

امتحان ریاضی (شماره ۳)

پایه نهم

علی هاشمی

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت خانه ریاضی علی هاشمی است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

Alihashemi-math.com

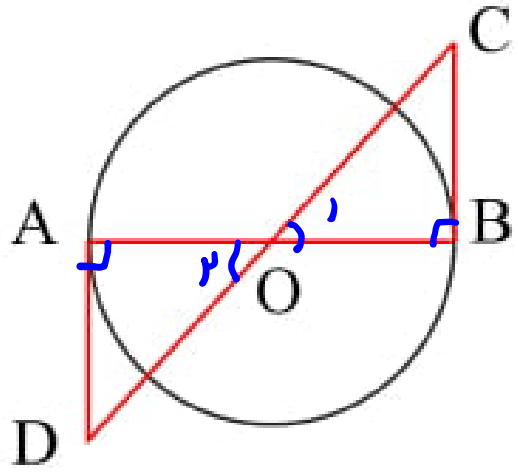
- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| ☐ غ | ☒ ص |
| ☒ غ | ☐ ص |
| ☐ غ | ☒ ص |
| ☒ غ | ☐ ص |

چهار عدد طبیعی زوج متوالی یک رقمی، یک مجموعه تشکیل می دهند.
مجموعه عددهای گویا را می توان با عضوهایش نشان داد.
هر دو مستطیل متشابهند.
اگر $a + b < 0$ ، آن گاه a و b هر دو منفی هستند.

$$A = \{ \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, 1 \}$$



در شکل مقابل O مرکز دایره است و AD و BC بر دایره مماس‌اند. نشان دهید که BC و AD برابرند.



$$\begin{aligned} \angle \hat{B} &= \angle \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{O}_1 &= \hat{O}_2 \quad \text{مقابل رأس} \\ OA &= OB = r \end{aligned}$$

$$\triangle OAD \cong \triangle OBC \quad \text{از } \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow BC = AD$$



$$A = \begin{pmatrix} (1,5) & (4,2) \\ (5,4) & (2,4) \end{pmatrix}$$

$$n(S) = 34$$

در پرتاب دو تاس چقدر احتمال دارد که جمع دو عدد رو شده، ۸ باشد؟

☐ (د) $\frac{1}{4}$

☐ (ج) $\frac{1}{8}$

☐ (ب) $\frac{7}{36}$

☒ (الف) $\frac{5}{36}$

حاصل عبارت $\frac{2^5 \times 3^{-11}}{2^{-11} \times 3^5}$ به صورت توان دار برابر است با:

☒ (د) $\left(\frac{2}{3}\right)^{16}$

☐ (ج) $\left(\frac{3}{2}\right)^{16}$

☐ (ب) $\left(\frac{2}{3}\right)^6$

☐ (الف) $\left(\frac{3}{2}\right)^6$

کدام یک از گزینه های زیر، یک جمله ای است.

☐ (د) ~~2^x~~

☐ (ج) ~~$|2x|$~~

☐ (ب) ~~$\frac{2}{x}$~~

☒ (الف) $\sqrt{2}x$

عبارت گویای $\frac{7x^2+1}{(x-1)(x+2)}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟

☐ (د) $+1, +2$

☐ (ج) $-1, -2$

☒ (ب) $+1, -2$

☐ (الف) $-1, +2$

$$x-1=0 \rightarrow x=1$$

$$x+2=0 \rightarrow x=-2$$



مجموعه های B ، C و D را در نظر بگیرید.

$$B = \{2, 3, 4, 5, 6\} \quad , \quad C = \{2, 4, 6, 8\} \quad , \quad D = \{2, 3, 4\}$$

۱/۲۵

الف) عبارت درست را با $\checkmark$ و عبارت نادرست را با $\times$ مشخص کنید.

$$\underline{B} \subseteq \underline{D} \quad \times$$

$$\underline{10} \notin B \quad \checkmark$$

$$n(B \cup C) = 9 \quad \times$$

$$B - (C \cap D) =$$

ب) مجموعه مقابل را با عضوهایش بنویسید.

