

ریاضی هشتم

نمونه سوال فصل پنجم

بردار و مختصات

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت علی جبر است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه‌های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار میگیرند.



۱- مقدار x را طوری پیدا کنید که دو بردار $\begin{bmatrix} x-6 \\ 6 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} x \\ -3 \end{bmatrix}$ موازی باشند.

① -2

② 3

③ -3

④ $+2$

$$\frac{x-9}{\cancel{9}_2} = \frac{x}{\cancel{-9}_{-1}} \rightarrow x = -x + 9$$

$$\rightarrow x = 9 \rightarrow x = 2$$

۲- در معادله مختصاتی مقابل مقدار x کدام است؟

$$4\vec{x} + 6 \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = 2\vec{x} + 8 \begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -36 \\ -16 \end{bmatrix} \textcircled{4}$$

$$\begin{bmatrix} 36 \\ 16 \end{bmatrix} \textcircled{3}$$

$$\begin{bmatrix} 16 \\ -36 \end{bmatrix} \textcircled{2}$$

$$\begin{bmatrix} -16 \\ 36 \end{bmatrix} \textcircled{1}$$

$$2x = 1 \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x = 1 \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 16 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -22 \\ -3 \end{bmatrix}$$

۳- چهار نقطه $E = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $F = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $G = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ و $H = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ را پشت سر هم به ترتیب وصل

