

ریاضی یازدهم تجربی

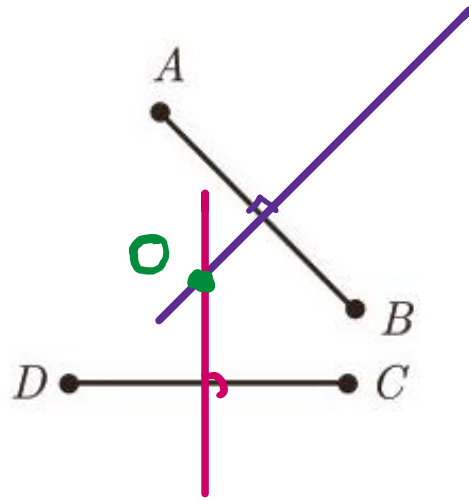
(هندسه)

گام به گام فصل دوم

علی هاشمی

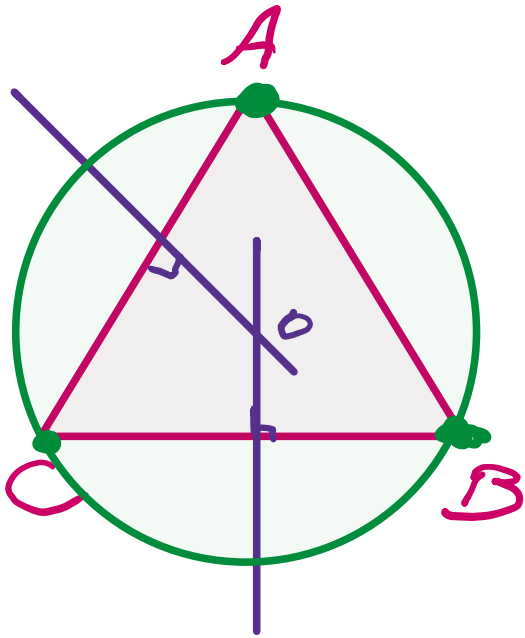
۱ الف) دو پاره خط AB و CD مطابق شکل داده شده اند. نقطه ای بیابید که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشد و از دو نقطه C و D نیز به یک فاصله باشد.

ب) نقطه مورد نظر در قسمت الف) را O می نامیم. اگر نقطه O روی عمود منصف پاره خط BC باشد و G دایره ای به مرکز O و به شعاع OA باشد، رأس های چهارضلعی $ABCD$ نسبت به دایره G چه وضعیتی دارند؟ چرا؟



$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \\ OD = OC \\ OB = OC \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{R \quad R \quad R \quad R} OA = OB = OC = OD \\ OA = R \end{array}$$

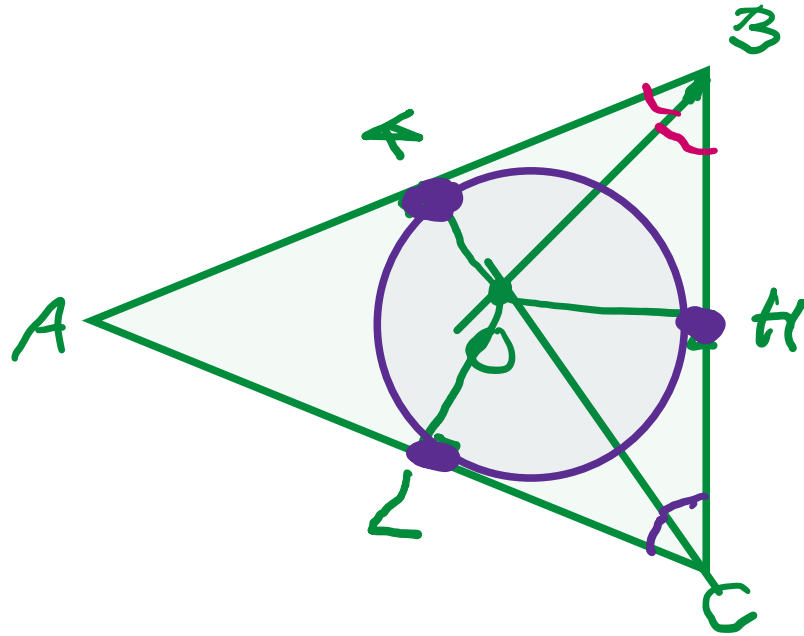
۲ مثلی دلخواه رسم کنید و آن را ABC بنامید. عمود منصف‌های دو ضلع این مثلث را رسم کنید و نقطه برخورد آنها را O بنامید. به مرکز O و به شعاع OA یک دایره رسم کنید. نقاط B و C نسبت به این دایره چه وضعیتی دارند؟ چرا؟



$$\begin{aligned} OA &= OC \\ OB &= OC \end{aligned} \rightarrow OA = OB$$

$$OA = R \rightarrow OA = OC = OB = R$$

۳ مثلی دلخواه رسم کنید و آن را ABC بنامید. نیمسازهای دو زاویه این مثلث را رسم کنید و نقطه برخورد آنها را O بنامید. از نقطه O بر سه ضلع مثلث عمود رسم کنید و پای یکی از عمودها را H بنامید. به مرکز O و به شعاع OH دایره ای رسم کنید. اضلاع مثلث ABC نسبت به این دایره چه وضعیتی دارند؟ چرا؟



$$BO \text{ نیز } \rightarrow OK = OH$$

$$CO \text{ نیز } \rightarrow OL = OH$$

$$\rightarrow OL = OK = OH$$

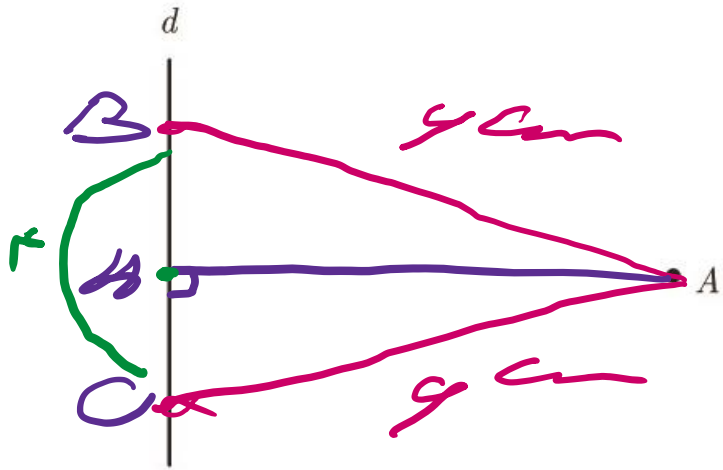
۴ فرض کنید نقطه A به فاصله ۲ سانتی متر از خط d باشد. روش رسم هریک از مثلث های

زیر را توضیح دهید.

الف) مثلثی متساوی الساقین که A یک رأس آن و قاعده آن بر خط d منطبق باشد.

ب) مثلثی که شرایط (الف) را داشته باشد و طول ساق آن ۶ سانتی متر باشد.

پ) مثلثی رسم کنید که شرایط قسمت (الف) را داشته باشد و مساحت آن $8cm^2$ باشد.

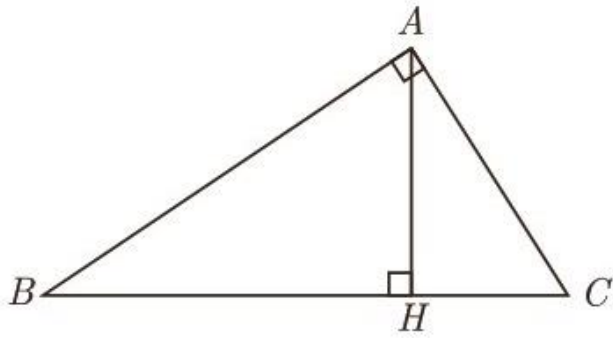


$$S = \frac{1}{2} \times AA' \times BC \rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times 2 \times BC$$

$$\rightarrow BC = 1$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



۱ در شکل مقابل مساحت مثلث قائم الزاویه ABC را به دو روش محاسبه کنید و از تساوی دو عبارت به دست آمده برای مساحت مثلث، یک تناسب به دست آورید.

$$S = \frac{1}{2} \times AH \times BC$$
$$S = \frac{1}{2} \times AB \times AC \rightarrow \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} AB \times AC$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AH}{AC}$$

۲ در هر مورد، مقدار عددی نسبت $\frac{a}{b}$ را به دست آورید.

الف) $\frac{a}{10+a} = \frac{b}{1+b}$

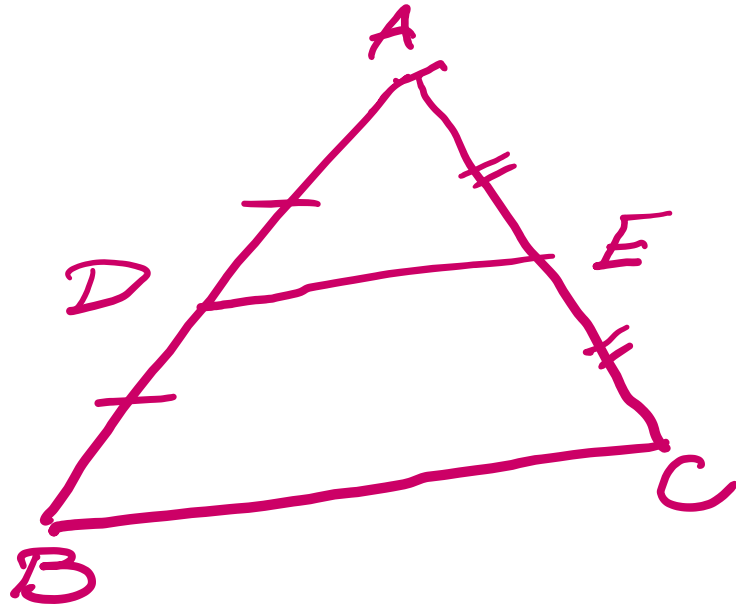
ب) $\frac{3a+10}{10+2a} = \frac{3b+7}{7+2b}$

الف) $\frac{a}{10} = \frac{b}{1} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{1} = \frac{10}{1}$

ب) $\frac{a}{10+2a} = \frac{b}{7+2b} \rightarrow \frac{a}{10} = \frac{b}{7}$

$\frac{a}{b} = \frac{10}{7}$

۳ ثابت کنید در هر مثلث، پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل کند، با ضلع سوم موازی و مساوی نصف آن است.



فرض $AE = EC$ و $AD = DB$

$DE \parallel BC$

عکس $DE \parallel BC$

$$AD = DB$$

$$\rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$AB = AD + DB$$

$$AE = EC$$

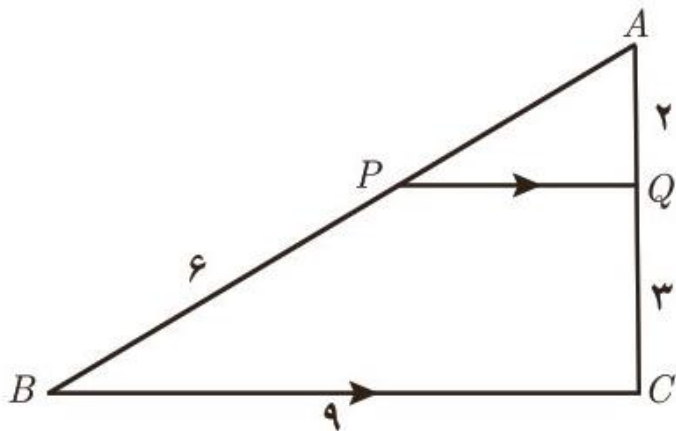
$$AC = AE + EC \rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

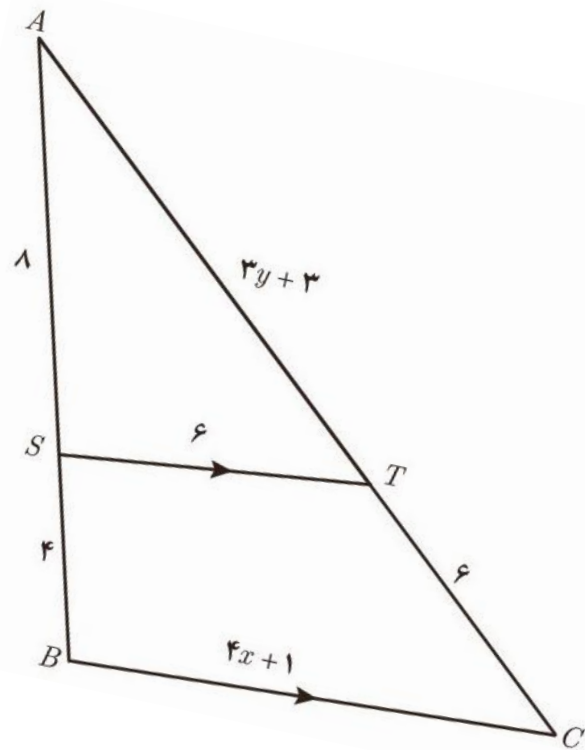
۴ در شکل مقابل $PQ \parallel BC$ است. طول پاره‌خط‌های AP و PQ را به دست آورید.



$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} \rightarrow \frac{AP}{4} = \frac{2}{3} \rightarrow AP = \frac{8}{3}$$

$$\frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BC} \rightarrow \frac{\frac{8}{3}}{10} = \frac{PQ}{9} \rightarrow PQ = \frac{24}{5}$$

۵ در شکل مقابل $ST \parallel BC$ است. مقادیر x و y را به دست آورید.



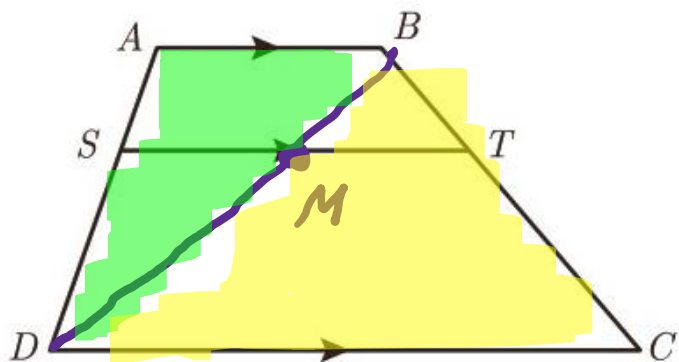
$$\frac{AS}{AB} = \frac{ST}{BC} \rightarrow \frac{1}{y+1} = \frac{x}{x+1}$$

$$\rightarrow x+1=9 \rightarrow x=8 \rightarrow y=2$$

$$\frac{1}{y} = \frac{y+1}{x} \rightarrow y = \frac{y+1}{2} \rightarrow y+1=2 \rightarrow y=1$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



۶ در دوزنقه مقابل $AB \parallel ST \parallel DC$ است. ثابت کنید: $\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$
(راهنمایی: یکی از قطرهای را رسم کنید.)

$$\frac{AS}{SD} = \frac{BM}{MD}$$

$$\frac{BT}{TC} = \frac{BM}{MD}$$

$$\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$$

۷ در هر مورد با عوض کردن جای فرض و حکم عکس آنچه را داده شده است، بنویسید.

الف) اگر در مثلثی سه ضلع برابر باشند، آنگاه سه زاویه نیز برابر خواهند بود.

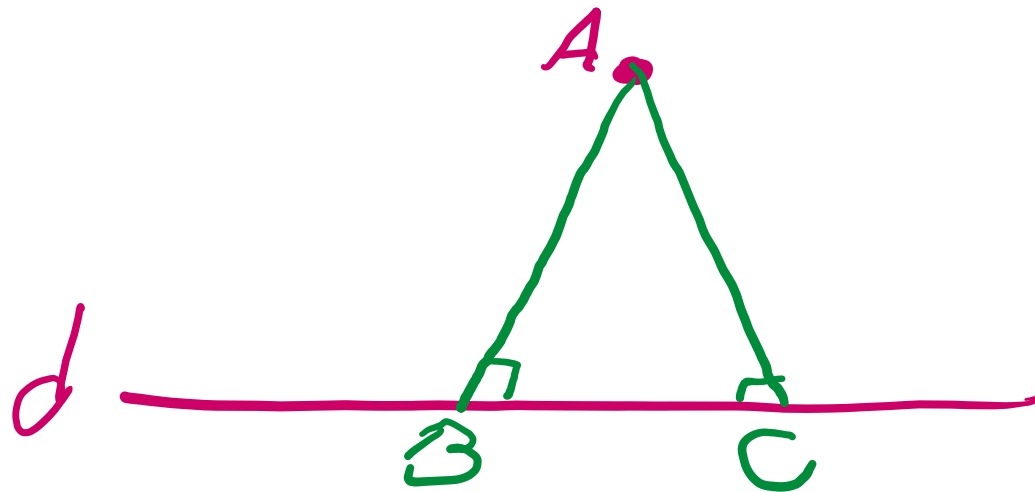
ب) اگر در یک چهارضلعی اضلاع روبه‌رو موازی باشند، در این صورت زوایای مقابل با هم برابرند.

پ) اگر رأس‌های یک چهارضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند، در این صورت زوایای مقابل آن چهارضلعی مکمل‌اند.

ت) در یک مثلث اگر دو ارتفاع نابرابر باشند، «ضلع متناظر به ارتفاع بزرگ‌تر» کوچک‌تر است از «ضلع مقابل به ارتفاع کوچک‌تر».

(راهنمایی: شکل بکشید و به زبان ریاضی بنویسید)

۸ با برهان خلف ثابت کنید نمی توان از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، دو عمود بر آن خط رسم کرد.



فرض: نقطه A غیر واقع بر خط
حکم: از این نقطه تنها یک عمود
بر خط رسم کرد.

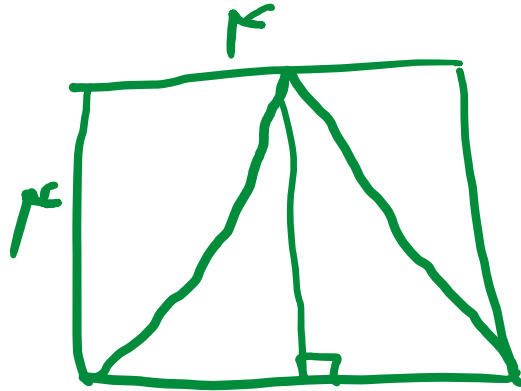
$$\hat{B} + \hat{C} + \hat{A} = 180 \rightarrow \hat{A}' > 0 \quad \text{X}$$

۹ هر یک از حکم‌های کلی زیر را با یک مثال نقض رد کنید.

الف) هیچ عدد اولی بزرگ‌تر از ۱۲۷ وجود ندارد.

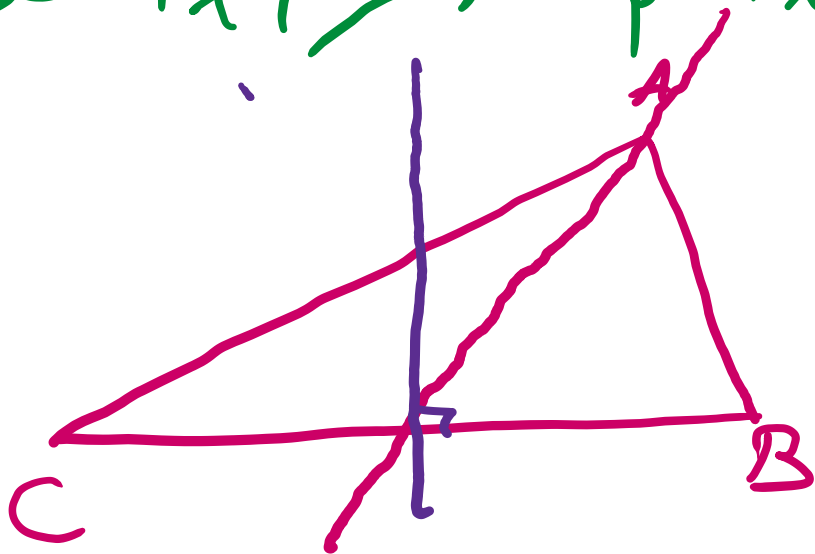
ب) مساحت هر مثلث از مساحت هر مربع بیشتر است.

پ) در هر مثلث اندازه هر ضلع از اندازه هر ارتفاع بزرگ‌تر است.



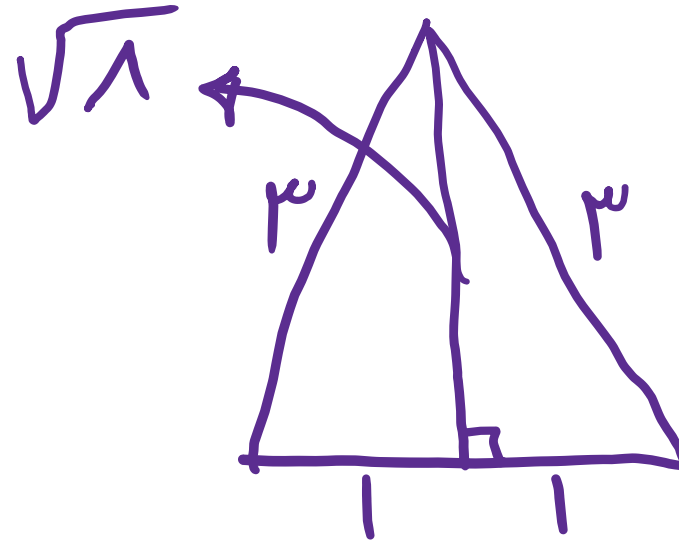
ب)

$$S = 4 \times 4 > S = \frac{1}{2} \times 4 \times 4$$



پ)

الف) ۱۳۱

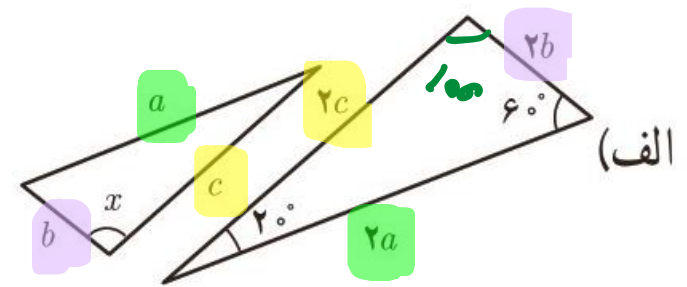
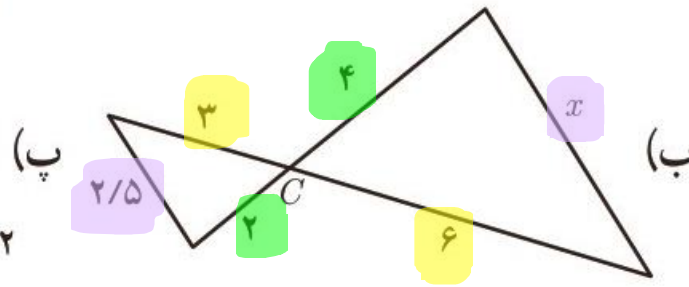
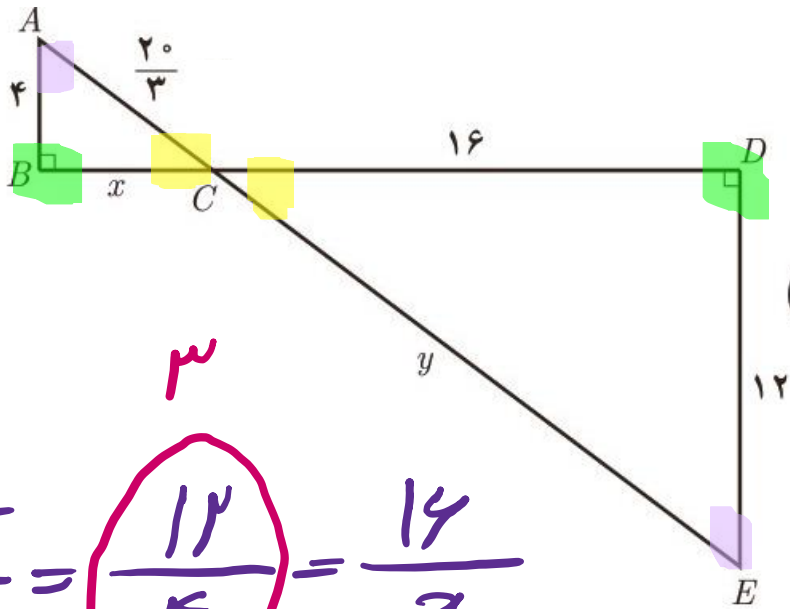


پ)

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱ در هر قسمت تشابه مثلث‌ها را ثابت کنید و مقادیر x و y را مشخص نمایید.



$$\frac{y}{\frac{1}{2}} = \frac{12}{\frac{1}{4}} = \frac{14}{2}$$

$$\frac{14}{2} = 7 \rightarrow x = \frac{14}{7}$$

$$\frac{7}{\frac{1}{2}} = 7 \rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{7}{y} = \frac{14}{x}$$

$$x = 14$$

$$\frac{a}{\frac{1}{2}a} = \frac{b}{\frac{1}{2}b} = \frac{c}{\frac{1}{2}c} = \frac{1}{2} \checkmark$$

$$x = 100$$

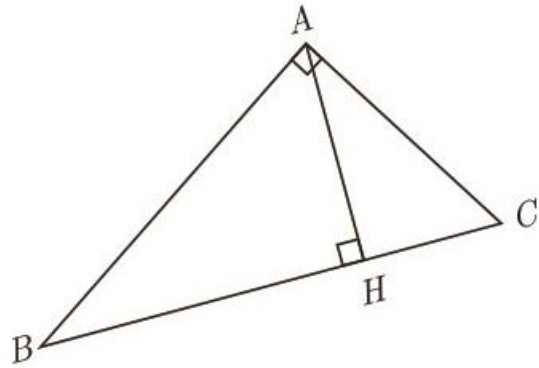
ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲ در مثلث قائم الزاویه روبه‌رو در هر حالت، اندازه پاره‌خط خواسته شده را به دست آورید.

