

ریاضی دهم تجربی

(شمارش, بدون شمردن)

گام به گام فصل ششم

علی هاشمی

۱ تعداد حالت‌های ممکن برای رمز یک دستگاه را در حالت‌های زیر به دست آورید.
 مشخص کنید برای این کار از اصل جمع استفاده می‌شود یا از اصل ضرب یا از هر دو.
 الف) این رمز از یک گزینه تشکیل شده، که یک عدد یا یک حرف الفبای فارسی است.
 ب) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که گزینه اول یک عدد و گزینه دوم یک حرف الفبای فارسی است.

پ) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که یکی از گزینه‌ها یک عدد و گزینه دیگر یک حرف الفبای فارسی است.

ت) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که یا هر دو گزینه عددند یا هر دو گزینه حروف انگلیسی‌اند.

ث) این رمز از ۴ گزینه تشکیل شده است که دو گزینه اول اعداد غیرتکراری و دو گزینه دوم حروف انگلیسی غیرتکراری‌اند.

$$\text{الف) } 10 + 32 = 42$$

$$\text{ب) } 10 \times 32 = 320$$

$$\text{پ) } 32 + 320 = 352$$

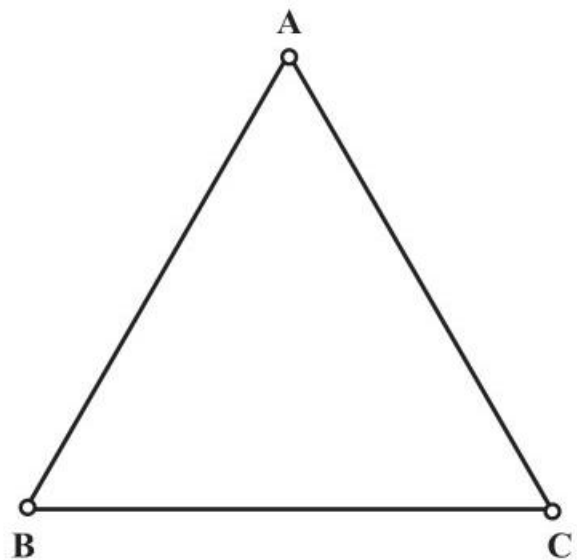
$$\text{ت) } 10 \times 10 + 26 \times 26 = 766$$

$$\text{ث) } 10 \times 9 \times 26 \times 25 = 5850$$

۲ در یک شهرک صنعتی ۵ بلوار اصلی و در هر بلوار، بین ۸ تا ۱۰ خیابان، و در هر خیابان بین ۱۰ تا ۱۲ کوچه و در هر کوچه بین ۲۰ تا ۳۰ کارخانه وجود دارد. حداقل و حداکثر تعداد کارخانه هایی که ممکن است در این شهرک وجود داشته باشد، چند تا است؟

$$\text{حداقل} = 5 \times 1 \times 10 \times 2 = 100$$

$$\text{حداکثر} = 5 \times 10 \times 12 \times 30 = 1800$$



۳ می خواهیم رأس های مثلث زیر را با دو رنگ قرمز و آبی رنگ کنیم.

الف) به چند طریق این کار امکان پذیر است؟

ب) به چند طریق می توان این رنگ آمیزی را انجام داد، به گونه ای که رأس هایی که به هم وصل اند، هم رنگ نباشند.

پ) هر دو قسمت الف) و ب) را در حالتی که از سه رنگ مختلف استفاده می کنیم، بررسی کنید.

الف) $2 \times 2 \times 2 = 1$ ب)

وجود ندارد

۱) $3 \times 3 \times 3 = 27$

۲) $3 \times 2 \times 1 = 6$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴ با پلاک‌هایی به صورت زیر که عدد دو رقمی سمت راست آنها از مجموعه A انتخاب

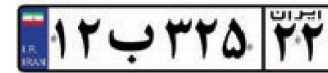
$$A = \{11, 22, \dots, 99\}$$

شوند و سایر ارقام از مجموعه B انتخاب شوند و حرف استفاده شده در آن از مجموعه C

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

انتخاب شود، چند ماشین را می‌توان شماره گذاری کرد؟

$$C = \{ي, ه, و, ن, م, ل, ق, ط, ص, س, د, ج, ب\}$$



$$\frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \times \frac{13}{C} \times \frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \times \frac{9}{A}$$

$$= 4, 9, 1, 7, 3, 3$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵ در یک کشور نوعی اتومبیل در ۵ مدل، ۱۰ رنگ، ۳ حجم موتور مختلف و ۲ نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می شود.