می کنیم. مساحت چهارضلعی $EFGH$ چند است؟

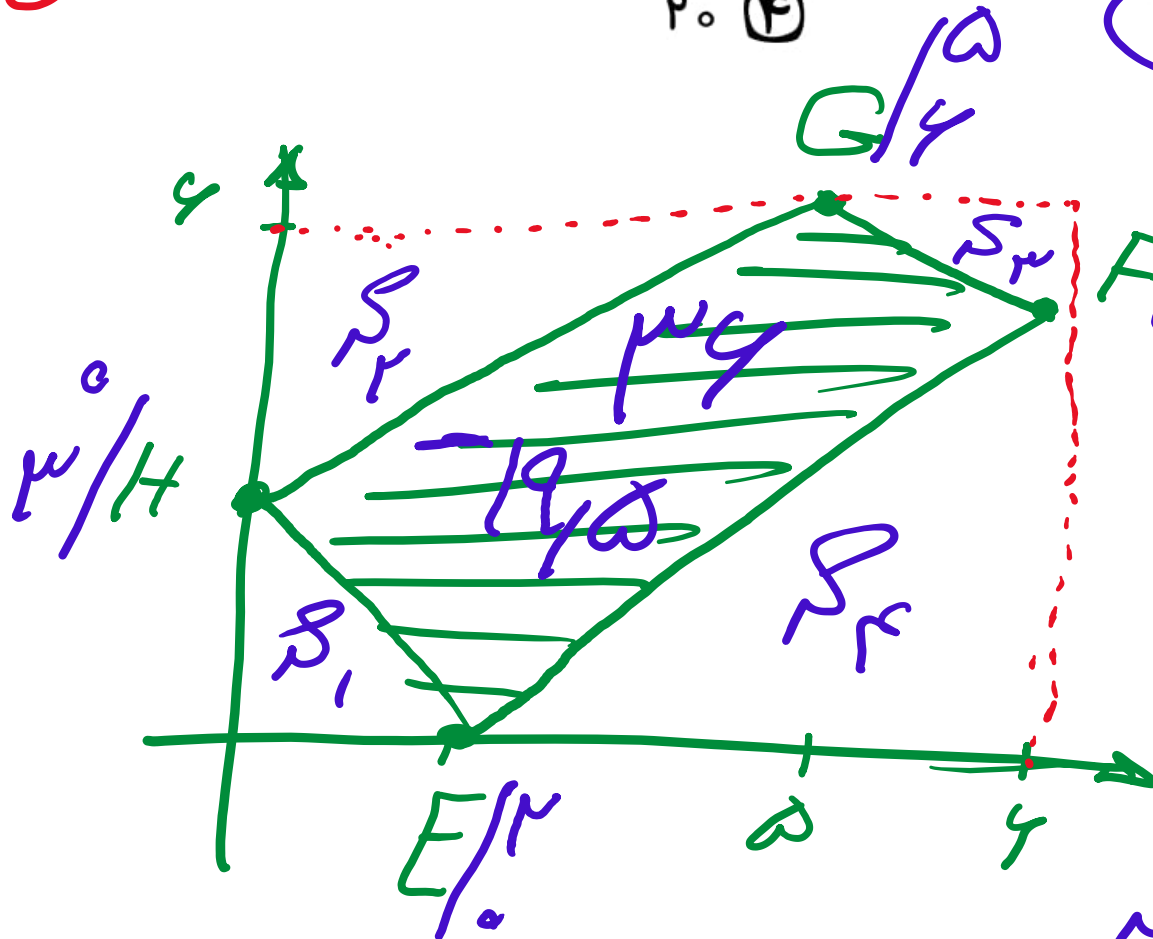
$$S_{\text{مجموع}} = 149$$

۲۰ (۴)

۱۶,۵ (۳)

۳۰ (۲)

۱۹,۵ (۱)



$$S_1 = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = \frac{5}{2}$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$$

$$S_4 = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$$

۴- مقدار x و y در معادله‌ی مقابل کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 6x - 4 \\ 11y + 2 \end{bmatrix} \stackrel{\text{۶}}{=} \begin{bmatrix} \textcircled{6} \\ \text{۴} \end{bmatrix} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases} \textcircled{۴}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases} \textcircled{۳}$$

$$\begin{cases} x = 7 \\ y = -3 \end{cases} \textcircled{۲}$$

$$\begin{cases} x = -7 \\ y = 3 \end{cases} \textcircled{۱}$$

$$\begin{bmatrix} 4x - 4 - 12y \\ 11y + 2 + 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x - 20 \\ 11y + 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$4x - 20 = 2 \rightarrow 4x = 22 \rightarrow x = 7$$

$$11y + 14 = 2 \rightarrow 11y = -12 \rightarrow y = -\frac{12}{11}$$

۵- اگر $\vec{a} = 10\vec{i} - 4\vec{j}$ و $\vec{b} = -4\vec{a}$ و $\vec{c} = -2\vec{b}$ باشد، حاصل $\vec{c}$ کدام است؟

$40\vec{i} - 16\vec{j}$ (۴)
 $80\vec{i} - 32\vec{j}$ (۳)
 $-80\vec{i} - 32\vec{j}$ (۲)
 $-40\vec{i} + 16\vec{j}$ (۱)

$$b = -4a = -4(10i - 4j) = -40i + 16j$$

$$c = -2b = -2(-40i + 16j) = 80i - 32j$$

۶- دو نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} k - z \\ 2k + 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$ نسبت به محور طول‌ها قرینه‌ی یکدیگرند. مقدار k و z به ترتیب کدام گزینه است؟

۳, -۱ (۴)

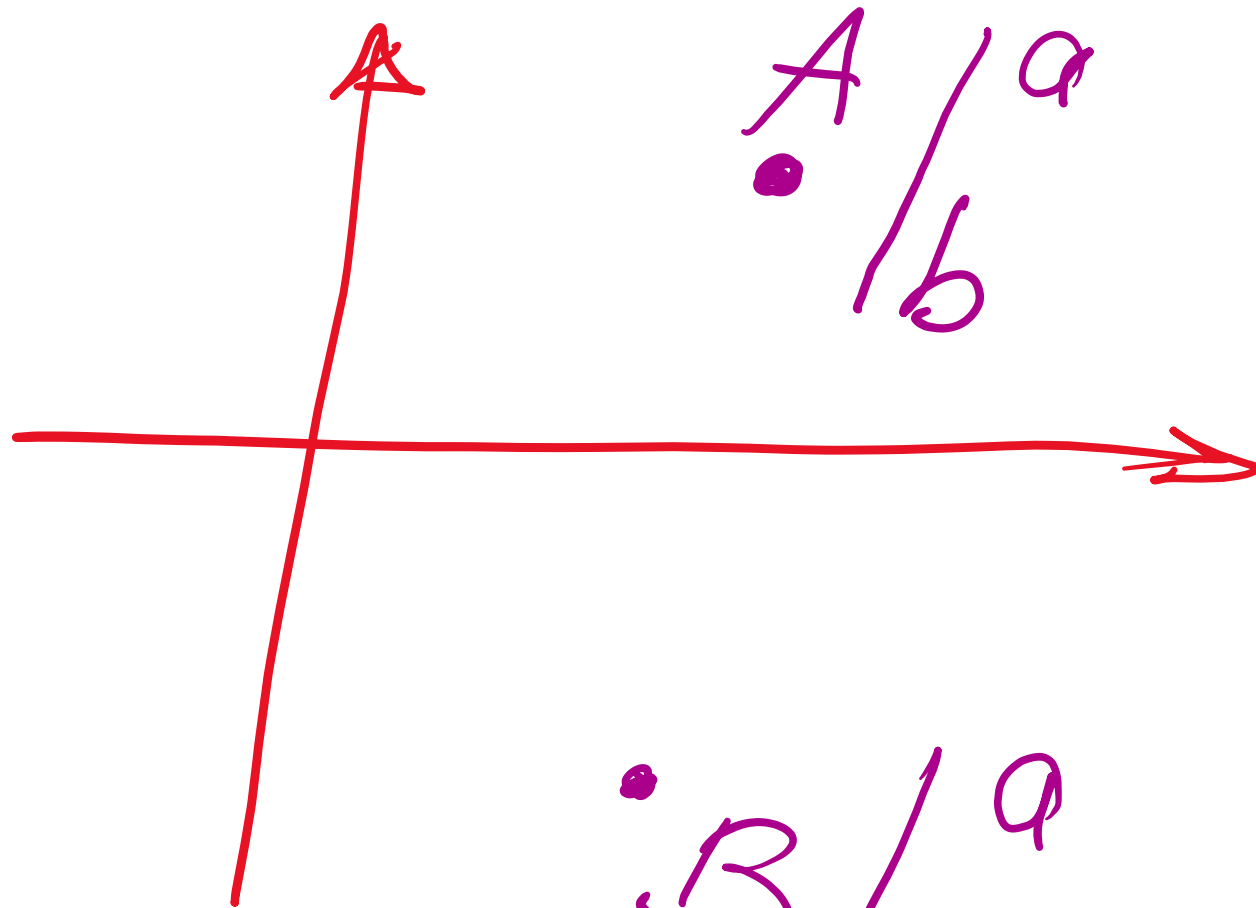
-۳, -۱ (۳)

-۳, ۱ (۲)

۱, -۳ (۱)

$$\underline{k - z = -4} \rightarrow z = 1$$

$$2k + 1 = -5 \rightarrow 2k = -6 \rightarrow k = -3$$



$A = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} - 7$ قرینه B نسبت به $N = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و N قرینه C نسبت به $D = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}$ است. قرینه B

نسبت به C کدام است؟

$\checkmark$ $\boxed{D}$ $\checkmark$ $\begin{bmatrix} 20 \\ 30 \end{bmatrix}$ ④

$\begin{bmatrix} 15 \\ 13 \end{bmatrix}$ ③

$\begin{bmatrix} 37 \\ 26 \end{bmatrix}$ ②

$\begin{bmatrix} -7 \\ 0 \end{bmatrix}$ ①

$$x_B = 2x_N - x_A = -2 - 5 = -7$$

$$y_B = 2y_N - y_A = 9 - 9 = 0$$

$$x_C = 2x_D - x_N = 18 + 1 = 19$$

$$y_C = 2y_D - y_N = 19 - 2 = 17$$

$\begin{array}{l} B \\ \hline C \end{array} \begin{array}{l} 19 \\ 17 \end{array}$

$\begin{array}{l} P \\ \hline C \end{array} \begin{array}{l} 10 + 7 \\ 24 - 0 \end{array}$

$$A \begin{matrix} / x_A \\ \backslash y_A \end{matrix}$$



$$\equiv B \begin{matrix} / x_B \\ \backslash y_B \end{matrix}$$

$$\begin{array}{l} \frac{x_A + x_B}{r} = x_n \rightarrow \underline{\underline{x_A}} = r_n - \underline{\underline{x_B}} \\ \frac{y_A + y_B}{r} = y_n \rightarrow \underline{\underline{y_A}} = r_n - \underline{\underline{y_B}} \end{array}$$

