

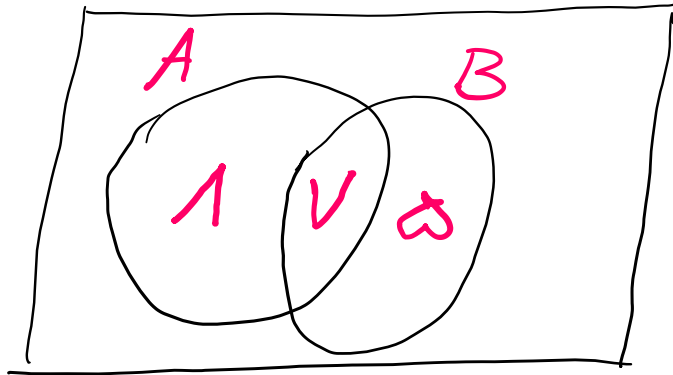
۱۰۱- در یک کلاس ۴۲ نفری، ۱۵ نفر عضو گروه آزمایشگاهی و ۱۲ نفر عضو گروه فوتبال و ۷ نفر آنان عضو هر دو گروه هستند. چند نفر آنان عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند؟

۲۲ (۴)

۲۱ (۳)

۱۸ (۲)

۱۵ (۱)



$$\text{جواب} = 42 - (1 + 7 + 5) = 22$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۰۲- اگر $A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}} (12)^{-1/5}$ باشد، حاصل $(1 + A^{-1})^{1/2}$ ، کدام است؟

$$A = \sqrt[5]{\sqrt[3]{9\sqrt{3}}} \cdot 12^{-1/5} = 3^{1/5} \times 2^{-1/5} = 3^{-1} \cdot 2^{-3/5}$$

$$A = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + 1/6}} = \sqrt{6/7} = \sqrt{6/7}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰۳- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، سهمی به معادله $y = (1-m)x^2 + 2(m-3)x - 1$ ، همواره پایین محور x ها است؟

(۴) $2 < m < 6$

(۳) $2 < m < 4$

(۲) $2 < m < 5$

(۱) $1 < m < 5$

۱) $1-m < 0 \rightarrow m > 1$ ✓

۲) $\Delta < 0 \rightarrow (m-3)^2 - (1-m)(-1) < 0$

$\rightarrow m^2 - 9m + 9 + 1 - m = m^2 - 10m + 10 < 0$

$m = 2$
 $m = 5$

$\frac{+}{-} \frac{-}{+}$

$2 < m < 5$ ✓

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰۴- نمودار تابع $y = x^2 - x - 3$ را ۲ واحد به طرف x های منفی سپس ۹ واحد به طرف y های منفی انتقال می دهیم.

