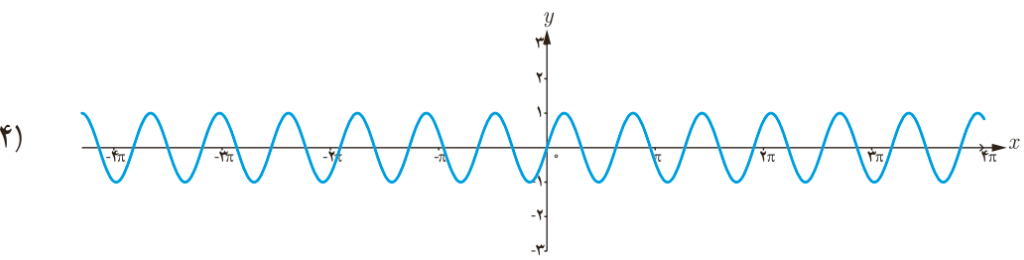
$T = \frac{2\pi}{\pi} = 2$



ب



ت



الف

۳ در هر مورد ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

الف) $T = \pi$, $\max = 3$, $\min = -3$

$$y = a \cos bx + c = 3 \cos 2x$$

$$\frac{r_n}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2 \rightarrow b = 2$$

$$\begin{array}{l} |a| + c = 3 \\ -|a| + c = -3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} c = 0 \\ a = 3 \end{array}$$

۳ در هر مورد ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

ب) $T = 3$, $\max = 9$, $\min = 3$

$$y = a \sin bx + c = 3 \sin \frac{\sqrt{3}}{3} x + 9$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 3 \rightarrow |b| = \frac{2\pi}{3} \rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{aligned} |a| + c &= 9 \\ -|a| + c &= 3 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} c = 9 \\ |a| = 3 \end{cases} \rightarrow a = +3$$

۳ در هر مورد ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

پ) $T = 4\pi$, $\max = -1$, $\min = -7$

$$y = a \cos bx + c = \mu \cos \frac{1}{4}x - 4$$

$$\frac{T}{|b|} = 2\pi \rightarrow |b| = \frac{1}{4} \rightarrow b = \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} |a| + c = -1 \\ -|a| + c = -7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = -4 \\ |a| = 3 \rightarrow a = +3 \end{cases}$$

۳ در هر مورد ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

ت) $T = \frac{\pi}{2}$, $\max = 1$, $\min = -1$

$$y = a \sin bx + c \rightarrow y = \sin cx$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \rightarrow |b| = c \rightarrow b = +c$$

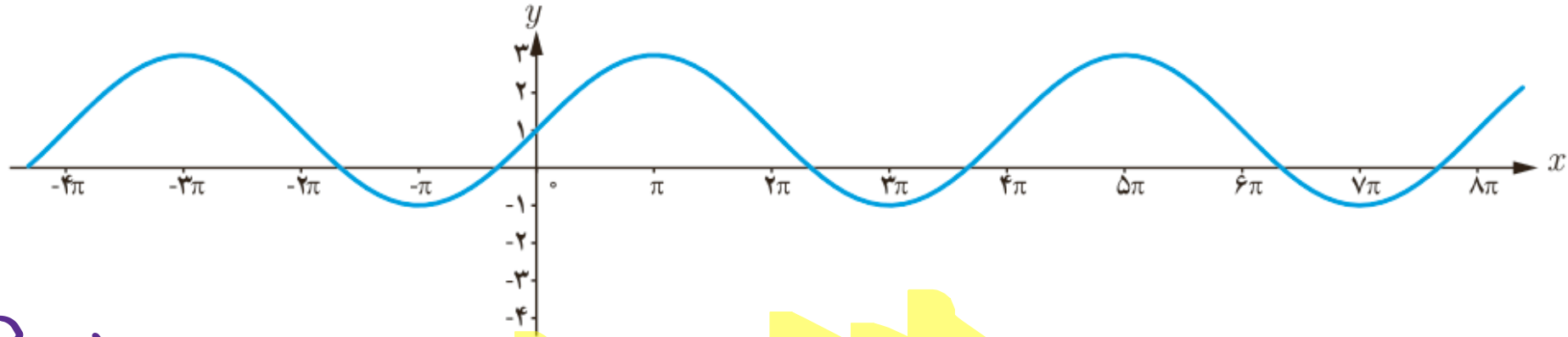
$$|a| + c = 1$$

$$-|a| + c = -1$$

$$c = 0$$

$$|a| = 1 \rightarrow a = 1$$

الف)



$$y = a \sin bx + c = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x\right) + 1$$

