

ریاضی یازدهم تجربی

(آمار و احتمال)

گام به گام فصل هفتم

علی هاشمی

۱ در پرتاب یک تاس فرض کنید پیشامد A ظاهر شدن عدد زوج، پیشامد B ظاهر شدن عددی مضرب ۳ و پیشامد C ظاهر شدن عددی بزرگ‌تر از ۲ باشد. مستقل یا غیرمستقل بودن هر دو پیشامد را بررسی کنید.

$$A = \{2, 4, 6\} \quad B = \{3, 6\} \quad C = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad / \quad P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad / \quad P(C) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6} = P(A) \cdot P(B) \quad \checkmark$$

$$P(A \cap C) = \frac{1}{3} = P(A) \cdot P(C) \quad \checkmark$$

$$P(B \cap C) = \frac{1}{3} = P(B) \cdot P(C) = \frac{2}{9} \quad \times$$

۲ یک سکه را سه بار پرتاب می‌کنیم. احتمال رو آمدن سکه در پرتاب سوم را به دست آورید، به شرط اینکه در دو پرتاب اول و دوم، پشت ظاهر شده باشد.

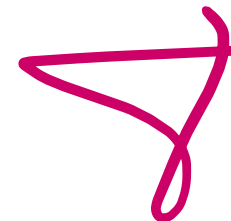
$$A = \{ (P, P, P), (P, P, R) \}$$

اول و دوم رو

$$B = \{ PPR, PRR, RPR, RRR \}$$

در پرتاب سوم رو

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{1}{2}$$



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۳ فرض کنید A و B دو پيشامد ناتهي و مستقل از يکديگرند.

الف) نشان دهيد A' و B مستقل اند.

ب) با توجه به الف) نشان دهيد A' و B' نیز مستقل اند.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A' \cap B) = P(A') \cdot P(B) = (1 - P(A)) P(B)$$

$$= P(B) - P(A) P(B) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(B - A) = P(B \cap A')$$

$$P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B') = (1 - P(A)) (1 - P(B))$$

$$= 1 - P(A) - P(B) + P(A) \cdot P(B)$$

$$= 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

$$= 1 - P(A \cup B) = P(A \cup B)' = P(A' \cap B')$$

۴ احمد به احتمال $7/10$ در تیم کوهنوردی مدرسه‌شان و به احتمال $8/10$ در تیم ملی فوتبال نوجوانان انتخاب می‌شود. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید.

$$\text{الف) } P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.128$$

الف) در هر دو تیم مورد نظر انتخاب شود.

ب) در هیچ کدام از دو تیم انتخاب نشود.

پ) فقط در تیم ملی فوتبال انتخاب شود.

ت) فقط در یکی از تیم‌ها انتخاب شود.

ث) حداقل در یکی از تیم‌ها انتخاب شود.

$$\text{ب) } P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B') = 0.04$$

$$\text{پ) } P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0.1 - 0.128 = 0.072$$

$$\text{ت) } P(A - B) + P(B - A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = 0.13$$

$$\text{ث) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.192$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵ احتمال اینکه رؤیا در درس ریاضی قبول شود، دو برابر احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال اینکه حداقل یکی از آنها در درس ریاضی قبول شوند، برابر $0/625$ باشد، رؤیا با چه احتمالی در این درس قبول خواهد شد؟

$$P(\text{درس}) = x \quad P(\text{رؤیا}) = 2x$$

$$P(A \cup B) = 0/625 \rightarrow x + 2x - 2x^2 = 0/625$$

$$\rightarrow 2x^2 + 2x - 0/625 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{125} \times \\ x = \frac{1}{125} \checkmark \end{cases}$$

$$P(\text{درس}) = \frac{1}{125}$$

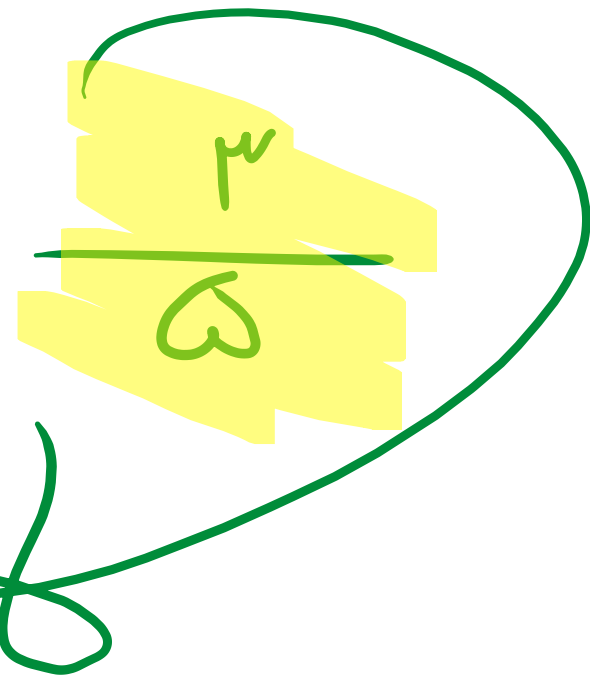
$$P(\text{رؤیا}) = \frac{1}{125}$$

۶ دو تاس با هم پرتاب شده‌اند. احتمال آنکه هر دو عدد رو شده زوج باشند، به شرط اینکه بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۸ است را به دست آورید.

$$A = \{(1, 7), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (7, 1)\}$$

$$B = \{(2, 6), (4, 4), (6, 2)\}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} =$$



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۷ ترکیبی از ۴ ماده شیمیایی داریم که دو تا از آنها مواد A و B هستند. احتمال واکنش نشان دادن ماده A، $\frac{1}{5}$ و احتمال واکنش نشان دادن ماده B، $\frac{1}{7}$ است. اگر ماده A واکنش نشان دهد، احتمال واکنش نشان دادن ماده B، $\frac{1}{4}$ خواهد شد. با چه احتمالی حداقل یکی از مواد A یا B واکنش نشان خواهد داد؟

$$P(A) = \frac{1}{5} / P(B) = \frac{1}{7} / P(B|A) = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{20}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{5}}$$

$$\rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{20}$$

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{5}}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- اگر مقدار ثابت و مثبت c از داده‌ها کم شود، انحراف معیار به اندازه $\sqrt{c}$ کاهش می‌یابد. X
- اگر مقدار ثابت و مثبت c به داده‌ها اضافه شود، ضریب تغییر بزرگ‌تر می‌شود. X
- اگر مقدار ثابت و مثبت c در داده‌ها ضرب شود، انحراف معیار c برابر می‌شود. ✓
- اگر مقدار ثابت و مثبت c در داده‌ها ضرب شود، ضریب تغییر ثابت می‌ماند. ✓

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \xrightarrow{\times c} CV_{\text{نپ}} = \frac{\sigma}{\bar{x} + c}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \xrightarrow{\times c} CV_{\text{نپ}} = \frac{\sigma \times c}{\bar{x} \times c} = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

۲ ضرب تغییرات سن دانش آموزان کلاس شما ۱۰ سال دیگر چه تغییری می کند؟

$$CV = \frac{6}{\bar{x}} \xrightarrow{x+10} CV = \frac{6}{\bar{x}+10}$$

پس

$$CV < CV$$

پس

۳ علیرضا و آرمان دو کارمند شرکت A هستند که وظایف یکسانی دارند اما حقوق دریافتی آنها به ترتیب ۱۲۰۰۰۰۰ تومان و ۱۶۰۰۰۰۰ تومان است. محمد و بهروز نیز دو کارمند شرکت B هستند که با وظایف یکسان حقوق‌هایی به ترتیب ۲۵۰۰۰۰۰ تومان و ۳۰۰۰۰۰۰ تومان دریافت می‌کنند. به نظر شما در کدام شرکت بی‌عدالتی بیشتری در پرداخت حقوق به این افراد مشاهده می‌شود؟ توضیح دهید.

۴ جدول زیر، پول توجیبی (ده هزار ریال) هفتگی پنج دوست نزدیک مینا و مریم را نشان می‌دهد. الف) میانگین و میانه پول توجیبی را برای دوستان مریم و مینا محاسبه کنید. ب) انحراف معیار پول توجیبی را برای دوستان مریم و مینا محاسبه کنید. پ) برنامه‌ریزی برای یک سفر یک روزه با دوستان برای مینا ساده‌تر است یا مریم؟

مینا	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷
مریم	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵

$$\bar{x}_{\text{مینا}} = \frac{\sum x}{n} = \frac{125}{5} = 25$$

$$s_{\text{مینا}}^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{10}{5} = 2 \rightarrow s_{\text{مینا}} = \sqrt{2}$$

$$\bar{x}_{\text{مریم}} = \frac{\sum x}{n} = \frac{125}{5} = 25$$

$$s_{\text{مریم}}^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{150}{5} = 30 \rightarrow s_{\text{مریم}} = \sqrt{30}$$

۵ میانگین، میانه و انحراف معیار نرخ تورم (مراجعه به خواندنی) سال‌های ۹۴-۸۴ را بر اساس جدول زیر محاسبه کنید.

سال	۱۳۸۴	۱۳۸۵	۱۳۸۶	۱۳۸۷	۱۳۸۸	۱۳۸۹	۱۳۹۰	۱۳۹۱	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹۴
نرخ تورم	۱۰/۴	۱۱/۹	۱۸/۴	۲۵/۴	۱۰/۸	۱۲/۴	۲۱/۵	۳۰/۵	۳۴/۷	۱۵/۶	۱۱/۹

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{۲۰۴.۵}{۱۱} = ۱۸.۵$$

$$\sigma = ۱.۵۹$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{۷۲۰.۷}{۱۱} = ۶۵.۵۲$$

$$\text{میانه} = ۱۵.۹$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۶ در جدول زیر، ارتفاع از سطح دریا برای بعضی از شهرهای استان مرکزی و کهگیلویه و بویراحمد دیده می‌شود.
(راهنمایی: $1\text{ m} = 3/281\text{ ft}$ ، فوت: ft ، متر: m)

شهر	مرکزی				کهگیلویه و بویراحمد		
	اراک	محلات	خمین	شازند	ياسوج	دهدشت	دنا
ارتفاع از سطح دریا	۱۷۰۸ (m)	۱۷۷۵ (m)	۱۸۳۰ (m)	۱۹۲۰ (m)	۶۱۳۵/۴۷ (ft)	۳۲۴۸/۱۹ (ft)	۷۲۱۸/۲۰ (ft)

الف) میانگین ارتفاع از سطح دریا در شهرهای استان مرکزی چقدر است؟

ب) انحراف معیار ارتفاع از سطح دریا در شهرهای استان مرکزی چقدر است؟

پ) ارتفاع از سطح دریا برای شهرهای کدام استان بیشتر است؟

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 1801,25^m$$

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = 19,19\%$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 5533,92\text{ ft}$$

$$s = \sqrt{19,19}$$

$$\bar{x} = 1989,47^m$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی جبرا سایت تخصصی ریاضی فیزیک

WWW.ALICEBRA.COM



۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