$$B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$$

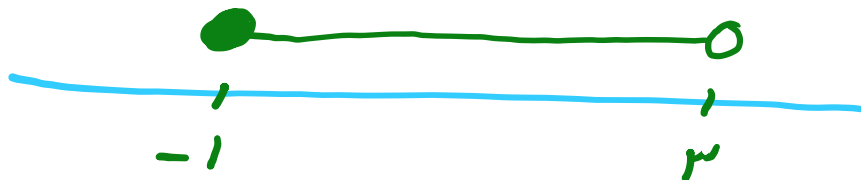
$$C \cap D = \{2, 4\}$$

$$B - (C \cap D) = \{3, 5, 6\} \quad \checkmark$$



مجموعهٔ مقابل را روی محور نشان دهید.

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 3\}$$



حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} = \underbrace{|2 - \sqrt{7}|}_{\text{⊖}} = -2 + \sqrt{7}$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

آیا اثبات زیر معتبر است؟ (برای پاسخ خود دلیل بیاورید).

مسئله: در هر مثلث، اندازه زاویه خارجی با مجموع اندازه های دو زاویه داخلی غیر مجاور با آن برابر است.

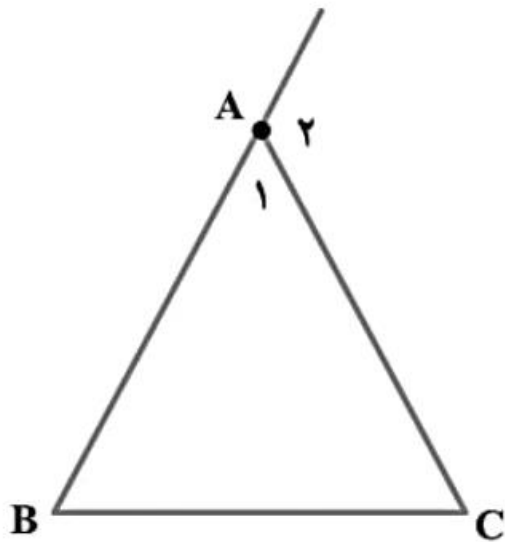
اثبات: مثلث متساوی الاضلاع ABC را در نظر می گیریم.

می دانیم که مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است

و $\hat{A}_1$ و $\hat{B}$ و $\hat{C}$ هر کدام 60° است؛

بنابراین

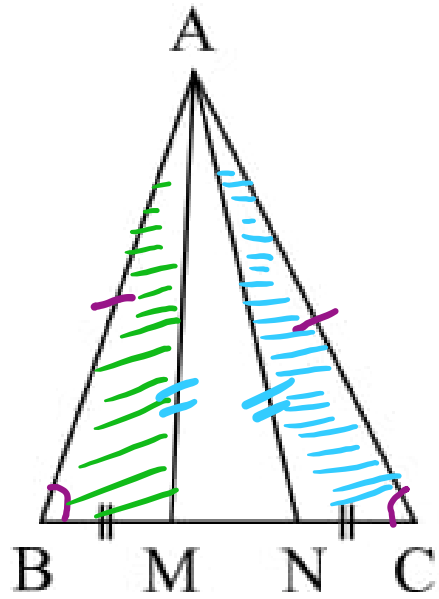
$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_r = 180 \rightarrow \hat{A}_r = 180 - \hat{A}_1 = 180 - 60 = 120 \\ \hat{B} + \hat{C} = 60 + 60 = 120 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_r = \hat{B} + \hat{C}$$



ندرجت



در شکل مقابل مثلث ABC متساوی الساقین است و M و N روی قاعده‌ی BC طوری قرار دارند که $BM = NC$. نشان دهید مثلث AMN هم متساوی الساقین است.