الف) چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می شود؟

ب) اگر یکی از رنگ های تولید شده مشکی باشد، چند نوع از این اتومبیل با رنگ مشکی تولید می شود؟

پ) چند نوع از این اتومبیل مشکی دنده اتوماتیک تولید می شود؟

$$\text{الف)} \quad 2 \times 3 \times 10 \times 5 = 300$$

$$\text{ب)} \quad 2 \times 3 \times 1 \times 5 = 30$$

$$\text{پ)} \quad 2 \times 3 \times 1 \times 5 = 30$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۶ یک آزمون چندگزینه‌ای شامل ۱۰ سؤال ۴ گزینه‌ای و ۵ سؤال ۲ گزینه‌ای (بله - خیر) است. فردی قصد دارد به سؤال‌ها به صورت تصادفی جواب دهد. او به چند روش می‌تواند این کار را انجام دهد اگر:

الف) اگر مجبور باشد به همه سؤال‌ها جواب دهد؟

ب) بتواند سؤال‌ها را بدون جواب هم بگذارد؟

$$\text{الف) } \overbrace{1 \times 1 \times 1 \times \dots \times 1}^{10} \times \overbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}^5 = 1^{10} \times 2^5$$

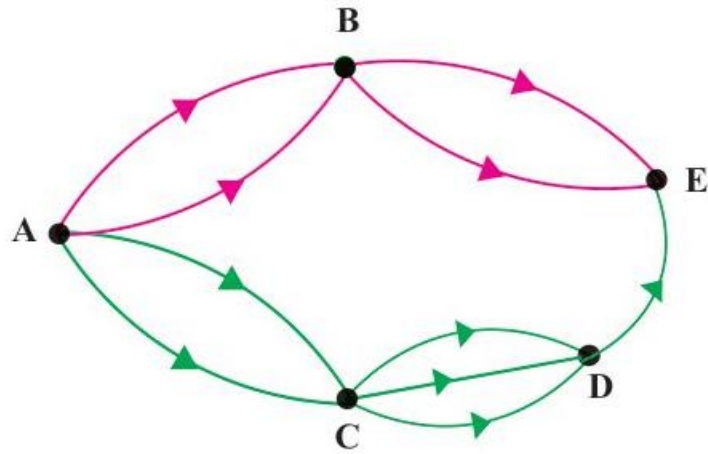
$$= \underbrace{1^{10}}_{10} \times \underbrace{2^5}_{5} = \underbrace{2^5}_{5}$$

$$\text{ب) } \underbrace{0 \times 0 \times 0 \times \dots \times 0}_{10} \times \underbrace{1 \times 1 \times \dots \times 1}_5 = \underbrace{0 \times 1}_{0}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۷ اگر شکل مقابل نشان دهنده جاده‌های بین شهرهای A و B و C و D و E باشد و همه جاده‌ها یک طرفه باشند، به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر E رفت؟



$ABE + ACDE$

$$1 \times 1 + 1 \times 1 \times 1 = 1 + 1 = 2$$

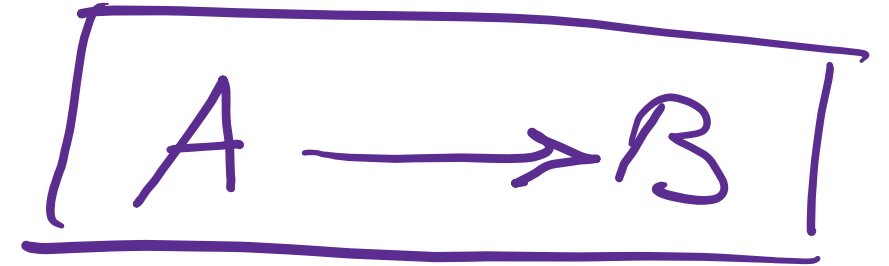
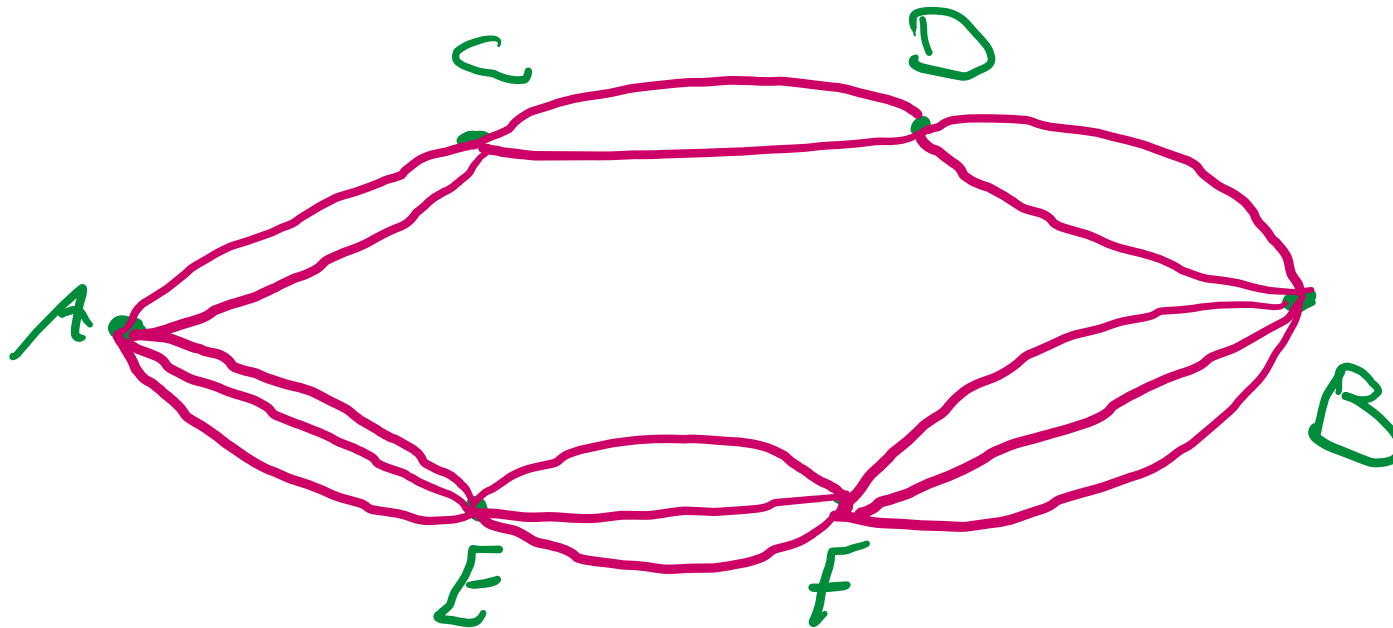
۸ مسئله زیر را به گونه ای کامل کنید که جواب ارائه شده، درست باشد.
 مسئله : چند عدد دو رقمی زوج می توان نوشت؛ به طوری که ... دهگان با اعداد فرد نیز برابر باشد

حل : تعداد راه های نوشتن یکان برابر ۵ تاست و تعداد راه های نوشتن دهگان برابر ۴ تاست . لذا با توجه به اصل ضرب ۲۰ عدد با شرایط مورد نظر وجود دارد.

$$\frac{4}{1, 2, 3, 4} \times \frac{5}{0, 1, 2, 3, 4} = 20$$

۹ مسئله‌ای طرح کنید که با استفاده از اصل جمع یا اصل ضرب و یا هردوی آنها حل شود و جواب آن به صورت زیر باشد.

$$2 \times 2 \times 2 + 3 \times 3 \times 3 = 35$$



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱ در یک لیگ فوتبال ۱۸ تیم قرار دارند. در پایان این لیگ تیم‌های اول تا سوم به چند حالت مختلف می‌توانند مشخص شوند؟

$$\frac{18}{1} \times \frac{17}{1} \times \frac{16}{1} = 4199$$

$$P(18, 3) = \frac{18!}{15!} = \frac{18 \times 17 \times 16 \times 15!}{15!} = 4199$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲ از بین تعدادی کتاب مختلف می خواهیم سه کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه ای بچینیم.
اگر تعداد حالت های مختلف برای این کار ۲۱۰ تا باشد، تعداد کتاب ها چند تا است؟

$$\frac{n}{1} \times \frac{n-1}{2} \times \frac{n-2}{3} = 210 \rightarrow 1 \times 2 \times 3$$

$$n = 1$$

۳ کدام یک از موارد زیر درست و کدام نادرست است؟

$\times$ $6! = 3! + 3!$

$5 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \neq 1 \times 1 + 1 \times 1$

$\checkmark$ $6! = 6 \times 5!$

$5! = 5 \times \boxed{4 \times 3 \times 2 \times 1}$

$\times$ $8! = 4! \times 2!$

$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \neq 1 \times 1 \times 1 \times 1$

$\times$ $2 \times 3! = 6!$

$1 \times 1 \times 1 \neq 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$

$\times$ $(3!)^2 = 9!$

$1 \times 1 \times 1 \times 1 \neq 9 \times 1 \times \dots \times 1$

$\times$ $4! = \frac{8!}{2!}$

$\frac{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1}{2} \neq 1 \times 1 \times 1$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴ در یک نوع ماشین حساب کوچک که دارای ۲۰ کلید است، برای انجام یک دستور خاص باید سه کلید مشخص با ترتیبی مشخص فشار داده شوند. اگر فردی نداند سه کلید مورد نظر کدام اند و بخواهد به طور تصادفی این کار را انجام دهد و فشردن هر سه کلید ۲ ثانیه زمان بخواهد، این فرد حداکثر (در بدترین حالت) در چه زمانی می تواند دستور مورد نظر را اجرا کند؟

$$2 \times \left(\frac{18}{1} \times \frac{19}{1} \times \frac{20}{1} \right)$$

$$= 7560$$

۵) با حروف کلمه «گل پیرا» و بدون تکرار حروف

الف) چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت؟ چند تا از آنها با «گل» شروع می شود؟

ب) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت؟

پ) چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت که در آنها دو حرف «پ» و «ر» در کنار هم آمده باشند؟

ت) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت که در آنها دو حرف «پ» و «ر» در کنار هم آمده باشند؟

ث) چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه «پیرا» کنار هم آمده باشند؟

ب) $\boxed{\text{ر، گ}} \quad \boxed{\phantom{\text{ر، گ}}} \quad \boxed{\phantom{\text{ر، گ}}} \quad \boxed{\phantom{\text{ر، گ}}} \quad \boxed{\phantom{\text{ر، گ}}} \rightarrow 2 \times 5! \times \binom{4}{4} = 240$

ت) $\boxed{\text{ر، گ}} \quad \boxed{\phantom{\text{ر، گ}}} \quad \boxed{\phantom{\text{ر، گ}}} \rightarrow 2 \times 3! \times \binom{2}{2} = 2 \times 2 \times 2 = 8$

ث) $\boxed{\text{پ، ر، گ، ی، ا}} \quad \boxed{\phantom{\text{پ، ر، گ، ی، ا}}} \rightarrow 1! \times 2! \times \binom{2}{1} = 1 \times 2 \times 2 = 4$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱ یک فروشنده تنقلات در فروشگاه خود، پسته، بادام، گردو، تخمه کدو، تخمه زاینی، نخودچی و کشمش دارد. از نظر او در یک آجیل حداقل پنج نوع از تنقلات فوق باید وجود داشته باشد. او با تنقلات موجود در فروشگاهش چند نوع آجیل می تواند درست کند؟

$$\binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7}$$

$$\frac{7 \times 6}{2} + 7 + 1 = 21 + 7 + 1 = 29$$

۲ یک اداره دارای ۱۸ عضو است. این اداره دارای ۱ رئیس، ۳ معاون، ۲ حسابدار، ۶ کارشناس اداری، ۳ کارمند کارگزینی و ۳ کارشناس امور حقوقی است. این اداره ماهانه باید جلسه ای ۵ نفره جهت بررسی و تصویب آخرین طرح های پیشنهادی برگزار کند. به چند طریق این گروه ۵ نفره می تواند انتخاب شود، هرگاه:

الف) رئیس و دقیقاً یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

ب) رئیس و دقیقاً یک معاون و یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

پ) رئیس و دقیقاً یک معاون، یک حسابدار و یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

الف) $\binom{1}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{14}{3}$

ب) $\binom{1}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{14}{2}$

پ) $\binom{1}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{9}{1}$

۳ در یک کلاس تعدادی از دانش آموزان که همگی دارای شرایط علمی خوبی اند، داوطلب حضور در مسابقات علمی مدرسه هستند. معلم قصد دارد ۲ نفر را به تصادف انتخاب کند. او این دو نفر را به ۲۸ روش می تواند از بین داوطلبان انتخاب کند. تعداد داوطلبان چند نفر بوده است؟

$$\binom{n}{2} = 28 \rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 28$$

$$\rightarrow n(n-1) = 56 = 1 \times 56 \rightarrow n = 8$$

۴ گل فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۳ تا ۵ شاخه گل متمایز قرار می دهد. او چند دسته گل مختلف می تواند درست کند؟

$$\binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{10}{5}$$

$$\frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} + \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}$$

$$= 120 + 210 + 252 = 582$$

۵ یک نقاش قوطی‌هایی از ۴ رنگ قرمز، آبی، زرد و مشکی دارد. اگر او با ترکیب دو یا چند قوطی از رنگ‌های متمایز بتواند دقیقاً یک رنگ جدید به دست آورد، او چند رنگ می‌تواند داشته باشد؟

چرا با اینکه در کارهای هنری فقط از همین ۴ رنگ استفاده می‌شود، اما تعداد رنگ‌های حاصل بیشتر از جواب شماست؟

$$\binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + 4 = 4 + 6 + 4 + 4 = 18$$

۶ هفت نقطه A و B و C و D و E و F و G روی محیط یک دایره قرار دارند. چند مثلث مختلف می توان کشید که رئوس آن از این هفت نقطه انتخاب شده باشند؟

$$\binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 1 \times 1} = 210$$

۷ یک آشپز ده نوع ادویه دارد. او با استفاده از هر ۳ تا از این ادویه ها یک طعم مخصوص

درست می کند. این آشپز چند طعم می تواند درست کند هرگاه

الف) هیچ محدودیتی در استفاده از ادویه ها نداشته باشد؟

ب) دو نوع ادویه هستند که با هم نمی توانند استفاده شوند؟

پ) سه ادویه هستند که نباید هر سه با هم استفاده شوند؟

ت) ادویه ها به ۲ دسته ۵ تایی تقسیم می شوند که هیچ یک از ادویه های دسته اول با هیچ یک از

ادویه های دسته دوم سازگاری ندارند؟

$$\text{الف)} \quad \binom{10}{3} = 120$$

$$\text{ب)} \quad \binom{2}{2} \binom{8}{1} = 8 \rightarrow \text{جواب} = 120 - 8 = 112$$

$$\text{پ)} \quad \binom{3}{3} = 1 \rightarrow \text{جواب} = 120 - 1 = 119$$

$$\text{ت)} \quad \binom{5}{3} + \binom{5}{3} = 2 \times \binom{5}{3} = 2 \times 10 = 20$$

۸ مسئله‌ای طرح کنید که جواب آن برابر باشد با :

$$\text{الف) } \binom{5}{3} \times \binom{6}{2}$$

$$\text{ب) } \binom{5}{3} + \binom{6}{2}$$

الف) از بین ۵ محره آبی و ۶ مهره قرمز چند محره‌ای توان انتخاب کرد؟
آبی و ۶ مهره قرمز باشد.

ب) ۱۱

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی جیرا سایت تخصصی ریاضی فیزیک

WWW.ALICEBRA.COM



۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