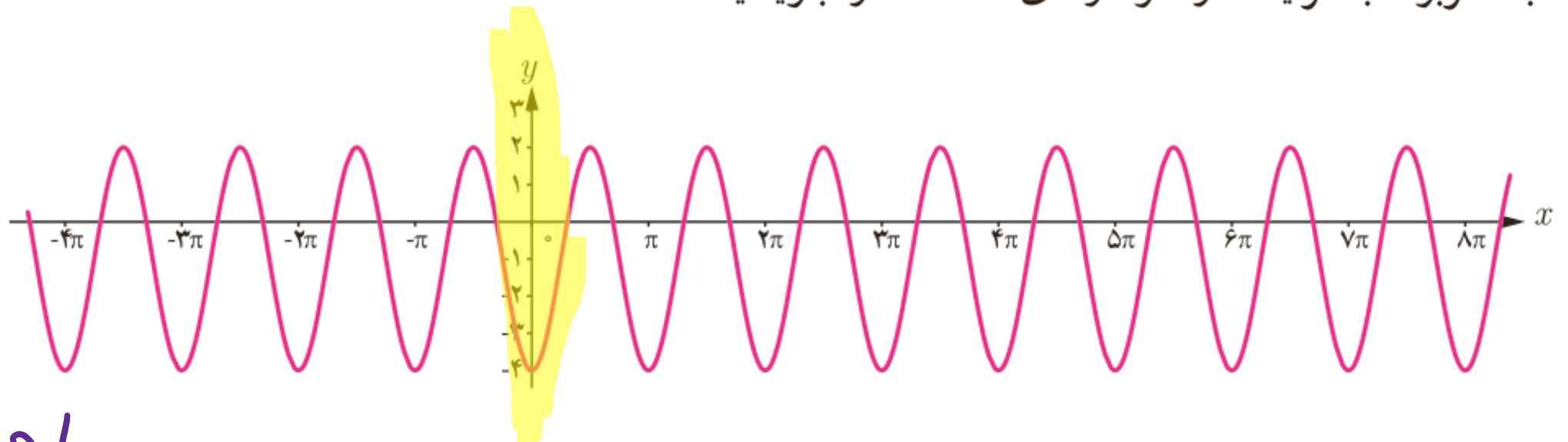
$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \rightarrow |b| = \frac{1}{2} \rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$|a| + c = 2 \quad \text{and} \quad c = 1$$

$$-|a| + c = -1$$

$$|a| = 2 \rightarrow a = +2$$

ب)



$$y = a \cos b(x + c) = -2 \cos 2x - 1$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2 \rightarrow b = 2$$

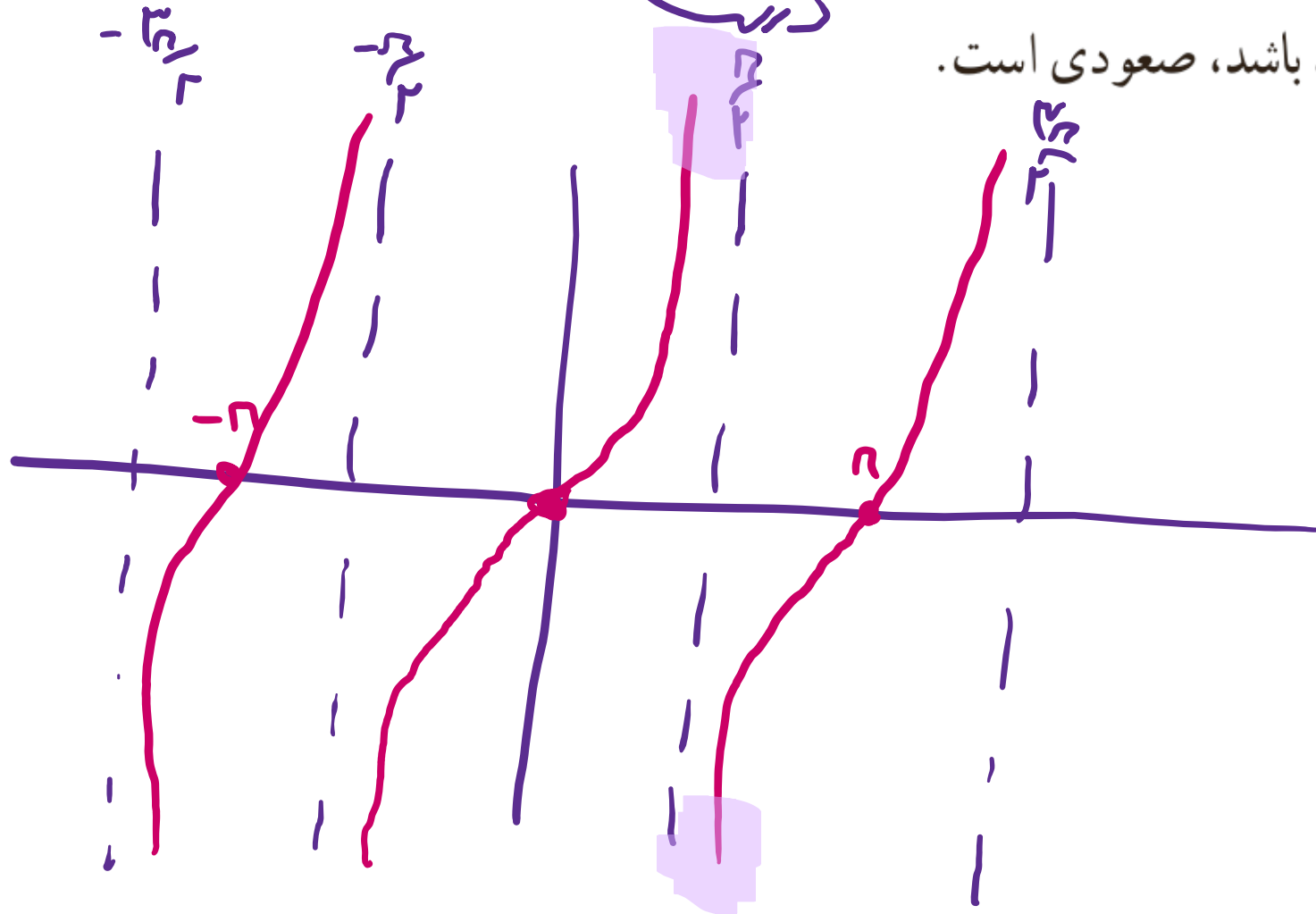
$$\begin{cases} |a| + c = 1 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = -1 \\ |a| = 2 \rightarrow a = -2 \end{cases}$$

۵ کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است. **غلط**

ب) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد.

پ) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.



۶ با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در موارد زیر مقادیر $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$ را با هم مقایسه کنید:

$$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \quad (\text{ب})$$

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \quad (\text{الف})$$

(الف) $\alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} \tan\alpha = 1 \\ \sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \rightarrow \tan\alpha > \sin\alpha$

(ب) $\alpha = \frac{7\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} \tan\alpha = -1 \\ \sin\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \rightarrow \sin\alpha > \tan\alpha$

$$\text{الف) } \sin \frac{\pi}{4} = \sin 3x$$

$$3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$$

$$\text{ب) } \cos^2 x - \cos x + 1 = 0$$

معادلات زیر را حل کنید. ۱

$$\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \rightarrow \cos^2 x - \cos x = 0$$

$$\cos x (\cos x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x = \cos \frac{\pi}{2} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$$

ALIGEBRA.COM

•۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

پ) $\cos x = \cos 2x$

$$2x = 2k\pi + x \rightarrow x = 2k\pi$$

$$2x = 2k\pi - x \rightarrow 3x = 2k\pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}$$

ت) $\cos 2x - 3\sin x + 1 = 0$

$$1 - 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \rightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4(-2) = 9 + 8 = 17 \rightarrow \sin x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\sin x = \frac{1}{4} = \sin \frac{\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$\sin x = -2 \rightarrow X$$

$$\text{ث) } \cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$$

۱ معادلات زیر را حل کنید.

$$1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{5}{4} = 0$$

$$\Delta = 1 - 4 \left(1\right) \left(-\frac{5}{4}\right) = 9 \rightarrow \sin x = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$\sin x = \frac{-4}{2} \quad X$$

ALIGEBRA.COM

•۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$\text{ج) } \sin x - \cos 2x = 0$$

معادلات زیر را حل کنید. ۱

$$\cos 2x = \cos (\beta - x)$$

$$\mu x = \mu k\pi + \frac{\beta}{\mu} - x \rightarrow x = \frac{\mu k\pi}{\mu} + \frac{\beta}{\mu}$$

$$\mu x = \mu k\pi - \frac{\beta}{\mu} + x \rightarrow x = \mu k\pi - \frac{\beta}{\mu}$$

ALIGEBRA.COM

•۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$\text{چ) } \tan(2x-1) = 0$$

معادلات زیر را حل کنید. ۱

$$2x-1 = k\pi \rightarrow 2x = k\pi + 1 \rightarrow x = \frac{k\pi + 1}{2}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$\text{ح) } \tan^{\mu} x = \tan^{\pi} x$$

معادلات زیر را حل کنید. ۱

$$\tan^{\mu} x = \tan^{\pi} x \rightarrow x(\mu - \pi) = \pi$$

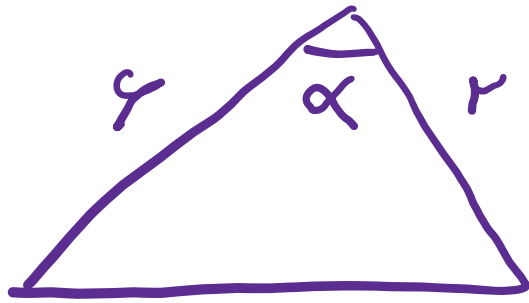
$$\rightarrow x = \frac{\pi}{\mu - \pi}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲ مثلثی با مساحت ۳ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۶ سانتی متر باشند، آنگاه چند مثلث با

این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟



$$\frac{1}{2} \times 6 \times 2 \times \sin \alpha = 3 \rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\alpha = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

$$k=0 \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \quad \vee \quad \alpha = \frac{5\pi}{6}$$

علی جیبرا سائیت تخصصی آموزش آنلایین

WWW.ALICEBRA.COM

AG

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