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} \\ AB = AC \\ BM = NC \end{array} \right.$$

$$ABM \cong ANC$$

خبرین

$$\rightarrow AM = AN \rightarrow \text{متساوی الساقین } AMN$$



الف) شعاع خورشید تقریباً برابر ۶۹۵۰۰۰۰۰ متر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.

$$6.95 \times 10^7$$

۱/۵

$$-5\sqrt{32} + 2\sqrt{18} =$$

ب) حاصل عبارت مقابل را ساده کنید.

$$-5\sqrt{16 \times 2} + 2\sqrt{9 \times 2} = -10\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$$

$$\frac{5}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$$

$\sqrt[3]{1} = 1$

ج) مخرج کسر روبه رو را گویا کنید.



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

الف) با استفاده از اتحادها، حاصل ضرب ۵۹۸×۶۰۲ را به دست آورید.

$$۵۹۸ \times ۶۰۲ = (۶۰۰ - ۲)(۶۰۰ + ۲) = ۶۰۰^۲ - ۲^۲ = ۳۶۰۰۰۰ - ۴ = ?$$

ب) در جای خالی علامت $<$ یا $>$ قرار دهید.

اگر $\frac{a - b}{۲} = -۳$ ، در این صورت $a \square b$

ج) مجموعه جواب نامعادله مقابل را به دست آورید.

$$۷ + ۲x \geq ۵(۳ + ۲x)$$

$$۷ + ۲x \geq ۱۵ + ۱۰x \rightarrow -۸ \geq ۸x \rightarrow x \leq -۱$$



حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید.

۲/۵

$$\frac{5-x}{x^2-5x} = \frac{\cancel{5-x}}{x(\cancel{x-5})} = \frac{-1}{x} \quad \checkmark$$

$$\underline{-a(a-r) = -a^2 + ra} \quad \checkmark \checkmark$$

$$\frac{x^2+3x+2}{x+2} \div \frac{x+1}{x+5} = \frac{(\cancel{x+1})(\cancel{x+2})}{\cancel{x+2}} \times \frac{x+5}{\cancel{x+1}} = x+5 \quad \checkmark$$

$$\frac{a^2+4}{a^2-4} - \frac{a}{a+2} = \frac{a^2+4}{(a-r)(a+r)} - \frac{a}{a+r} = \frac{\cancel{a^2+4} - \cancel{a^2+ra}}{(a-r)(\cancel{a+r})} = \frac{r(a+r)}{(a-r)(\cancel{a+r})} = \frac{r}{a-r} \quad \checkmark$$

$$\frac{6x^2yz - xy^2}{-3x^2y} = \frac{xy(yxz - y)}{-3x^2y} = \frac{yxz - y}{-3x} \quad \checkmark$$



تقسیم مقابل را انجام دهید.

۱۱

$$\cancel{-3x^2} + 2x^2 + 1 \mid x^2 + 1$$

$$\begin{array}{r} \cancel{-1x^2} - \cancel{1x^2} \\ + \quad + \end{array}$$

$$\cancel{-1x^2} + 0$$

$$\cancel{0x^2} + 1$$

$$\cancel{0x^2} + 0$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \\ \hline -1 \end{array}$$

$$\frac{-1x^2}{x^2} = -1x^2$$

$$\frac{0x^2}{x^2} = 0$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

الف) معادله خطی را بنویسید که با خط $2y - 4x = 5$ موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ بگذرد.

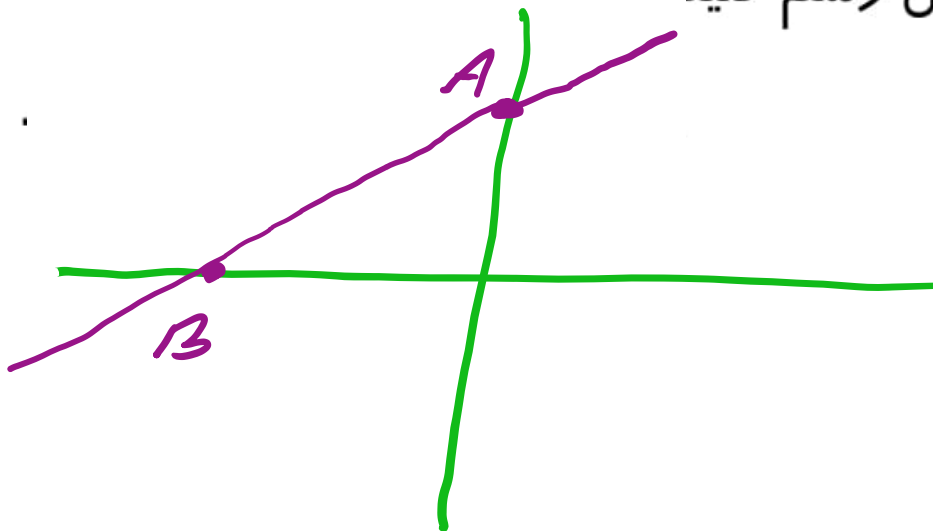
$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = -3 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$m = -\frac{-4}{2} = 2$$

