

خارج کشور  
سراسری ریاضی ۹۹

علی جبر | سایت تخصصی آموزش آنلاین

**ALIGEBRA.COM**

۱۰۱- فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی و جدا از هم، با یک مجموعه مرجع باشند. کدام رابطه نادرست است؟

$(A \cup B)' = \phi$  (۴)

$A \cap B' = A$  (۳)

$A - B' = \phi$  (۲)

$A \subset B'$  (۱)



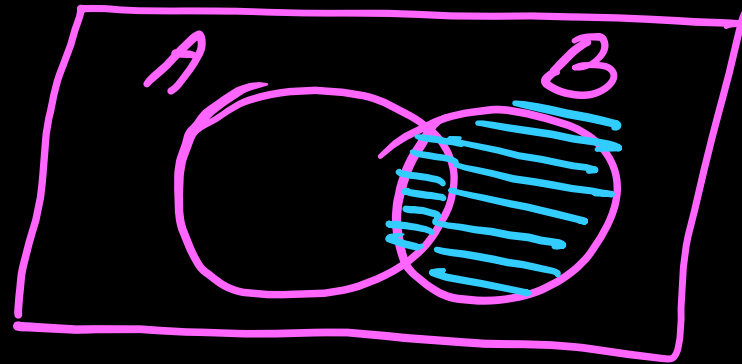
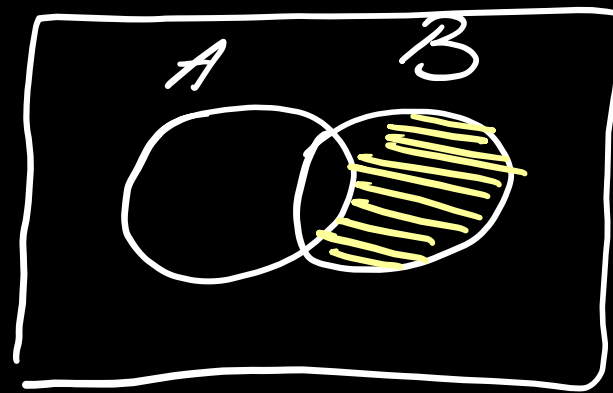
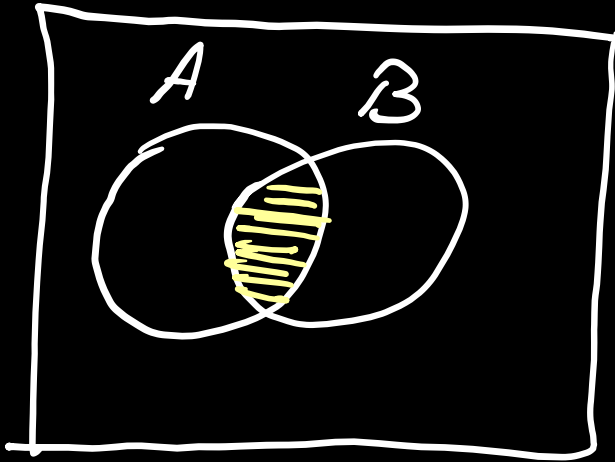
۱۰۲- مجموعه  $(A - (A \cap B')) \cup (B \cap (A \cap B)')$  با کدام مجموعه، برابر است؟

$B'$  (۴)

$A'$  (۳)

$B$  (۲) ✓

$A$  (۱)



۱۰۵- به ازای یک مقدار  $a$ ، چند جمله‌ای  $P(x) = 2x^4 + ax^3 + 2x^2 - 3x$  بر  $2x-1$  بخش پذیر است. در این حالت باقی مانده  $P(x)$  بر  $x+2$ ، کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

-۸ (۲)

-۱۰ (۱)

$$2x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{2} \rightarrow P\left(\frac{1}{2}\right)=0$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1}a + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = 0 \xrightarrow{\times 2} 1 + a + 1 - 3 = 0 \rightarrow a = 1$$

$$x+2=0 \rightarrow x=-2 \rightarrow P(-2) = ?$$

$$P(-2) = 32 - 8 + 4 + 6 = 34$$

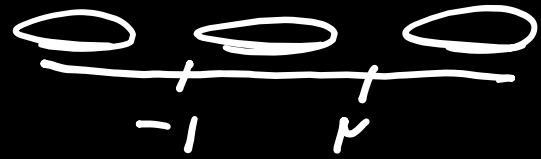
۱۰۶- نمودارهای دو تابع  $y = |x-2| + |x+1|$  و  $y = x+7$ ، در دو نقطه A و B متقاطع هستند. اندازه پاره خط AB کدام است؟

$10\sqrt{2}$  ✓✓

۱۳

۱۲

$8\sqrt{2}$



$x < -1 \rightarrow y = -x + 7 - x - 1 = -2x + 6$

$-1 \leq x \leq 2 \rightarrow y = -x + 7 + x + 1 = 8$

$x > 2 \rightarrow y = x - 7 + x + 1 = 2x - 6$

$-2x + 6 = x + 7$

$3 = x + 7$

$2x - 6 = x + 7$

$-3x = 1 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$

$x = 1$

$x = -\frac{1}{3} \rightarrow y = 8$

$x = 1 \rightarrow y = 10$

A /  $-\frac{1}{3}$  / 8

B / 1 / 10

$AB = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$

۱۰۷- با فرض  $x \geq 2$  و  $f(x) = x^2 - 4x + 9$  و  $g(x) = \frac{3-x}{2}$ ، حاصل  $(f^{-1} \circ g^{-1})(-9)$  کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$f^{-1}(g^{-1}(\underline{-9})) = ?$$

$$\frac{3-x}{2} = -9 \rightarrow 3-x = -18 \rightarrow x = 21 \checkmark$$

$$x^2 - 4x + 9 = 21 \rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-6)(x+2) = 0 \rightarrow \begin{array}{l} x=6 \checkmark \\ x=-2 \end{array}$$

۱۰۸- ابتدا قرینه نمودار تابع  $f(x) = (x-1)^2$  را نسبت به مبدأ مختصات رسم کرده، سپس منحنی حاصل را  $f$  واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. طول نقاط تلاقی منحنی اخیر با منحنی اصلی، کدام است؟

(۴) ۲، ۱ -

(۳) ۲، ۱ -

(۲) ۱، ۱ -

(۱) ۲، ۰

$f(x) = -(\underline{-x-1})^2 + f = -(x+1)^2 + f$

$-(x+1)^2 + f = (x-1)^2$

$-x^2 - 2x - 1 + f = x^2 - 2x + 1$

$2x^2 = 2$

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$

خارج کشور  
سراسری ریاضی ۹۹

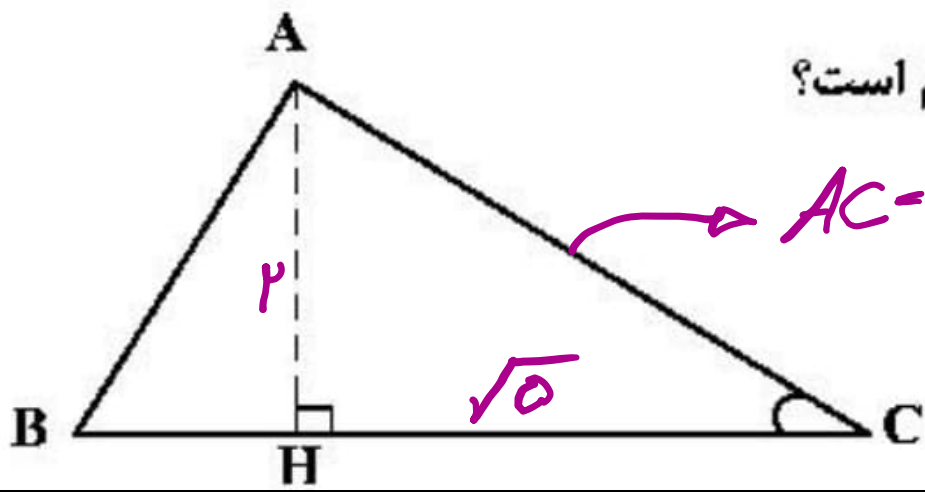
سوال ۱۰۹

علی جبر | سایت تخصصی آموزش آنلاین

**ALIGEBRA.COM**



۱۰۹- در شکل زیر،  $\cot C = \frac{\sqrt{5}}{2}$  و  $AC = 96$ . اندازه ارتفاع  $AH$  کدام است؟



$$AC = \sqrt{p^2 + 5} = 96$$

۴۸ (۱)

۵۶ (۲)

۶۴ (۳)

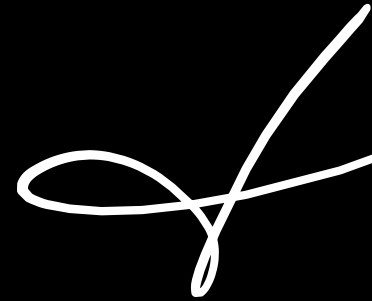
۷۲ (۴)

$$\frac{p}{p} = \frac{96}{x}$$



$$x = \frac{96 \times p}{p}$$

$$= 96$$



خارج کشور  
سراسری ریاضی ۹۹

سوال ۱۱۰

علی جبر | سایت تخصصی آموزش آنلاین

**ALIGEBRA.COM**

۱۱۰- اگر انتهای کمان  $\alpha$  در ربع اول دایره مثلثاتی و  $\tan \alpha = \frac{1}{4}$  باشد، مقدار  $\sin\left(\frac{13\pi}{4} + \alpha\right)$  کدام است؟