نمودار جدید، در کدام بازه، زیر محور x ها است؟

(۴) $(-2, 5)$

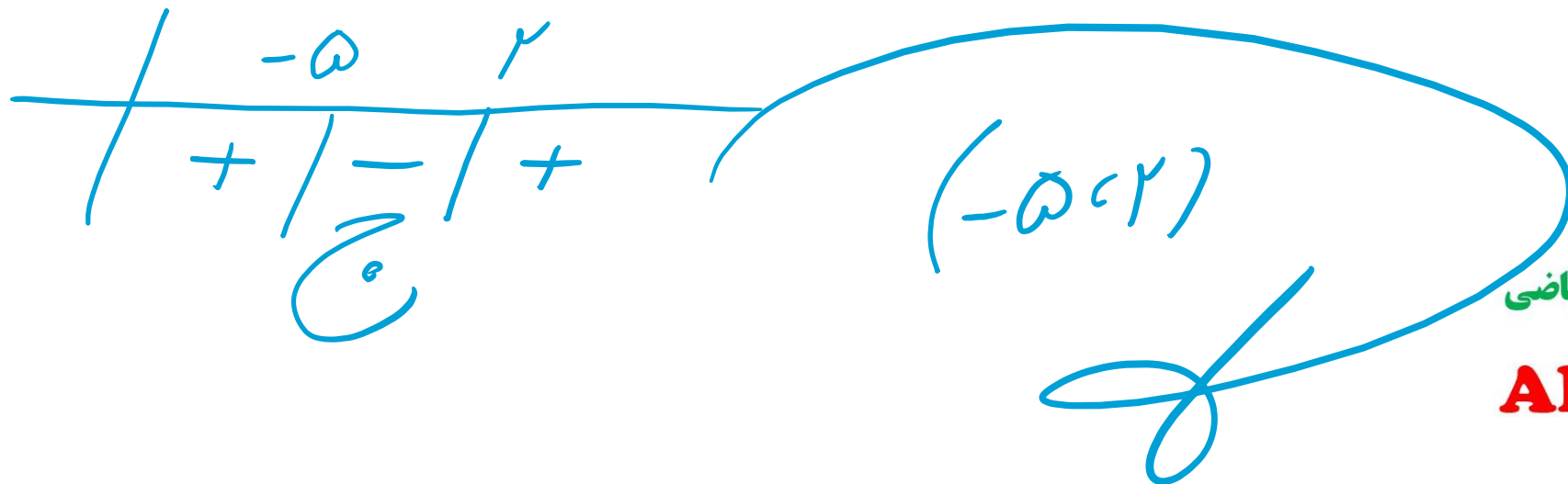
(۳) $(-2, 3)$

(۲) $(-5, 3)$

(۱) $(-5, 2)$

$$f = (x+2)^2 - (x+2) - 3 - 9 = x^2 + 4x + 4 - x - 2 - 12$$

$$f = \frac{x^2 + 3x - 10}{(x+5)(x-2)} < 0 \quad \left| \begin{array}{l} x = -5 \\ x = 2 \end{array} \right.$$



علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰۵- با توجه به دنباله حسابی، مجموع $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$ کدام است؟

۰,۲۵ (۴)

۰,۲۴ (۳)

۰,۱۸ (۲)

۰,۱۵ (۱)

$$\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{17} - \frac{1}{20} \right)$$

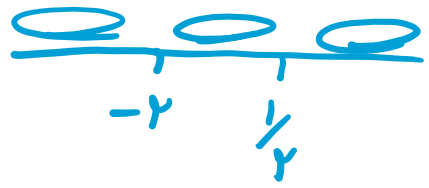
$$\text{جواب} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{9}{20} \right) = \frac{3}{20}$$

$$\text{جواب} = 0,15$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۰۶ - مجموع جواب‌های معادله $|2x-1| + |x+2| = 3$ ، کدام است؟



$$\frac{4}{3} \quad (۴)$$

$$۱ \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (۱)$$

$$x < -2 : -1x + 1 - x - 1 = 3 \rightarrow -2x = 3 \rightarrow x = -\frac{3}{2} \quad \times$$

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{2} : -1x + 1 + x + 1 = 3 \rightarrow 2 = 3 \quad \checkmark$$

$$x > \frac{1}{2} : 1x - 1 + x + 1 = 3 \rightarrow 2x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2} \quad \checkmark$$

$$\therefore \text{جواب} = 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۰۷- اگر $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 6)\}$ و $g = \{(2, 3), (4, 2), (5, 6), (3, 1)\}$ دو تابع باشند، برود

تابع $f \circ (g^{-1})$ ، کدام است؟

$\{2, -1\}$ (۴)

$\{3, 4\}$ (۳)

$\{2, 3\}$ (۲)

$\{-1, 4\}$ (۱)

$$g^{-1} = \{(3, 2), (2, 4), (4, 5), (1, 3)\}$$

$$g^{-1}(f(x)) = \{(1, 4), \cancel{(2, 5)}, \cancel{(3, 4)}, (4, 5)\}$$

$$g^{-1} \circ f = \{(1, 2), (4, -1)\}$$

$$\text{پس } = \{(2, -1)\}$$

۱۰۸- نمودار یک تابع به صورت $f(x) = 3^{-Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع می‌کند.