مواز $\rightarrow m = 2$

$$y + 3 = 2(x - 0) \rightarrow y + 3 = 2x \rightarrow y = 2x - 3$$

ب) خط به معادله $y = \frac{1}{2}x + 3$ را در دستگاه مختصات مقابل رسم کنید

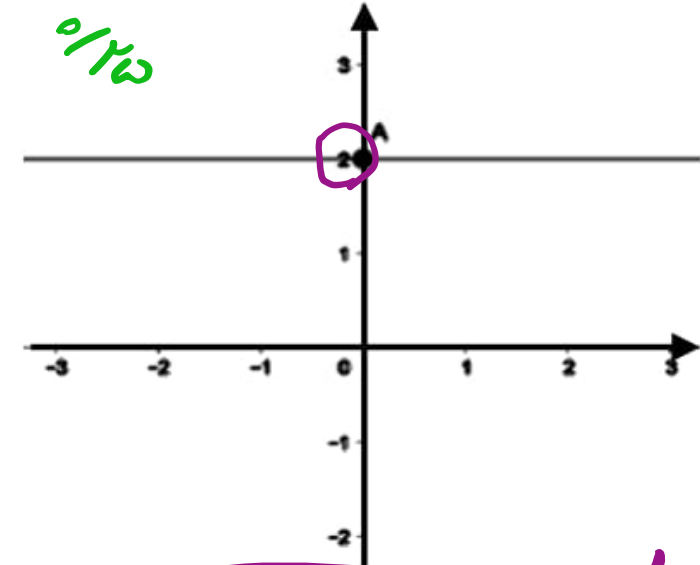
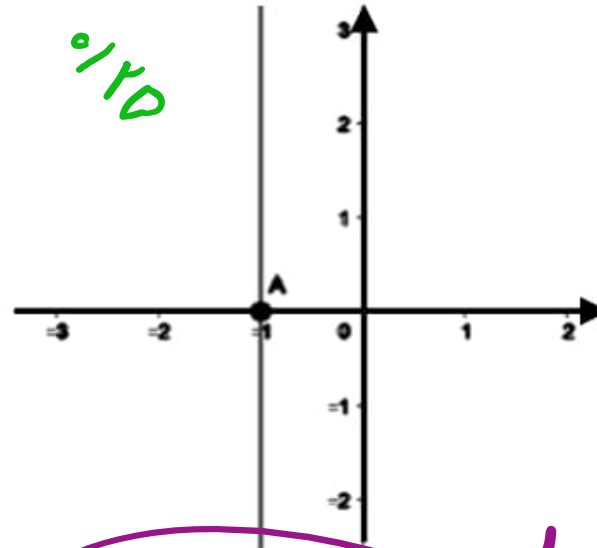
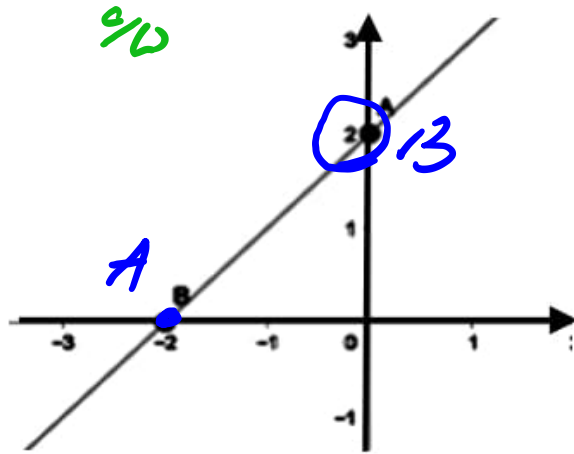