$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

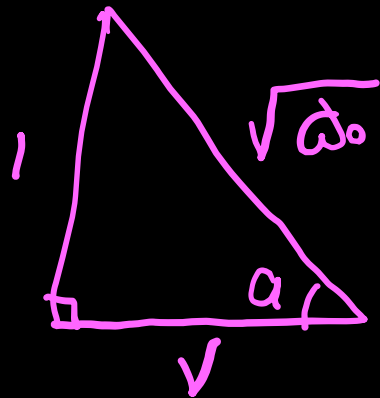
$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$-\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$-\frac{4}{5} \quad (1) \quad \checkmark$$

$$\sin\left(\frac{13\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$= -\left(\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha + \cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\alpha + \cos\alpha)$$



$$\therefore \text{جواب} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{25}} + \frac{4}{\sqrt{25}}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{5}{5\sqrt{2}} = -\frac{1}{5}$$

خارج کشور  
سراسری ریاضی ۹۹

سوال ۱۱۱

علی جبر | سایت تخصصی آموزش آنلاین

**ALIGEBRA.COM**

۱۱۱- جواب‌های معادله مثلثاتی  $\sin(x + \frac{\pi}{6}) + \cos(x + \frac{\pi}{3}) = \cos 2x$  کدام است؟

$\frac{\pi}{6}$

$x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$  ✗

$\frac{2k\pi}{3}$

$x = \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$  ✓

$\pm \frac{\pi}{2}$

$x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$  ✗

$\pm \frac{\pi}{6}$

$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$  ✗

$x=0 \rightarrow \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} = \cos 0 \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$  ✓

$x = \frac{\pi}{6} \rightarrow \underbrace{\sin \frac{\pi}{6}}_1 + \underbrace{\cos \frac{\pi}{6}}_{\equiv} = \underbrace{\cos \frac{\pi}{6}}_{\equiv}$  ✗

خارج کشور  
سراسری ریاضی ۹۹

سوال ۱۱۲

علی جبر | سایت تخصصی آموزش آنلاین

**ALIGEBRA.COM**

**ALIGEBRA.COM**

0912-7744-389

۱۱۲- اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد، یعنی  $\{1\}, \{3, 5\}, \{7, 9, 11\}, \dots$ . در این صورت جمله آخر واقع در دسته شماره چهل، کدام است؟

۱۶۵۱ (۴)

۱۶۳۹ (۳)

۱۵۸۹ (۲)

۱۵۶۳ (۱)

$1, 2, 3, 4, \dots$

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{f_0 \times f_1}{2} = 110$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\begin{matrix} n=110 \\ d=2 \end{matrix}$$

$$a_n = 1 + 119 \times 2 = 239$$

خارج کشور  
سراسری ریاضی ۹۹

سوال ۱۱۳

علی جبر | سایت تخصصی آموزش آنلاین

**ALIGEBRA.COM**



۱۱۳- در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم.

پس از چند روز غلظت آن  $\frac{1}{3}$  غلظت اولیه می‌شود؟ ( $\log 2 = 0,3$  ,  $\log 3 = 0,48$ )

۳۲ (۴)

۳۰ (۳)

۲۴ (۲)

۲۰ (۱)

$$\left(\frac{94}{100}\right)^n = \frac{1}{3} \rightarrow \log \left(\frac{94}{100}\right)^n = \log \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$n (\log 94 - \log 100) = \log 1 - \log 3 \rightarrow n (\log 2 + \log 1^3 + 4 \log 2 - 2) = -\log 3$$

$$\rightarrow n (0,3 + 0,48 + 1,2 - 2) = -0,48$$
$$-0,2n = -0,48$$

$$\rightarrow n = 24$$

خارج کشور  
سراسری ریاضی ۹۹

سوال ۱۱۴

علی جبر | سایت تخصصی آموزش آنلاین

**ALIGEBRA.COM**

**ALIGEBRA.COM**

0912-7744-389

۱۱۴- فرض کنید  $n \in \mathbb{N}$ . حاصل  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}}$  ، کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$0 \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$+\infty \quad (۱)$$

$$n \rightarrow +\infty : \frac{\mu^{2n}}{2 \times \mu^{2n}} = \frac{1}{2}$$

خارج کشور  
سراسری ریاضی ۹۹

سوال ۱۱۵

علی جبر | سایت تخصصی آموزش آنلاین

**ALIGEBRA.COM**

$$1 - \cos x = \frac{1}{2}x^2$$

$x \rightarrow 0$

۲ (۲)

$\sqrt{2}$  (۳)

۱۱۵ - حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}$  ، کدام است؟

$-\sqrt{2}$  (۲)

$-2$  (۱)

$$\frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{\frac{-1}{\sqrt{2}}x} \times \frac{\sqrt{2+3x} + \sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x} + \sqrt{2-x}}$$

$$= \frac{\cancel{2+3x} - \cancel{2+x}}{\frac{-1}{\sqrt{2}} \cdot \cancel{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -2$$

خارج کشور  
سراسری ریاضی ۹۹

سوال ۱۱۶

علی جبر | سایت تخصصی آموزش آنلاین

**ALIGEBRA.COM**

**ALIGEBRA.COM**

0912-7744-389

۱۱۶- تعداد نقاط ناپیوستگی تابع  $f(x) = [x] \sin \pi x$  ;  $|x| \leq 2$  ، کدام است؟

۱ (۳)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(۴) صفر

$$|x| \leq 2 \rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

$$x = -2, -1, 0, 1, 2$$

خارج کشور  
سراسری ریاضی ۹۹

سوال ۱۱۷

علی جبر | سایت تخصصی آموزش آنلاین

**ALIGEBRA.COM**



۱۱۷- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax^2 + 7x}{2x^2 + bx + c}$ ، فقط یک مجانب قائم  $x = 2$  دارد. اگر  $f(3) = 6$  باشد، معادلهٔ مجانب افقی آن، کدام است؟

$$y = \frac{3}{2} \quad (۴)$$

$$y = \frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$y = -\frac{1}{2} \quad (۲) \quad \checkmark$$

$$y = -1 \quad (۱)$$

$$2(x-2)^2 = 2(x^2 - 4x + 4) = 2x^2 - 4x + 4 \quad \left| \begin{array}{l} b = -1 \\ c = 1 \end{array} \right.$$

$$f(3) = 6 \rightarrow \frac{9a + 21}{18 - 24 + 1} = 6 \rightarrow 9a + 21 = 12 \rightarrow a = -1$$

مجاذب افقی :  $\frac{ax^2}{2x^2} = \frac{a}{2} = -\frac{1}{2}$

$x \rightarrow \infty$

خارج کشور  
سراسری ریاضی ۹۹

سوال ۱۱۸

علی جبر | سایت تخصصی آموزش آنلاین

**ALIGEBRA.COM**

۱۱۸- اگر  $f$  یک تابع مشتق پذیر،  $g(x) = f\left(\frac{1-\sin x}{1+\sin x}\right)$  و  $g'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$  باشند، مقدار  $f'\left(\frac{1}{3}\right)$  کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$g'(x) = \frac{-1 \cos x}{(1 + \sin x)^2} \cdot f'\left(\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}\right)$$

$$x = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{\sqrt{\mu}}{\mu} = \frac{-1 \times \frac{\sqrt{\mu}}{2}}{1/\mu} \cdot f'\left(\frac{1}{\mu}\right)$$

$$\rightarrow f'\left(\frac{1}{\mu}\right) = -\frac{\mu}{2}$$

خارج کشور  
سراسری ریاضی ۹۹

سوال ۱۱۹

علی جبر | سایت تخصصی آموزش آنلاین

**ALIGEBRA.COM**

۱۱۹- فرض کنید نمودارهای دو تابع  $y = x\sqrt{x}$  و  $y = x^2 + ax + b$  در یک نقطه مشترک، بر یک خط مماس باشند. اگر طول نقطه مشترک ۴ باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

۱۲ (۴) ✓

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

$$x=4 \rightarrow 14+4a+b=1 \rightarrow 4a+b=-1$$

$$y' = \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot x$$

$$y' = 2x+a$$

$$x=4 \rightarrow 1+a=2+1$$

$$a=-5$$

$$4a+b=-1 \quad a=-5$$

$$b=14$$

خارج کشور  
سراسری ریاضی ۹۹

سوال ۱۲۰

علی جبر | سایت تخصصی آموزش آنلاین

**ALIGEBRA.COM**

**ALIGEBRA.COM**

0912-7744-389

۱۲۰- در تابع با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 6x} & ; 0 \leq x < 4 \\ \left[ \frac{x}{4} \right] (x^2 - 9x) & ; 4 \leq x < 8 \end{cases}$$

مقدار  $f'(2) - f'(5)$  کددام است؟

$\frac{3}{2}$  (۴)       $\frac{3}{4}$  (۳)       $\frac{1}{2}$  (۲)       $\frac{1}{4}$  (۱)

$$f' = \frac{2x+6}{2\sqrt{x^2+6x}} \rightarrow f'(2) = \frac{10}{2 \times 4} = \frac{5}{4} \checkmark$$

$$x=5 \rightarrow f = x^2 - 9x \rightarrow f' = 2x - 9 \rightarrow f'(5) = 1 \checkmark$$

$$\text{جواب} = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4} \checkmark$$