الف) $BC=10$ و $BH=9$ و $AH=?$ و $AB=?$ و $AC=?$

ب) $AC=5$ و $CH=2$ و $BC=?$ و $AH=?$ و $AB=?$



$$BC = BH + HC \rightarrow HC = 1, \quad AH^2 = BH \cdot CH \rightarrow AH = 3$$

$$AB^2 = BH \cdot BC = 90 \rightarrow AB = \sqrt{90}, \quad AC^2 = CH \cdot BC = 10 \rightarrow AC = \sqrt{10}$$

$$AC^2 = HC \cdot BC \rightarrow BC = \frac{25}{2} = 12.5, \quad AB^2 = BH \cdot BC \rightarrow AB = \sqrt{131.25}$$

$$AH^2 = BH \cdot HC = 21 \rightarrow AH = \sqrt{21}$$

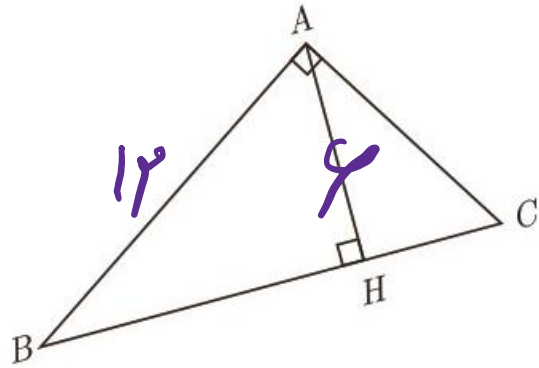
ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲ در مثل قائم الزاویه روبه‌رو در هر حالت، اندازه پاره خط خواسته شده را به دست آورید.

پ) $AB=8$ و $AC=6$ و $BC=?$ و $AH=?$

ت) $AB=12$ و $AH=6$ و $BH=?$ و $BC=?$ و $AC=?$



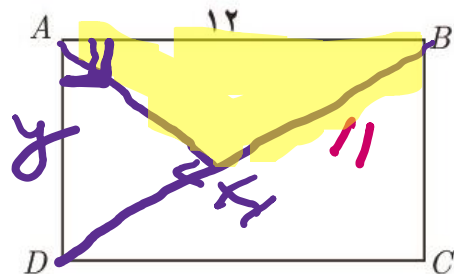
$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \rightarrow BC = 10$$

$$AC \times AB = AH \times BC \rightarrow AH = 4.8$$

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \rightarrow BH = \sqrt{10.4}$$

$$AB^2 = BH \cdot BC \rightarrow BC = 11.25$$

$$AC \times AB = AH \times BC \rightarrow AC = 7.5$$



۳ شکل مقابل مستطیلی به طول ۱۲ است. اگر از نقطه A عمودی بر قطر BD رسم کنیم و پای این عمود را H بنامیم، طول BH برابر ۱۱ است. اندازه عمود رسم شده، طول قطر مستطیل و اندازه عرض مستطیل را محاسبه کنید.

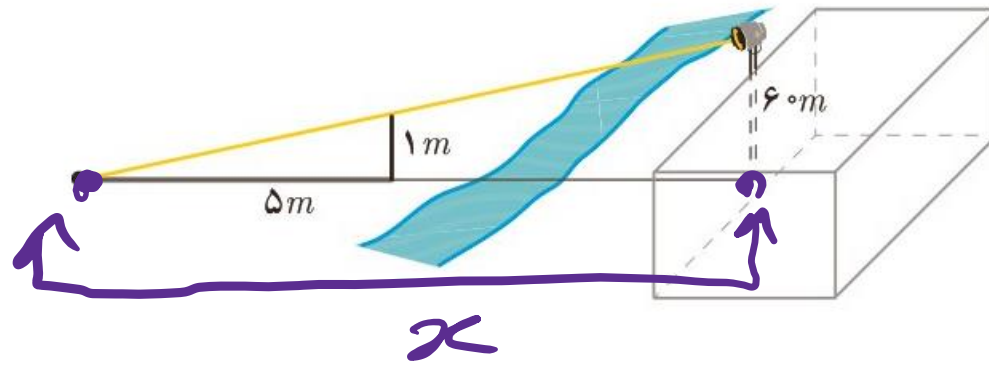
$$AB^2 = BH^2 + AH^2 \rightarrow 12^2 = 11^2 + AH^2 \rightarrow AH = \sqrt{23}$$

$$AH^2 = DH \times BH \rightarrow 23 = DH \times 11 \rightarrow DH = \frac{23}{11}$$

$$y^2 = DH \times DB \rightarrow y = \sqrt{\frac{23}{11} \left(11 + \frac{23}{11} \right)} = \frac{12}{11} \sqrt{23}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