عرض نقطه تلاقی تابع f با محور y ها، کدام است؟

$$\begin{aligned} x=1 &\rightarrow 3^{A+B} = 1 = 3^0 \rightarrow A+B=0 \quad \checkmark \\ x=3 &\rightarrow 3^{3A+B} = 3^2 \rightarrow 3A+B=2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$\frac{1}{27}$ (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴)

$$\begin{cases} A=1 \\ B=-1 \end{cases}$$

تحویریها $x=0$

$$f(0) = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰۹- حاصل عبارت $\tan \frac{17\pi}{6} \sin \frac{11\pi}{3} + \cos \frac{10\pi}{3}$ کدام است؟

(۴) $\sqrt{3}$

(۳) ۱

(۲) صفر

(۱) -۱

$$\tan \left(\frac{17\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \left(\frac{11\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \right) + \cos \left(\frac{9\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= \tan \left(12\pi - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \left(10\pi - \frac{\pi}{3} \right) + \cos \left(12\pi + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= \left(\ominus \tan \frac{\pi}{6} \right) \left(\ominus \sin \frac{\pi}{3} \right) - \cos \frac{\pi}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۱۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{|x| + \cos \pi x}$ ، کدام است؟

2π (۴)

π (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{1 + \cos \pi x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2 \sin \pi x \cdot \pi \cos \pi x}{-\pi \sin \pi x}$$

$$\text{جواب} = \frac{2 \times \pi \times \cos \pi}{-\pi} = 2$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۱۱ - به ازای مقادیری از a و b ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x[x] & ; |x| < 1 \\ ax+b & ; |x| \geq 1 \end{cases}$ بر روی \mathbb{R} پیوسته است. a کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴) $\quad \frac{1}{2}$ (۳) $\quad -1$ (۲) $\quad -\frac{3}{2}$ (۱)

$|x| < 1 \rightarrow -1 < x < 1$

$|x| \geq 1 \rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases}$

حد $x = -1^+$ = $(-1)[-1^+] = 1$ ✓
 حد $x = -1^-$ = $-a+b$ ✓
 حد $x = -1$ = $-a+b$ ✓

$-a+b=1$ ✓

حد $x = 1^-$ = $a+b$
 حد $x = 1^+$ = $(1)[1^+] = 0$
 حد $x = 1$ = $a+b$

$a+b=0$ ✓

$a = -\frac{1}{4}$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۱۲- دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x)$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$
۱
۲
۱

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) π

$$\cot \alpha - \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}$$

$$\tan \pi x - \cot \pi x = -\frac{1}{\tan \pi x}$$

$$T = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۱۳- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2}$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

4π (۴)

$\frac{7\pi}{2}$ (۳)

3π (۲)

$\frac{5\pi}{2}$ (۱)

$$\alpha^r + \beta^r = (\alpha + \beta)^r - r\alpha\beta$$

$$\sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = \frac{1}{2}$$

$$\sin^2 2x = 1 \rightarrow \sin 2x = \pm 1 \rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

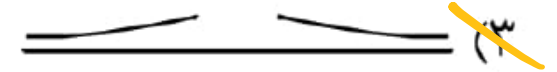
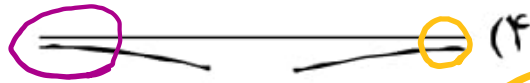
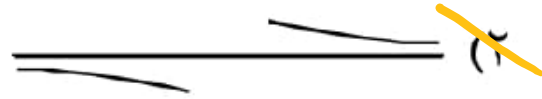
$$\rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$



علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۱۴- نمودار تابع $y = \frac{2x^2 - x - 2}{x^2 + 2x}$ ، نسبت به مجانب افقی خود، در بی نهایت کدام وضع را دارد؟



$$y = \frac{2x^2 + 1x - 2}{x^2 + 2x} = 1 \ominus \frac{2x + 1}{x^2 + 2x}$$

$$x \rightarrow +\infty : \frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x} = \frac{2}{+\infty} = 0^+$$

$$x \rightarrow -\infty : \frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x} = \frac{2}{-\infty} = 0^-$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۱۵- خط به معادله $y = 3x - 5$ در نقطه $x = 2$ بر نمودار تابع $y = g(x)$ مماس است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2x - 2} = \frac{2}{3}$

باشد، $(f \circ g)'(2)$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\begin{cases} g(2) = 1 \\ g'(2) = 3 \end{cases}$$

$$\frac{0}{0} \xrightarrow{H.o.P} \frac{f'(x)}{2} = \frac{2}{3} \rightarrow f'(1) = \frac{4}{3}$$

$$g'(x) \cdot f'(g(x)) \xrightarrow{x=2} g'(2) \cdot f'(g(2))$$

$$= 3 \cdot \frac{4}{3} = 4$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۱۶- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{|x^3 - 2x|}{x}$ ، در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$x^3 - 2x = 0 \rightarrow x(x^2 - 2) = 0$$

$$x = 0$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۱۷- در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{2x+1} + \frac{1}{x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 4]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن

در $x = \frac{3}{2}$ ، چقدر کمتر است؟

(۴) ۰/۰۶

(۳) ۰/۰۵

(۲) ۰/۰۴

(۱) ۰/۰۳

$$\text{متوسط} = \frac{\left(3 + \frac{1}{5}\right) - (1+1)}{4-0} = 0/3 \quad \checkmark$$

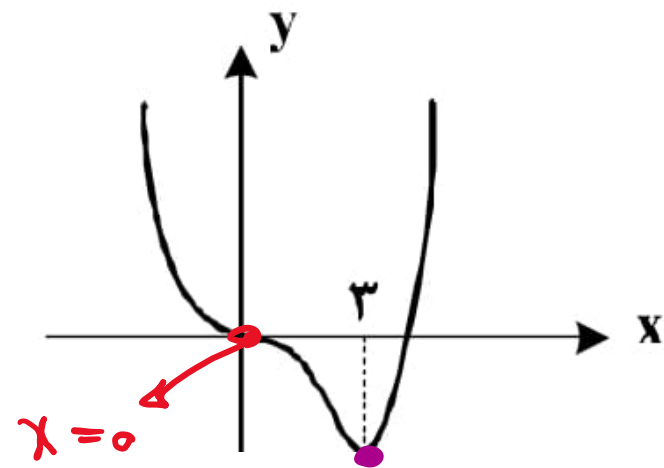
$$\text{لحظه‌ای} = \frac{2}{2\sqrt{2x+1}} - \frac{1}{(x+1)^2} \quad \xrightarrow{x=\frac{3}{2}} \quad \text{لحظه‌ای} = 0/34 \quad \checkmark$$

$$\text{جواب} = 0/34 - 0/3 = 0/04$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۱۸- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2$ است. $f(-2)$ کدام است؟



$$f'(x) = 4x^3 + 3ax^2 + 2bx$$

$$f''(x) = 12x^2 + 6ax + 2b$$

۳۲ (۱)

۳۶ (۲)

۴۰ (۳)

۴۸ (۴)

$$f'(0) = 0 \rightarrow 2b = 0 \rightarrow b = 0$$

$$f'(3) = 0 \rightarrow 9(12 + 3a) = 0 \rightarrow a = -4$$

$$f(-2) = 16$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۱۹- فاصله نقطهٔ ماکسیمم نسبی تابع $f(x) = \frac{2x - x^2}{(x+1)^2}$ از خط مجانب افقی آن، کدام است؟

$$f'(x) = (1-2x)(x+1)^{-2} - 2(x+1)(2x-x^2) = 0$$

$$2(x+1)(1-x^2-2x+x^2) = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{3}$$

مجاانب افقی $y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{x} = -1$

$$\text{فاصله} = \frac{1}{3} - (-1) = \frac{4}{3}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM