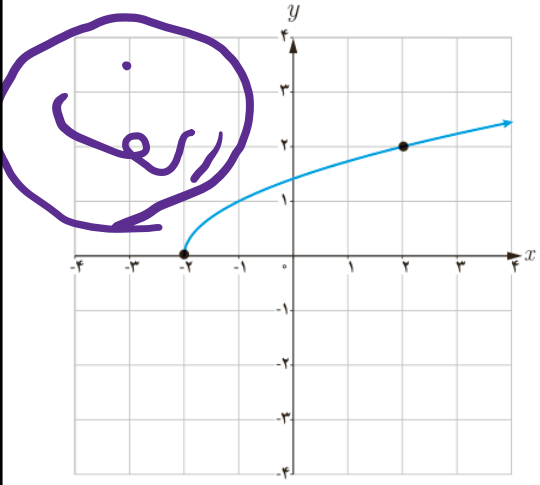


گام به گام حسابان دوازدهم

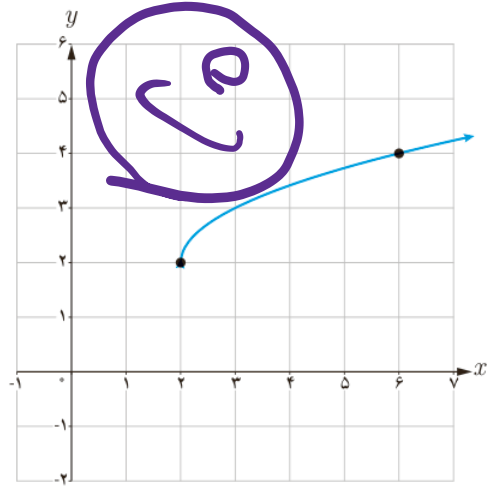
فصل اول (تابع)

علی هاشمی

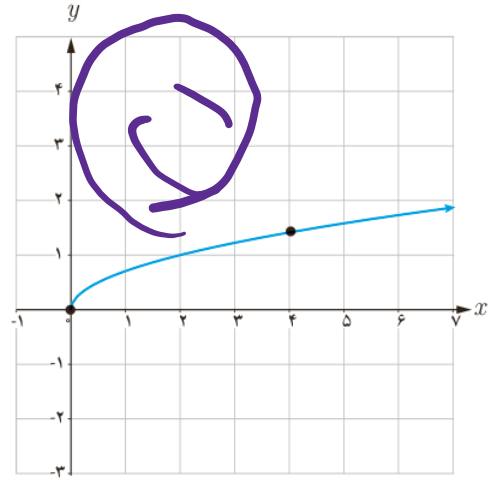
۱ هر یک از توابع زیر، تبدیل یافته تابع $y = \sqrt{x}$ هستند. هر یک از آنها را به نمودارش نظیر کنید.



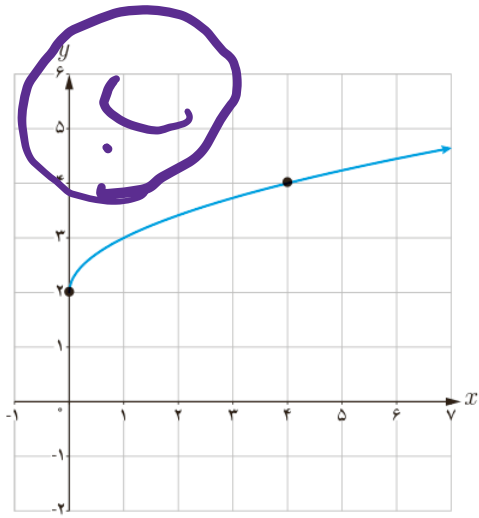
(a)



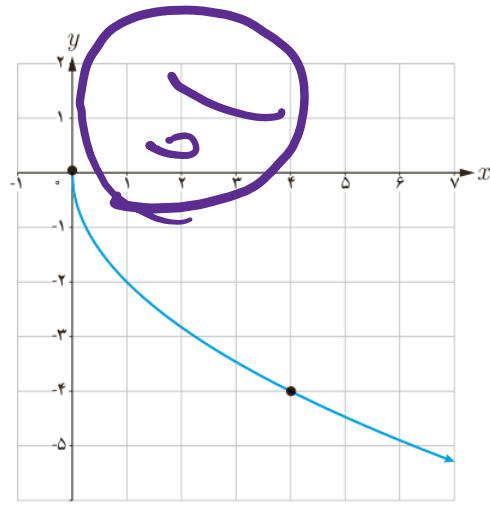
(b)



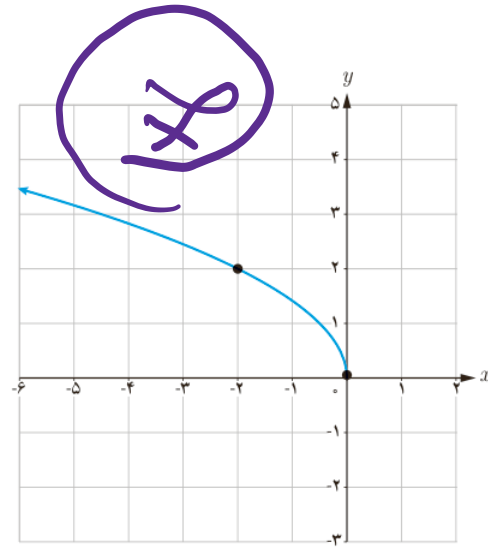
(c)



(d)



(e)



(f)

الف) $y = \sqrt{x+2}$

ب) $y = 2 + \sqrt{x}$

پ) $y = -2\sqrt{x}$

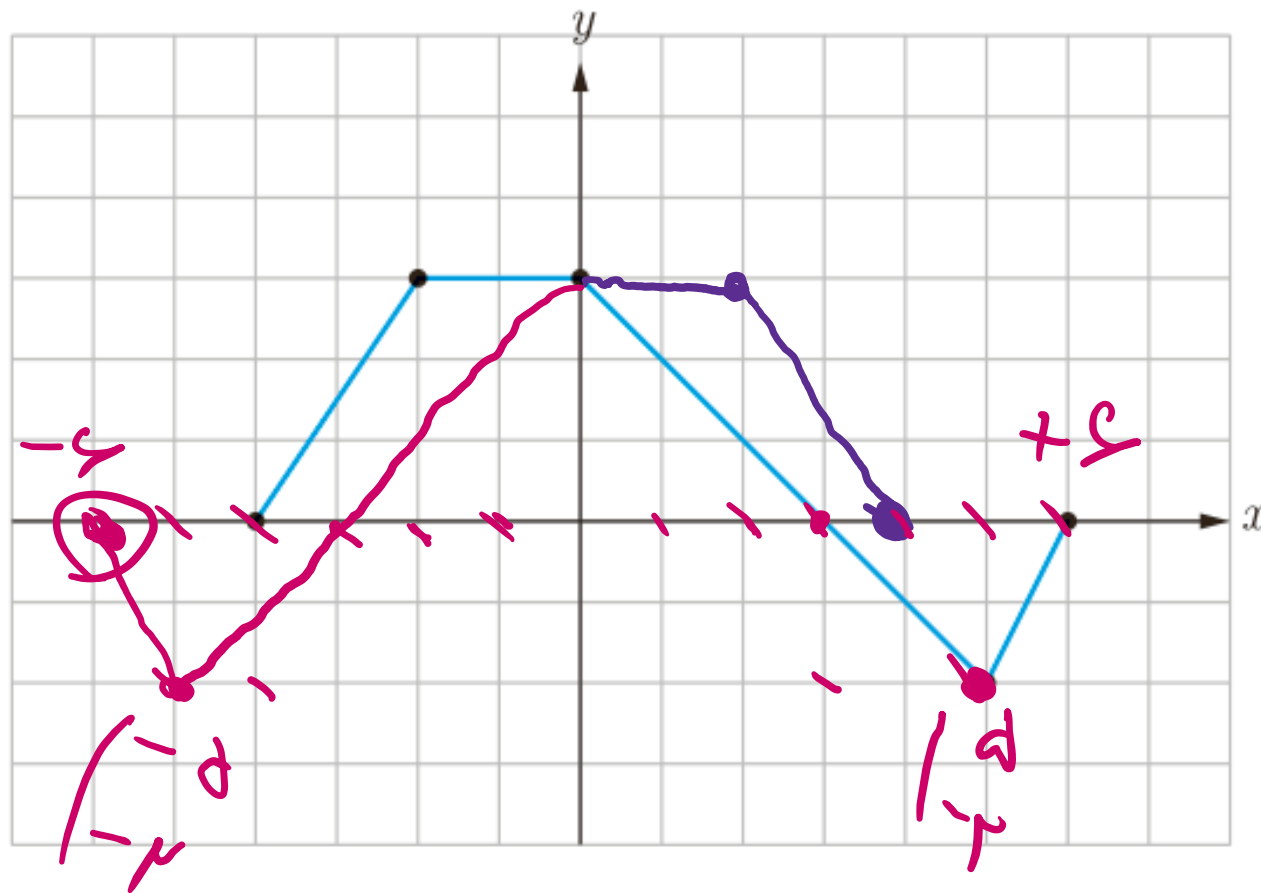
ت) $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$