$$\begin{array}{l} A / 0 \\ \quad / 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} B / -6 \\ \quad / 0 \end{array}$$

$$\frac{1}{2}x + 3 = 0 \rightarrow x = -6$$



معادله های خط های رسم شده را در کنار هر کدام بنویسید.



$$A \begin{vmatrix} -2 \\ 0 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$m = \frac{2-0}{0-(-2)} = \underline{\underline{1}}$$

$$y = ax + b \rightarrow y = 1x + 2 \quad \checkmark$$

$$x = -1 \quad \checkmark$$

$$y = 2 \quad \checkmark$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com

$$x(-2) \begin{cases} x - 5y = 21 \\ \underline{2x + 3y = 3} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{array}{r} -1x + 10y = -42 \\ 1x + 3y = 3 \\ \hline \end{array}$$

$$13y = -39 \rightarrow y = \frac{-39}{13} = -3$$

$$1x + 3y = 3 \xrightarrow{y=-3} 1x - 9 = 3 \rightarrow 1x = 12$$

$$x = 12$$

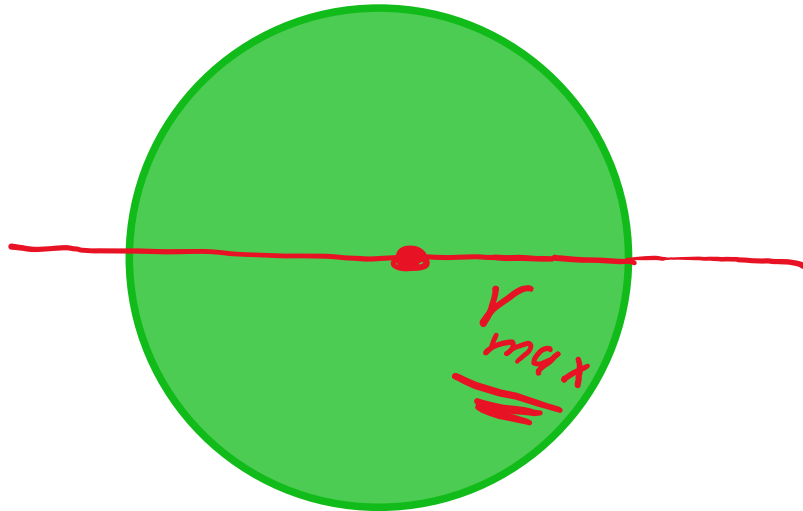
$$\begin{array}{l} x=4 \\ y=-3 \end{array} \rightarrow 4 - 5(-3) = 4 + 15 = 19 \checkmark$$



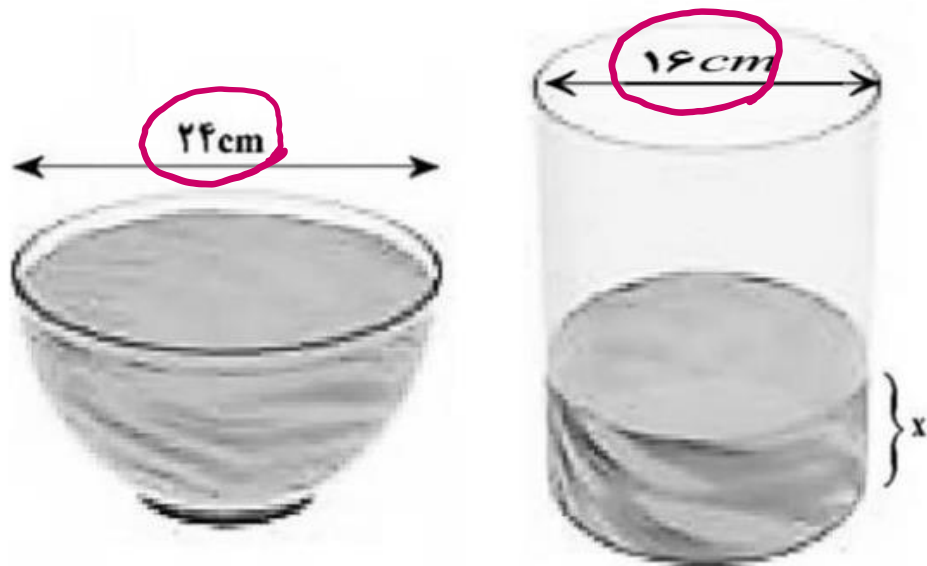
اگر یک گره با یک صفحه بریده شود. سطح بریده شده چه شکلی خواهد داشت؟

دایره

در چه صورت این شکل بیشترین مساحت را دارد؟ $r_{max} = ?$



پیمانه ای به شکل نیمکره و به قطر ۲۴ سانتی متر
را از آب پُر و آب آن را در لیوانی استوانه ای
شکل به قطر ۱۶ سانتی متر خالی می کنیم؛
حساب کنید آب در لیوان تا چه ارتفاعی بالا می آید؟



$$\frac{1}{3} \pi r^3 = \pi r^2 h$$

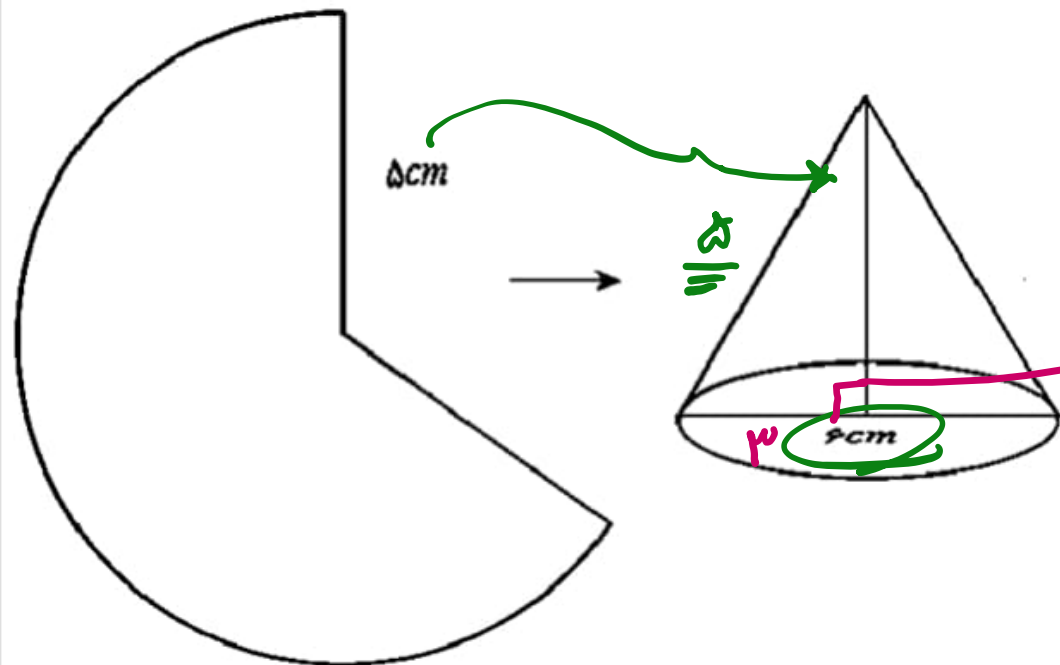
انتقال

$$\frac{1}{3} \times 12^3 = 12^2 \times x$$

$$\rightarrow x = \frac{1 \times 12 \times 12 \times 12}{3 \times 12 \times 12} = 12$$



علی با قسمتی از دایره ای به شعاع ۵cm، مخروطی
به قطر قاعده ۶cm ساخته است.
حجم این مخروط را به دست آورید.



$$h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$$



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi_math