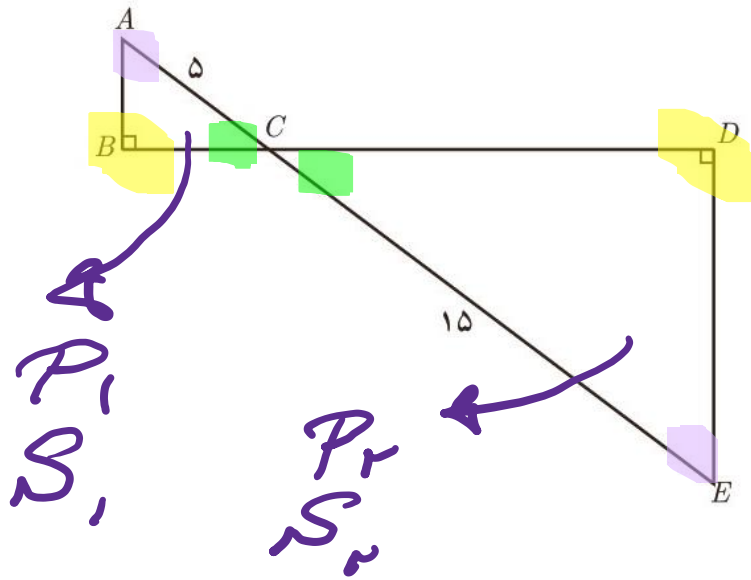


۴ بر دیوار یک کمپ نظامی نورافکنی به ارتفاع ۶۰ متر (مانند شکل) قرار گرفته است. فردی که در طرف دیگر رودخانه است، می خواهد فاصله خود را تا پایه نورافکن محاسبه کند. برای این کار چوبی به طول یک متر را روی زمین قرار می دهد و مشاهده می کند که طول سایه چوب برابر ۵ متر است. فاصله این مرد تا پای نورافکن چقدر است؟

$$\frac{5}{x} = \frac{1}{60}$$

$$\rightarrow x = 300$$

۵ در شکل مقابل دو مثلث قائم الزاویه مشاهده می کنید. نسبت محیط ها و مساحت های آنها را به دست آورید.



$$CBA \sim CDE$$

$$K = \frac{15}{5} = 3 \rightarrow$$

$$\frac{P_2}{P_1} = K = 3$$

$$\frac{S_2}{S_1} = K^2 = 9$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۶ دو مثلث متشابه ABC و $A'B'C'$ را با نسبت تشابه K در نظر بگیرید؛ به گونه‌ای که $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = K$ باشد. حال

ارتفاع‌های AH و $A'H'$ را در دو مثلث رسم کنید.

الف) ثابت کنید مثلث‌های AHB و $A'H'B'$ متشابه‌اند.

ب) نسبت $\frac{AH}{A'H'}$ را به دست آورید.

پ) نسبت مساحت‌های $\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}}$ را محاسبه کنید.

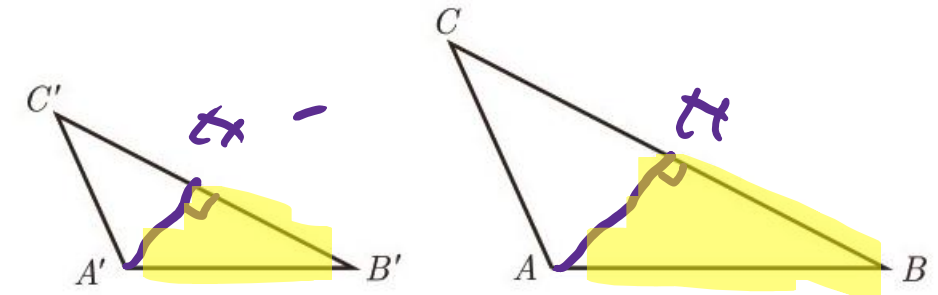
ت) نسبت محیط‌های دو مثلث ABC و $A'B'C'$ را به دست آورید.

$$\angle A = \angle A' = 90^\circ \quad \angle B = \angle B' \quad A_1 = A'_1$$

$$\frac{AH}{A'H'} = K$$

$$\frac{S_1}{S_2} = K^2$$

$$\frac{P_1}{P_2} = K$$



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی جیرا سایت تخصصی ریاضی فیزیک

WWW.ALICEBRA.COM



۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