۸- قرینه $\begin{bmatrix} ۳ \\ -۷ \end{bmatrix}$ نسبت به مبدأ مختصات به صورت $\begin{bmatrix} ۳a - ۹ \\ ۲ - b \end{bmatrix}$ می باشد. مقدار $۲a + b$ کدام است؟

①

②

③

④

$$۳a - 9 = -۱ \rightarrow ۳a = 9 \rightarrow a = ۳$$

$$۲ - b = +۷ \rightarrow -b = ۵ \rightarrow b = -۵$$

$$۲a + b = ۶ - ۵ = ۱$$

$$A/b^a \xrightarrow{\text{inv}} A'/-b^{-a}$$

۹- اگر $\vec{c} = \begin{bmatrix} -17 \\ 2n \end{bmatrix}$ و $\vec{d} = \begin{bmatrix} m+20 \\ -10 \end{bmatrix}$ ، هم‌اندازه و موازی و در جهت مخالف یکدیگر هستند.

$m - n$ کدام است؟

۲ (۴)

۵ (۳)

-۳ (۲)

-۸ (۱)

$$m + 20 = 17 \rightarrow m = -3$$

$$-10 = -2n \rightarrow n = 5$$

$$m - n = -3 - 5 = -8$$

۱- نقطه $C = \begin{bmatrix} 3z + 1 \\ 2 - v \end{bmatrix}$ روی محور عرض و نقطه $D = \begin{bmatrix} z + \frac{v}{3} \\ 4v - 3 \end{bmatrix}$ روی محور طول واقع شده است. مختصات $\overrightarrow{CD}$ برابر است با:

$$\textcircled{1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{2} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{5}{4} \end{bmatrix}$$

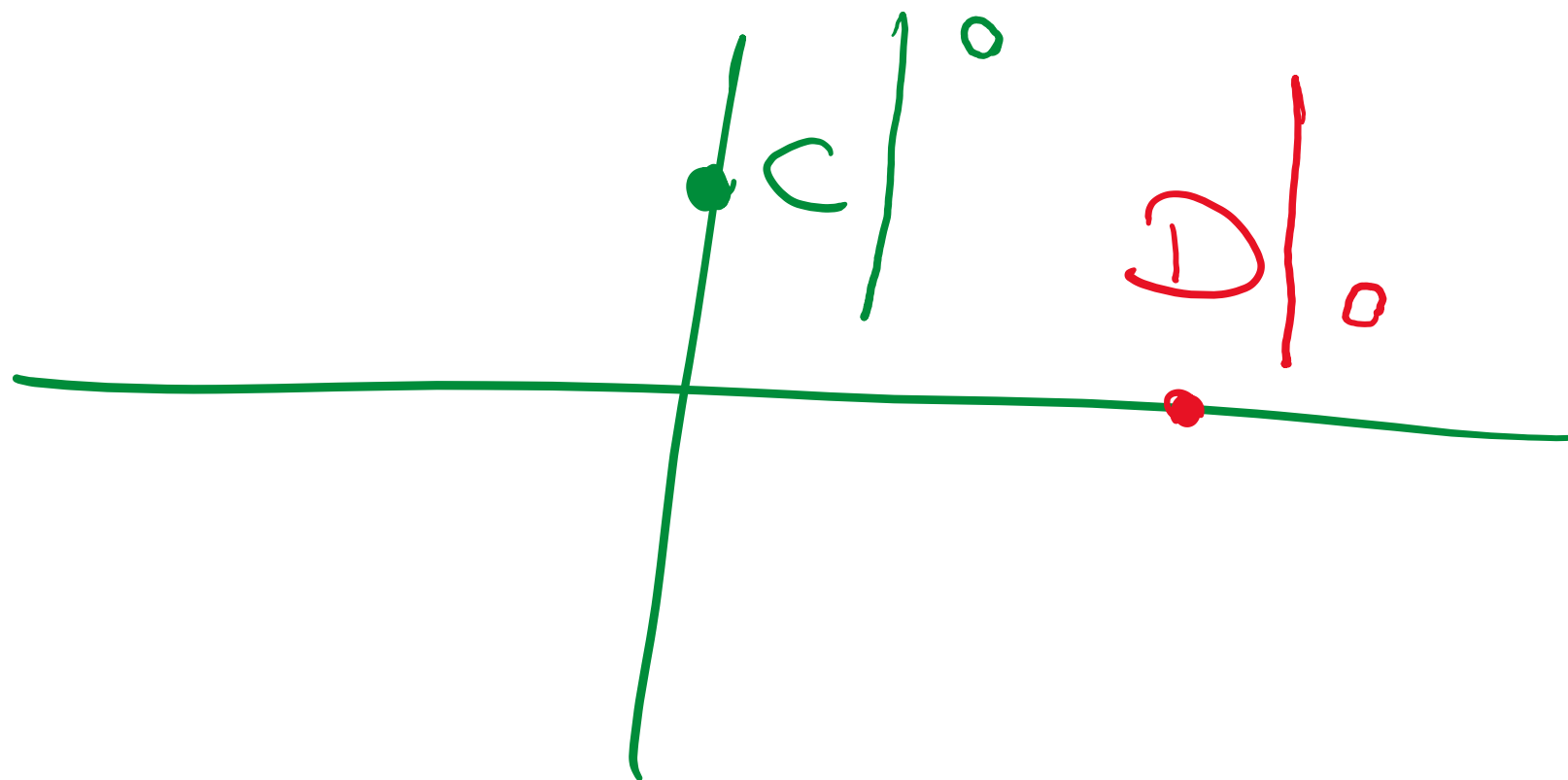
$$\textcircled{3} \begin{bmatrix} 3 \\ \frac{5}{4} \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{4} \begin{bmatrix} 2 \\ -\frac{5}{4} \end{bmatrix}$$

$$\mu Z + 1 = 0 \rightarrow \mu Z = -1 \rightarrow Z = -\frac{1}{\mu}$$

$$4v - 3 = 0 \rightarrow 4v = 3 \rightarrow v = \frac{3}{4}$$

$$\overrightarrow{CD} = D - C = \begin{bmatrix} \mu \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{5}{4} \end{bmatrix}$$



۱۱- اگر $\vec{x} = -\vec{i} + 5\vec{j}$ و $\vec{y} = 2\vec{j} - \vec{i}$ و $\vec{z} = -3\vec{i} - \vec{j}$ و $\vec{z} = s\vec{x} - r\vec{y}$ آن گاه $\frac{s}{r}$ کدام گزینه است؟

$$\textcircled{۴} -\frac{۱۶}{۷}$$

$$\textcircled{۳} -\frac{۷}{۱۶}$$

$$\textcircled{۲} \frac{۱۶}{۷}$$

$$\textcircled{۱} \frac{۷}{۱۶}$$

۱۲- اگر مختصات ابتدا و انتهای یک بردار به ترتیب $\begin{bmatrix} ۸\sqrt{۶} \\ ۳\sqrt{۲} \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۹\sqrt{۶} \\ ۴\sqrt{۲} \end{bmatrix}$ باشد، با محور افقی چه زاویه‌ای تشکیل می‌دهد؟

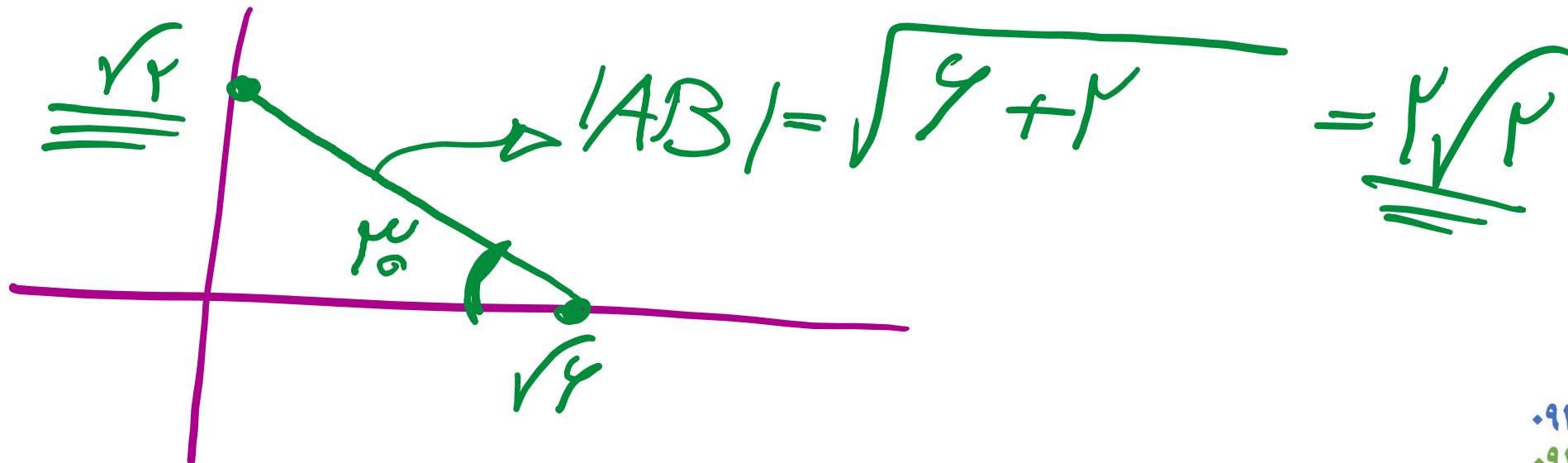
۹۰ (۴)

۴۵ (۳)

۶۰ (۲)

۳۰ (۱)

$$AB = \begin{bmatrix} 9\sqrt{6} \\ 4\sqrt{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8\sqrt{6} \\ 3\sqrt{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{6} \\ \sqrt{2} \end{bmatrix}$$



۱۳- اگر $C' = \begin{bmatrix} 2n-1 \\ m+n-1 \end{bmatrix}$ انتقال یافته $C = \begin{bmatrix} 3m+1 \\ 4n-3 \end{bmatrix}$ تحت بردار $\vec{d} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ باشد:

حاصل $\frac{2mn}{m-n}$ کدام است؟

$\frac{-325}{42}$ (۴) ✓

$\frac{-12}{7}$ (۳)

$\frac{-25}{7}$ (۲)

$\frac{300}{208}$ (۱)

$$C' = C + d \rightarrow \begin{bmatrix} \underline{1n-1} \\ \underline{m+n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{1m+1+d} \\ \underline{1n-1+4} \end{bmatrix}$$