ث) $y = 2 + \sqrt{x-2}$

ج) $y = \sqrt{-2x}$

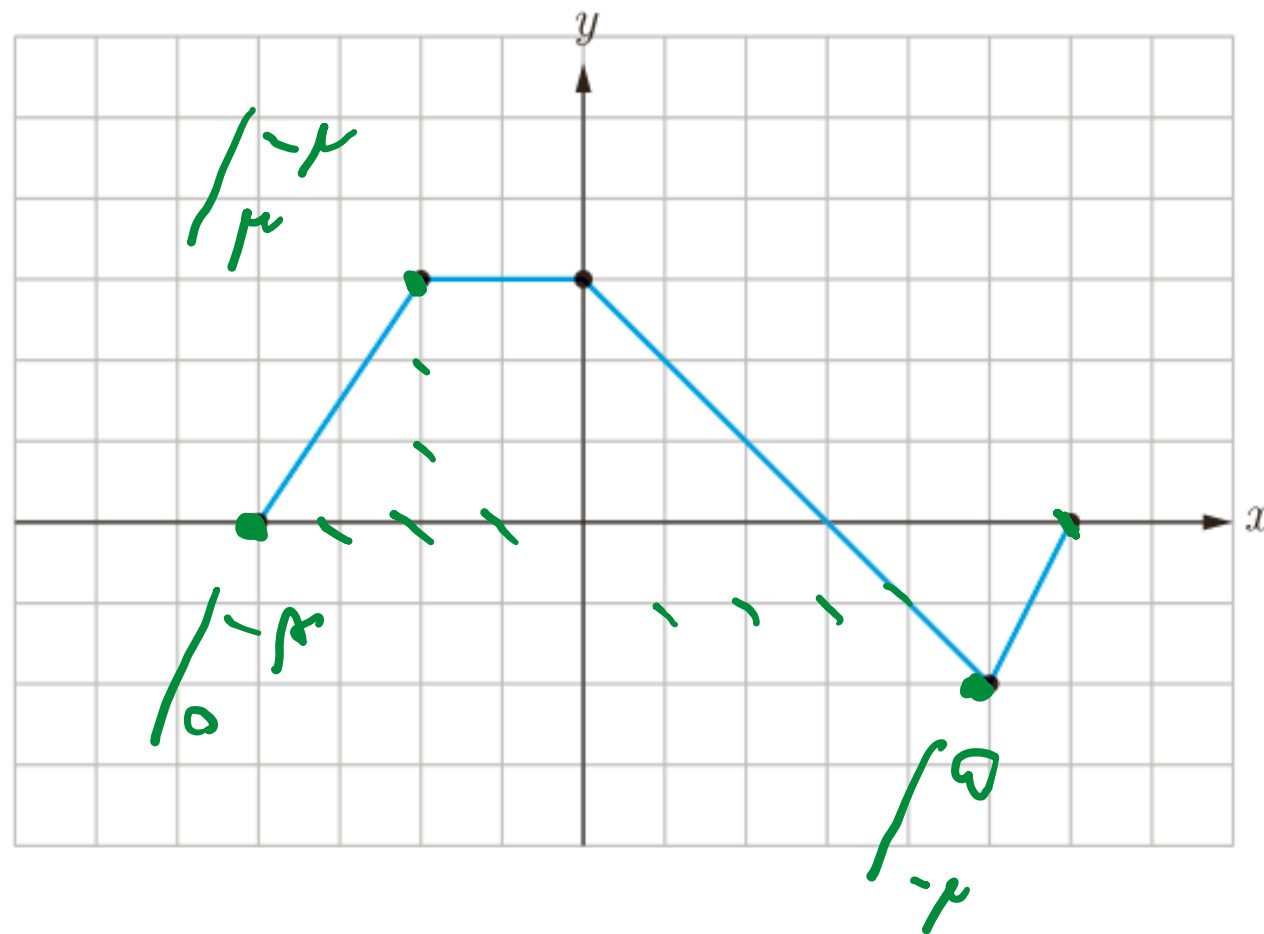
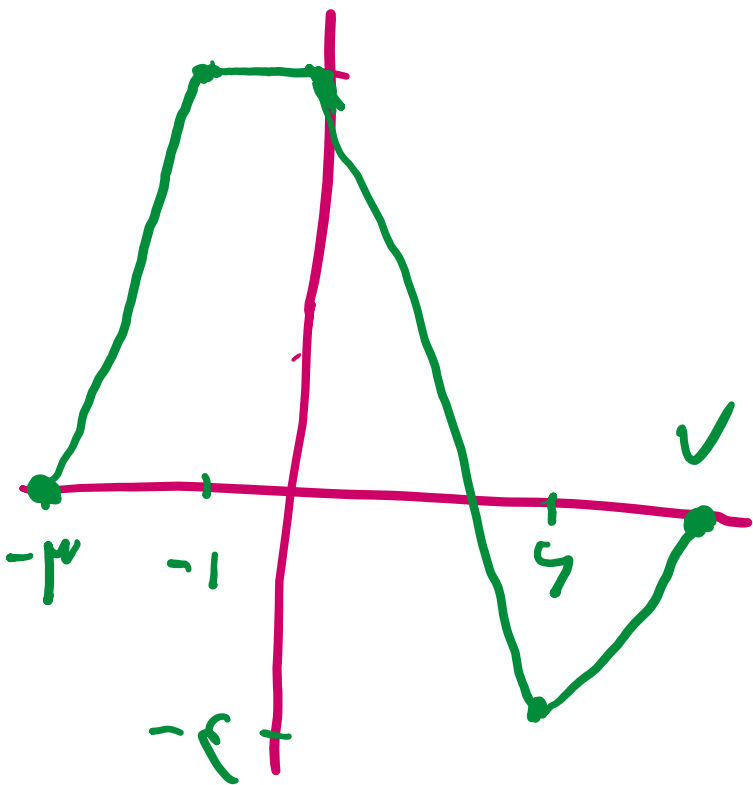
۲ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

$y = f(-x)$ الف



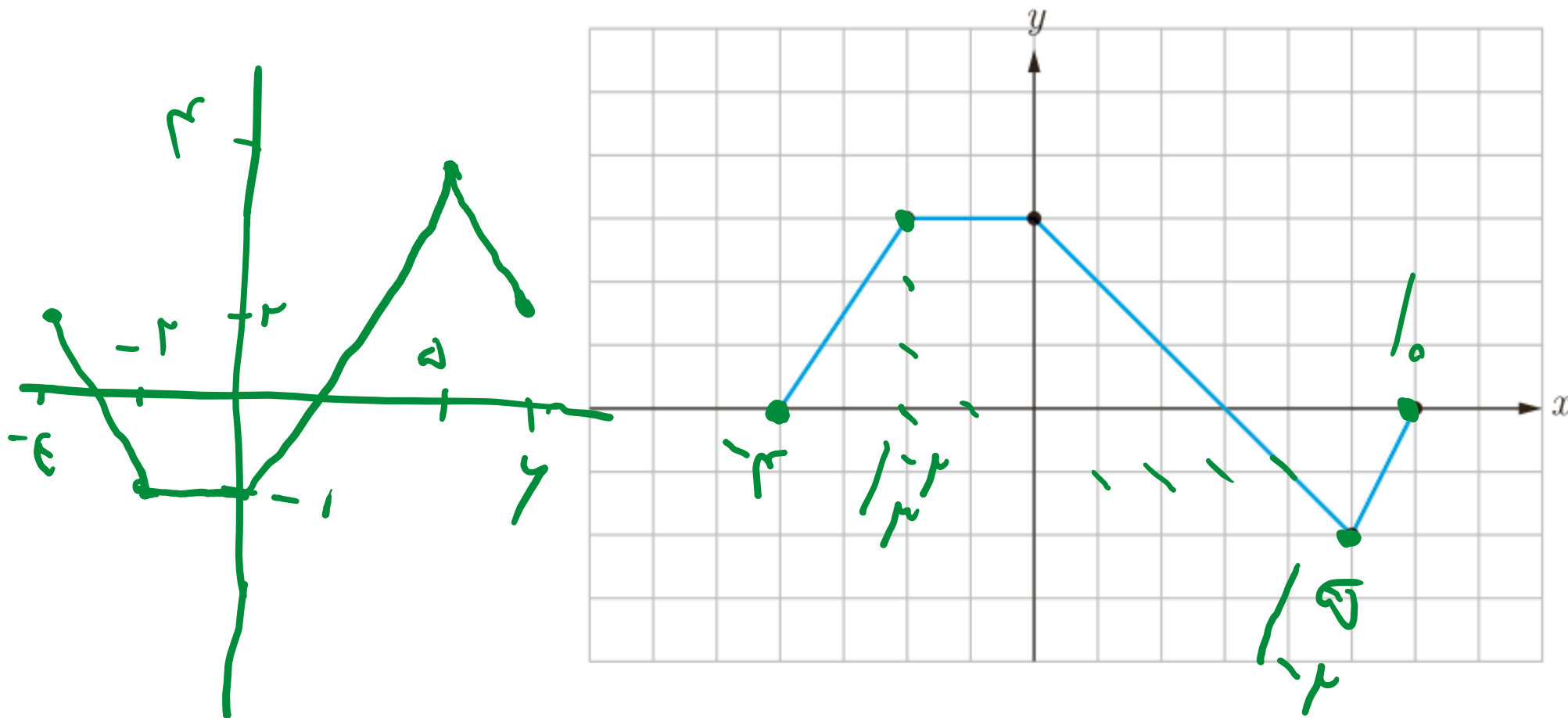
۲ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

ب) $y = 2f(x-1)$



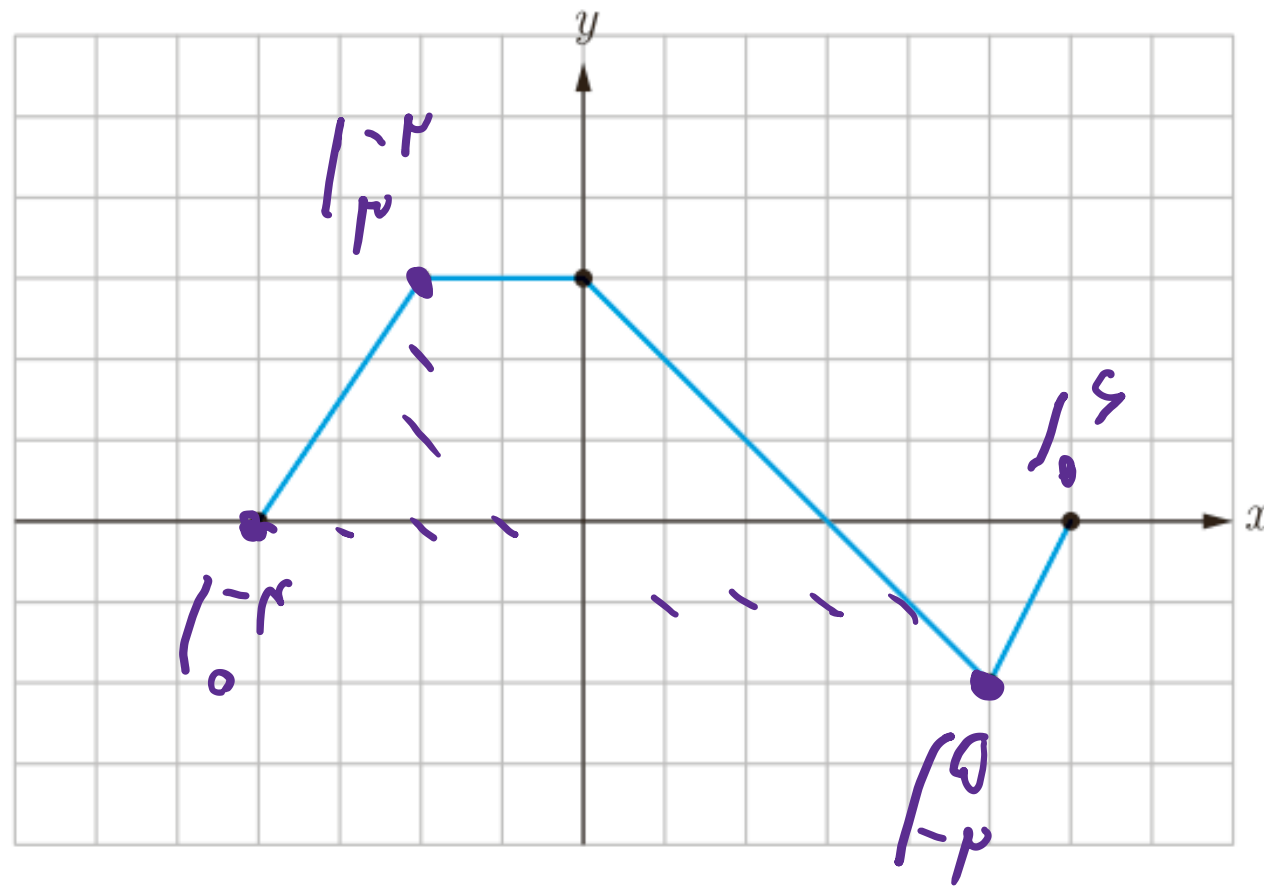
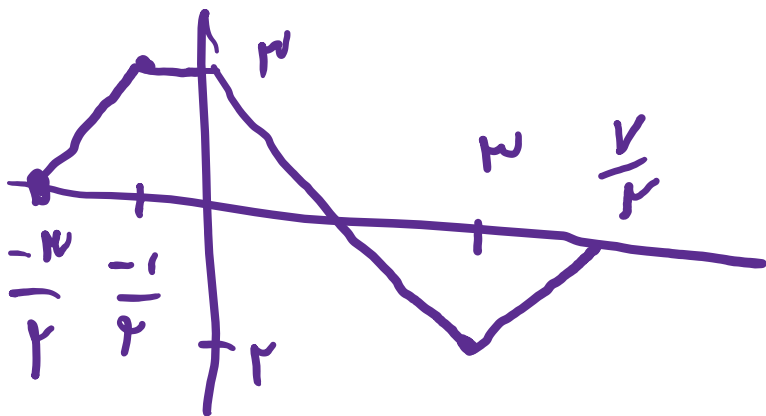
۲ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

پ) $y = -f(x) + 2$



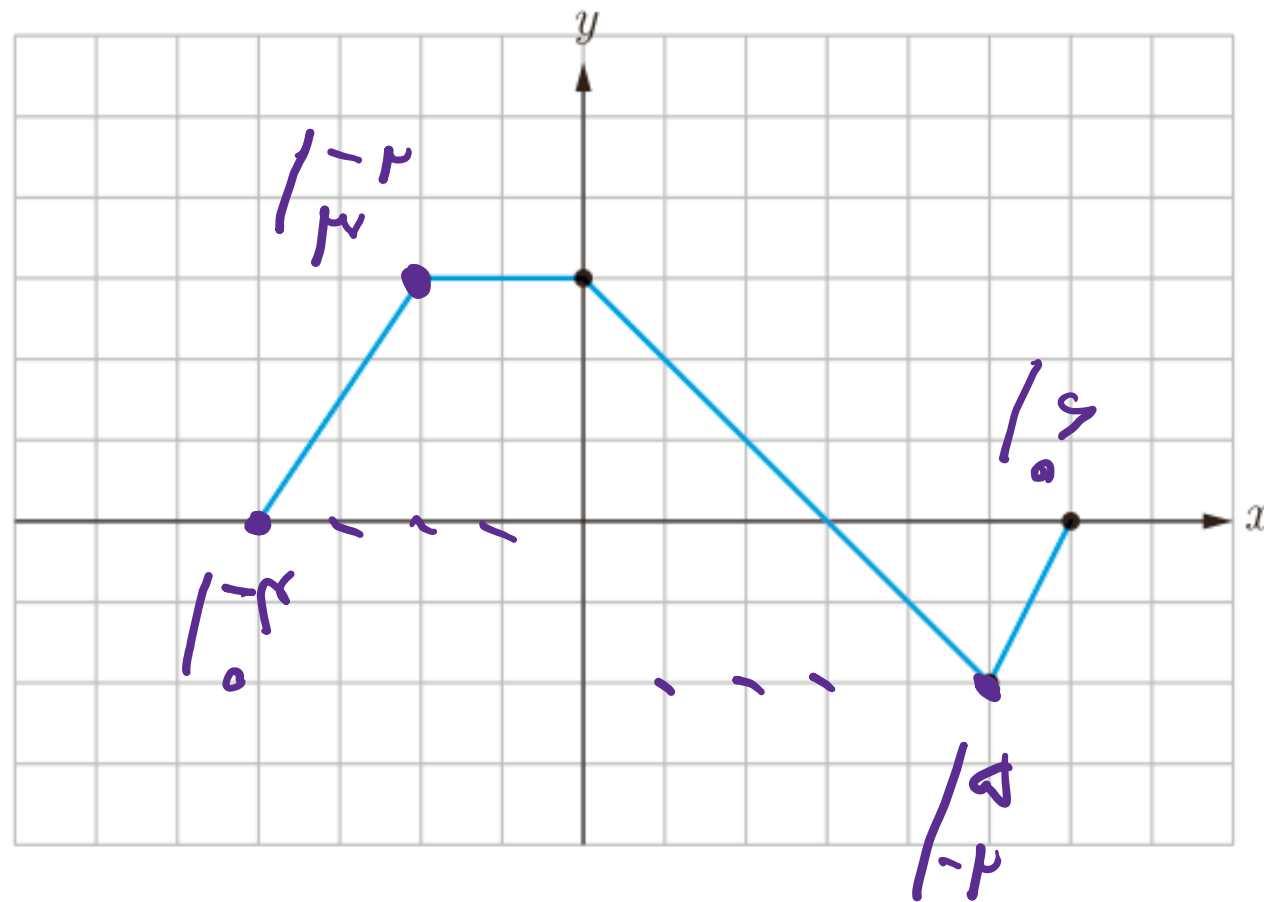
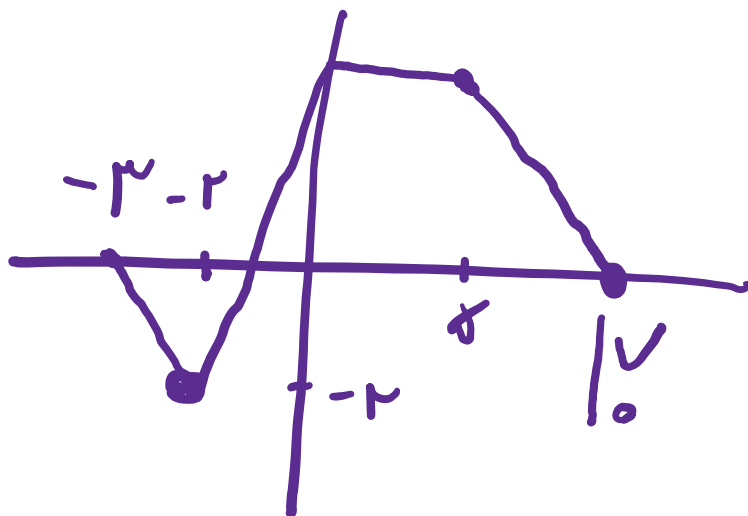
۲ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

ت) $y = f(2x - 1)$



۲ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

ث) $y = f(3-x)$

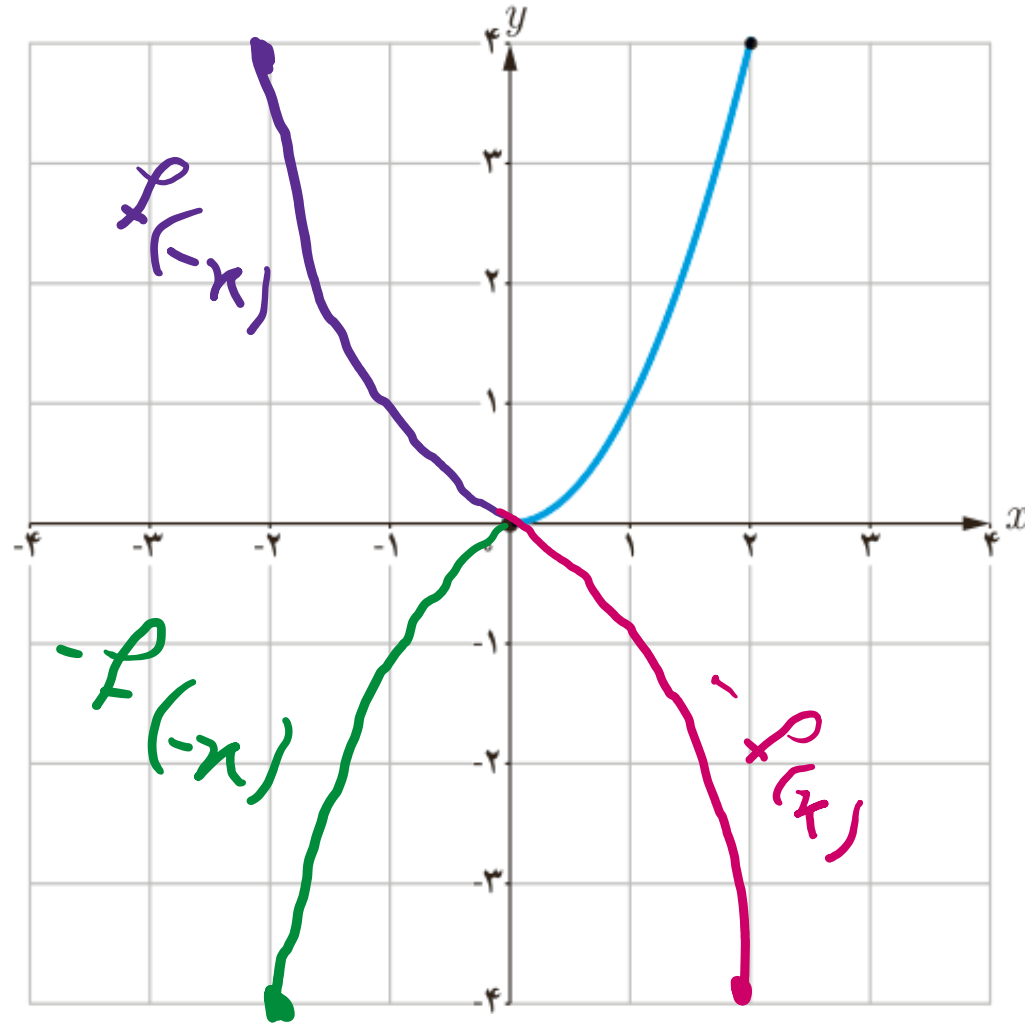


۳ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار توابع زیر را رسم کنید و آنها را با نمودار f مقایسه کنید.

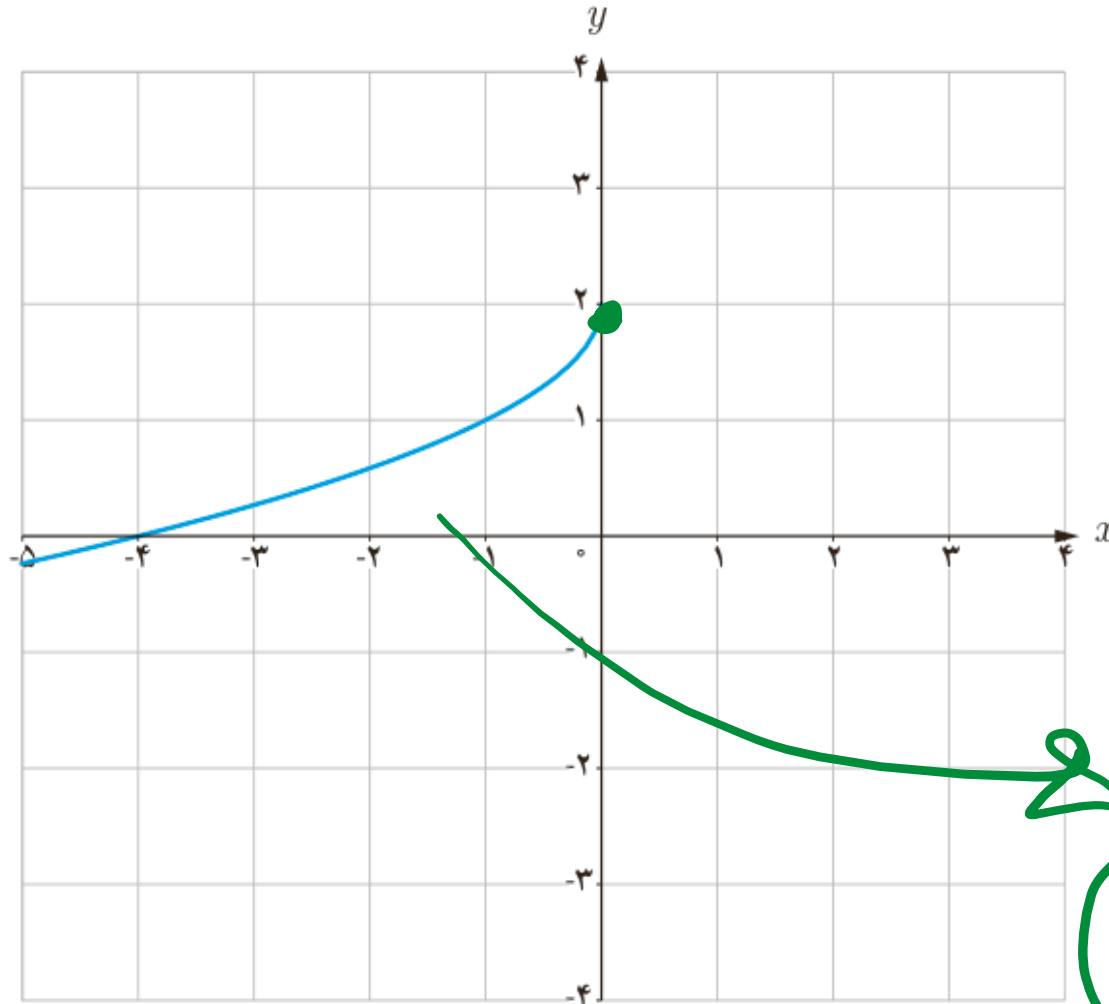
الف) $y = f(-x)$

ب) $y = -f(x)$

پ) $y = -f(-x)$



۴ نمودار تابع مقابل فقط از قرینه‌یابی و انتقال نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ به دست آمده است. ضابطه این تابع را بنویسید.



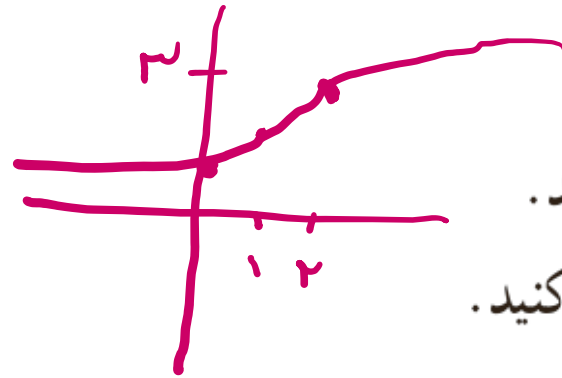
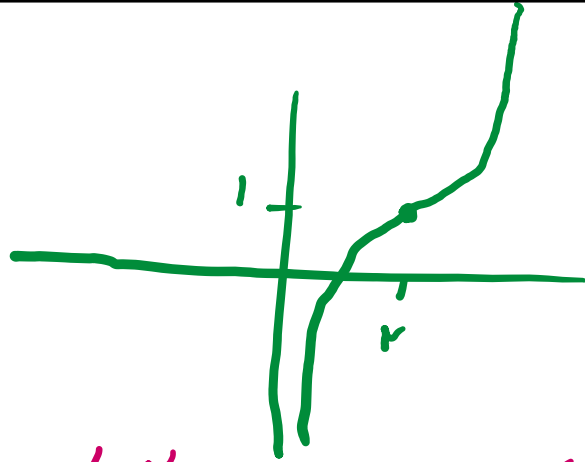
$$y = -\sqrt{-x} + 2$$

۱ تابع $f(x) = (x-2)^3 + 1$ را در نظر بگیرید.

الف) نمودار تابع f را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم کنید.

ب) نشان دهید که f وارون پذیر است و نمودار f^{-1} را رسم کنید.

پ) ضابطه f^{-1} را به دست آورید.



$$f \left| \begin{array}{l} 1 \\ 1 \end{array} \right. \rightarrow f^{-1} \left| \begin{array}{l} 1 \\ 1 \end{array} \right.$$

$$f \left| \begin{array}{l} 1 \\ 0 \end{array} \right. \rightarrow f^{-1} \left| \begin{array}{l} 0 \\ 1 \end{array} \right.$$

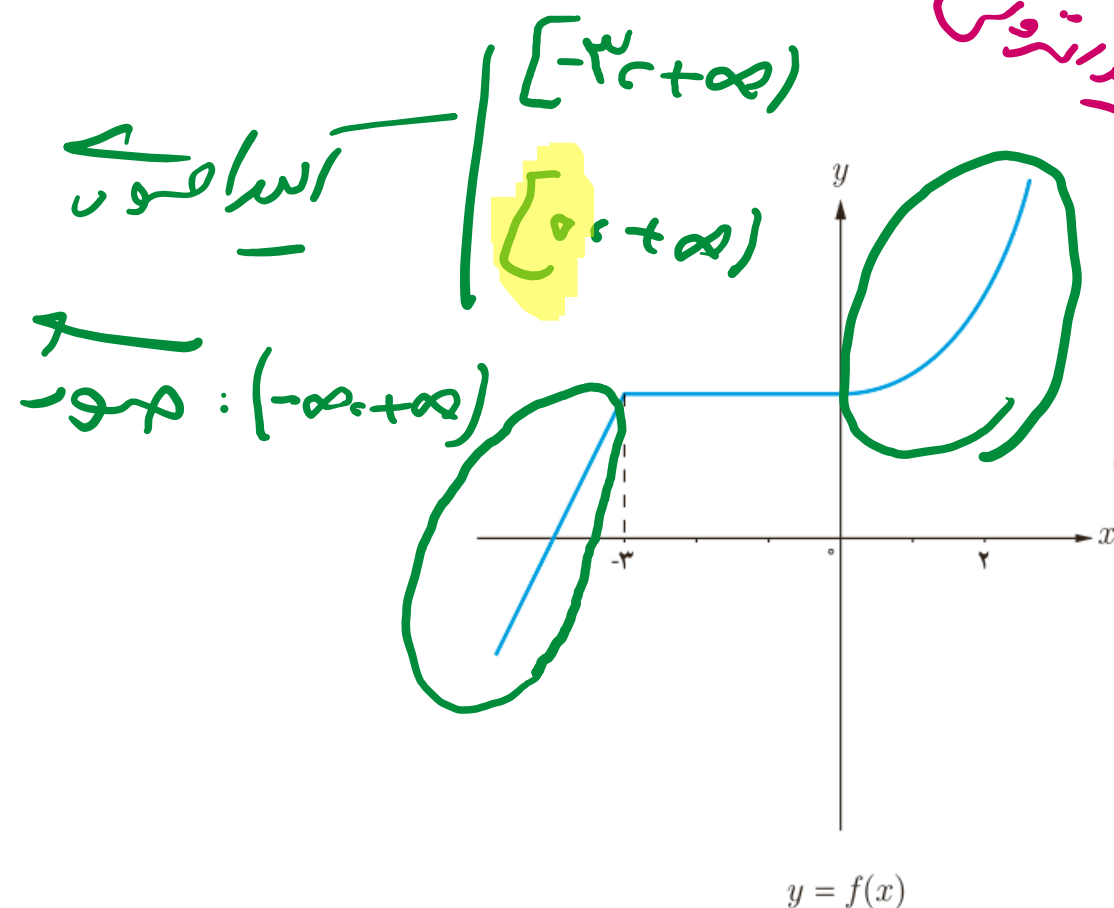
$$f \left| \begin{array}{l} 3 \\ 2 \end{array} \right. \rightarrow f^{-1} \left| \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \right.$$

$$y-1 = (x-2)^3 \rightarrow \sqrt[3]{y-1} = x-2 \rightarrow \sqrt[3]{y-1} + 2 = x$$

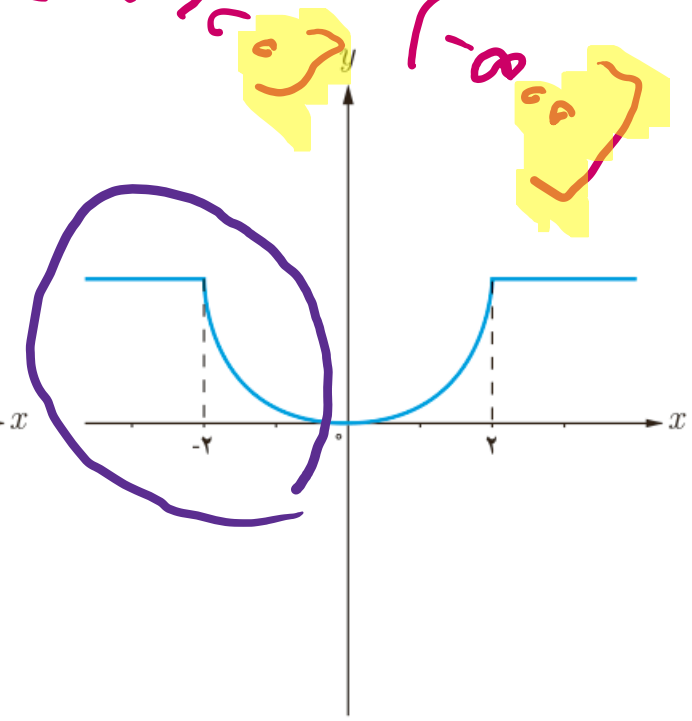
$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2$$

۲ نمودار توابع f ، g و h در زیر رسم شده اند.

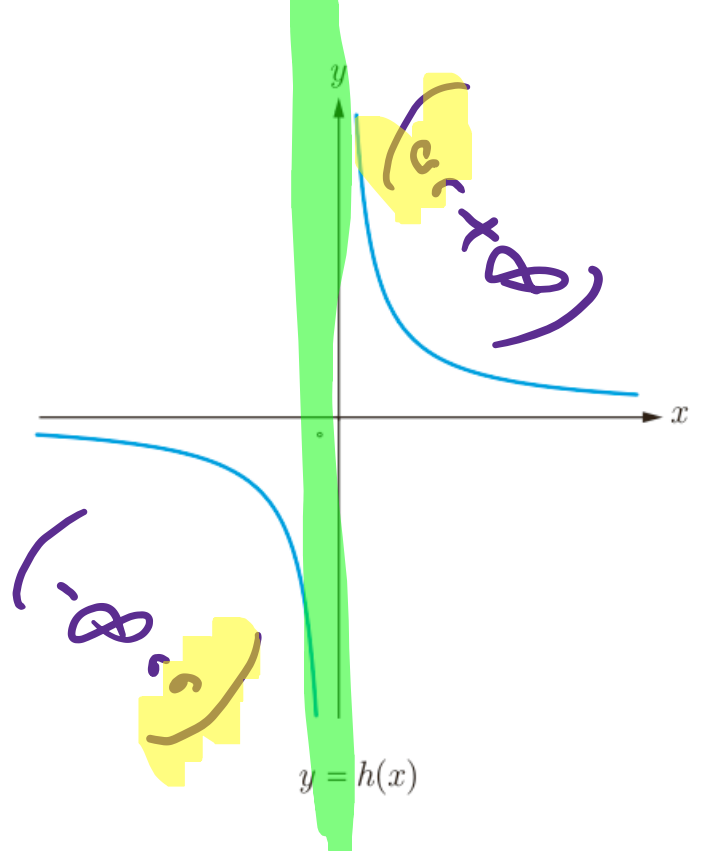
نمودار هر یک از توابع



$y = f(x)$



$y = g(x)$



$y = h(x)$

- الف) تابع f در چه فاصله‌هایی اکیداً صعودی و در چه فاصله‌هایی صعودی است؟
- ب) تابع g در چه فاصله‌هایی اکیداً نزولی و در چه فاصله‌هایی نزولی است؟
- پ) تابع h در چه فاصله‌هایی اکیداً نزولی است؟

ALIGEBRA.COM

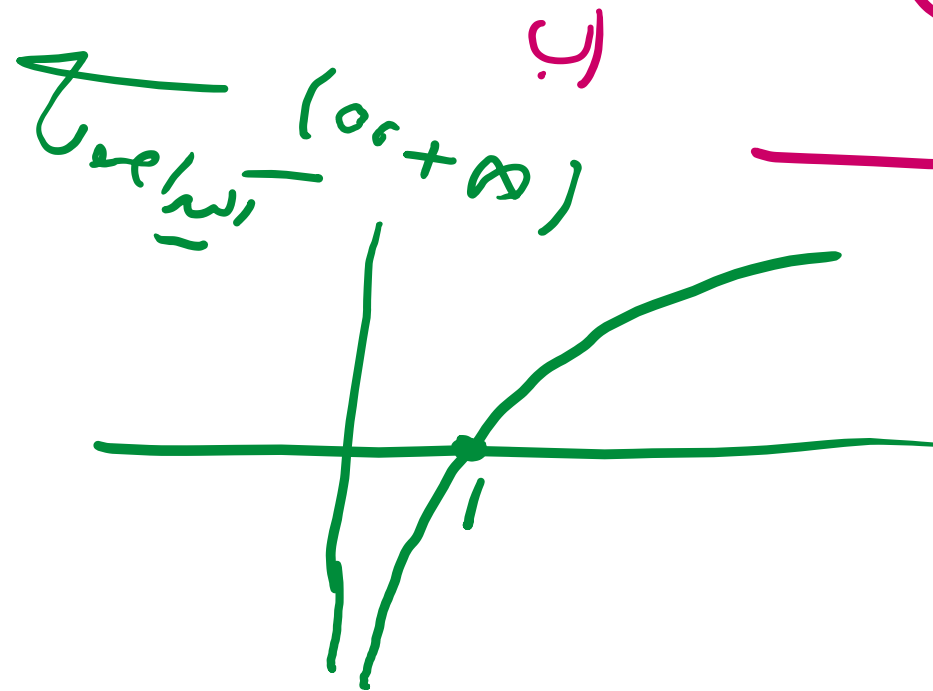
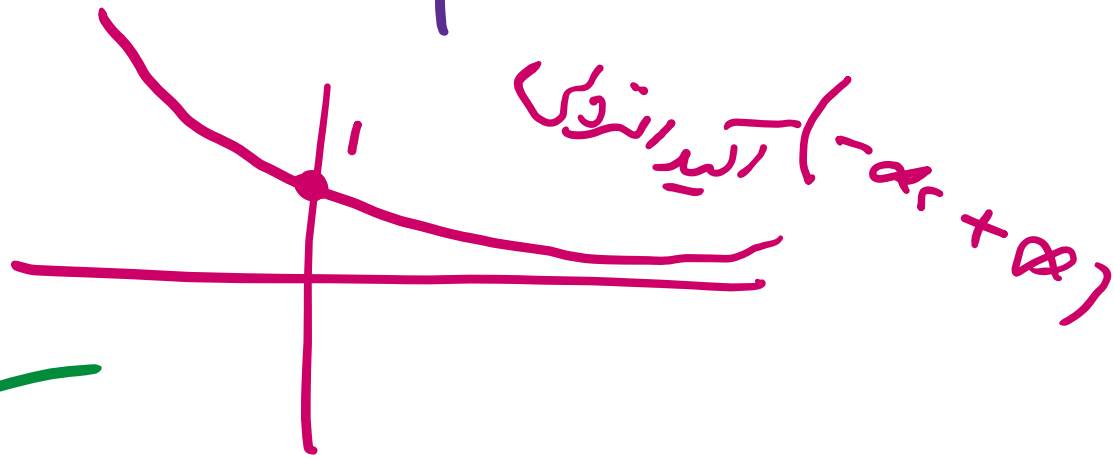
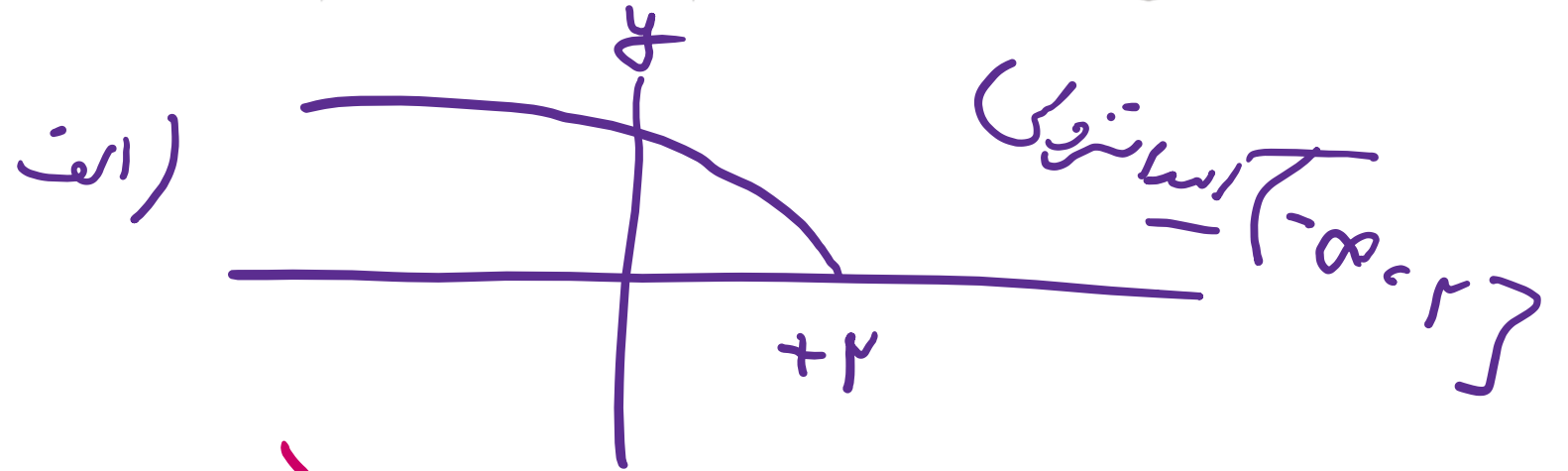
۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۳ نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید. کدام یک از آنها در تمام دامنه خود، اکیداً یکنواست؟