$$1n - 1m = 1$$

$$1n - 1m = 1$$

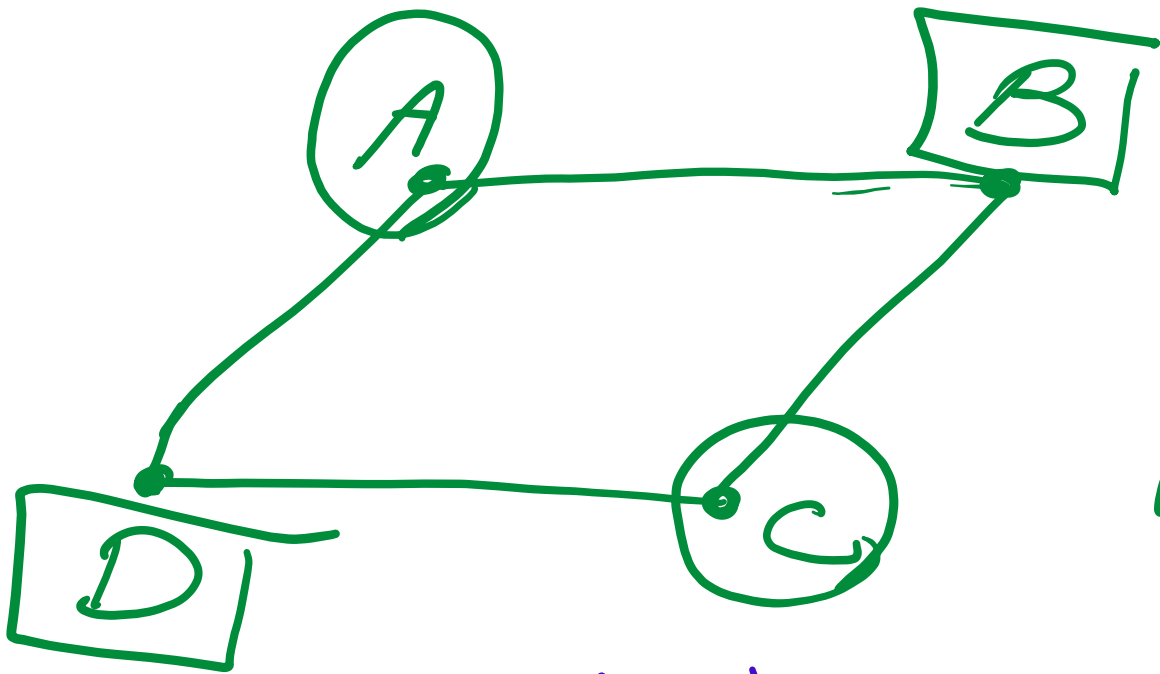
$$m - 1n = 1$$

$$-9n + 1m = 9$$

$$m + \frac{1 \cdot 9}{1} = 1 \rightarrow m = \frac{-10}{1} - 1n = 11$$

$$n = \frac{-11}{1}$$

۱۴- اگر نقاط $A = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۰ \end{bmatrix}$ مختصات سه رأس متوازی الاضلاع $ABCD$ باشند، مختصات رأس چهارم متوازی الاضلاع را بدست آورید.



$$x_A + x_C = x_B + x_D$$

$$y_A + y_C = y_B + y_D$$

$$۳ + (-۳) = ۱ + x_D \rightarrow x_D = -1$$

$$-۲ + ۰ = ۲ + y_D \rightarrow y_D = -۲$$

۱۵- در هر تساوی، x و y را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +2 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} 3+x=7 \rightarrow x=4 \\ -4-2=y \rightarrow y=-6 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} x+1 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ y-1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x+1=-1 \rightarrow x=-2 \\ y-1=5 \rightarrow y=6 \end{cases}$$

۱۶- طرف دیگر تساوی ها را بنویسید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} = 3\vec{i} + 7\vec{j} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix} =$$

$$-2\vec{i} - 4\vec{j}$$

$$\vec{e} = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$-5\vec{i}$$

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = -2\vec{j}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \omega \\ \Sigma \end{bmatrix} = \omega i + \Sigma j$$

$$\gamma_i - v j = \begin{bmatrix} \gamma \\ -v \end{bmatrix}$$

۱۷- با توجه به بردارهای a و b ، مختصات بردار c را به دست آورید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = -3\vec{a} - 4\vec{b}$$

$$C = -3 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -8 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow C = \begin{bmatrix} -6 + 8 \\ -3 - 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -15 \end{bmatrix}$$

۱۸- معادله های مختصات زیر را حل کنید.

$$۴x = \begin{bmatrix} ۱۲ \\ -۸ \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow x = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$-۳x = \begin{bmatrix} ۱۵ \\ -۹ \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow x = \begin{bmatrix} -۵ \\ ۳ \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\begin{bmatrix} ۲ \\ ۵ \end{bmatrix}}} + \underline{\underline{x}} = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow x = \begin{bmatrix} -۲ \\ -۵ \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\begin{bmatrix} ۲ \\ ۵ \end{bmatrix}}} + x = \begin{bmatrix} -۴ \\ ۶ \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow x = \begin{bmatrix} -۶ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

۱۹- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$(-1) \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -10 \end{bmatrix}$$

$$(-4) \begin{bmatrix} -5 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ -28 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ -27 \end{bmatrix}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \begin{bmatrix} 12 \\ -8 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 42 \\ 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36 \\ 22 \end{bmatrix}$$

۲۰- اگر $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ باشد، مختصات بردار x را پیدا کنید.

$$2\vec{a} - \vec{b} = 3\vec{x}$$

$$2\vec{x} = 2 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$2\vec{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -7 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -7/2 \end{bmatrix}$$