الف) $f(x) = \sqrt{2-x}$

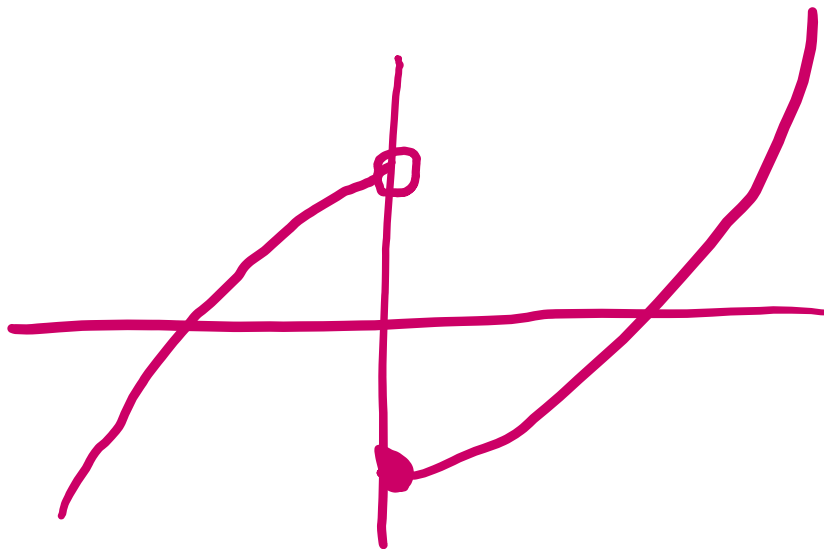
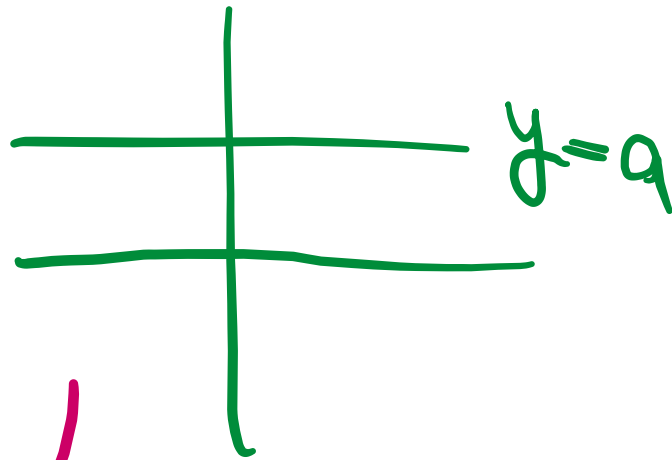
ب) $g(x) = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

پ) $h(x) = \log_2 x$



الف) آیا تابعی وجود دارد که در یک فاصله، هم صعودی و هم نزولی باشد؟
 ب) نمودار تابعی را رسم کنید که در هر یک از بازه‌های $(-\infty, 0)$ و $[0, +\infty)$ اکیداً صعودی باشد ولی در \mathbb{R} اکیداً صعودی نباشد.

$$y = a \quad (\text{الف})$$



۵ اگر توابع f و g در یک فاصله اکیداً صعودی باشند، نشان دهید که تابع $f + g$ نیز در این فاصله اکیداً صعودی است. برای

تابع $f - g$ چه می توان گفت؟

$$\begin{aligned} x_1 < x_2 &\rightarrow f(x_1) < f(x_2) \\ x_1 < x_2 &\rightarrow g(x_1) < g(x_2) \end{aligned} \rightarrow f(x_1) + g(x_1) < f(x_2) + g(x_2)$$

$$\begin{cases} f(x) = \varepsilon x \\ g(x) = 2x \end{cases} \rightarrow f - g = 2x \quad \leftarrow \text{کاهش}$$

$$\begin{cases} f(x) = 2x \\ g(x) = \varepsilon x \end{cases} \rightarrow f - g = -2x \quad \leftarrow \text{رشد}$$

۶ اگر باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $x^3 + kx^2 + 2$ بر $x - 2$ برابر با ۶ باشد، k را تعیین کنید.

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

$$(2)^3 + k(2)^2 + 2 = 6$$

$$k = -1$$

۷ مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow 1 + a + 2b + 1 = 0 \rightarrow a + 2b = -2$$

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow -1 + a - b + 1 = 0 \rightarrow a = b$$

$$a = -\frac{2}{3}$$
$$b = -\frac{2}{3}$$

۸ هر یک از چند جمله‌ای‌های زیر را بر حسب عامل‌های خواسته شده تجزیه کنید.

الف) $x^6 - 1$ با عامل $x - 1$

ب) $x^6 - 1$ با عامل $x + 1$

پ) $x^5 + 32$ با عامل $x + 2$

$$\text{الف) } x^6 - 1 = (x - 1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

$$\text{ب) } x^6 - 1 = (x + 1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$$

$$\text{پ) } x^5 + 32 = (x + 2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$$

الف) فرض کنید تابع f در یک بازه اکیداً نزولی باشد و a و b متعلق به این بازه باشند. اگر $f(a) \leq f(b)$ نشان دهید که $a \geq b$.

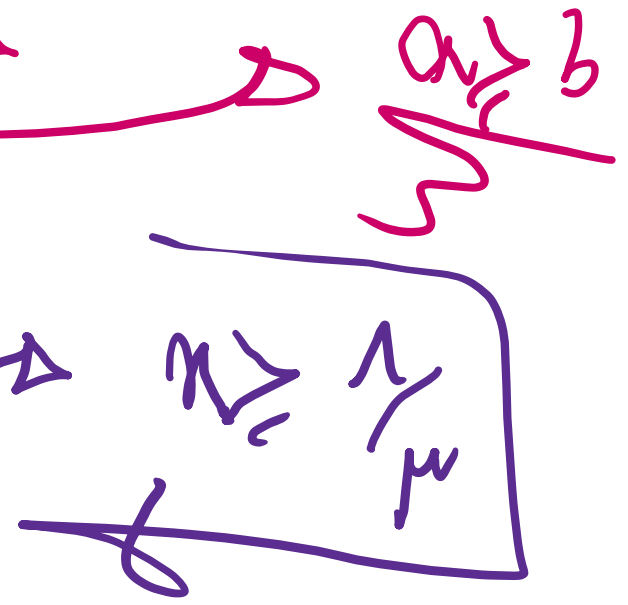
ب) اگر $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} \leq \frac{1}{64}$ ، حدود x را به دست آورید.

برهان صنف

$a < b \rightarrow f(a) > f(b)$

خلاف فرض

$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^4 \rightarrow 3x-2 \geq 4 \rightarrow x \geq \frac{6}{3}$



$f(a) \geq f(b) \rightarrow$
 نزولی $\rightarrow a \leq b$
 صعودی $\rightarrow a \geq b$

علی جیرا سایت تخصصی آموزش آنلاین

WWW.ALICEBRA.COM

AG

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

