

ریاضی هشتم

نمونه سوال فصل چهارم

جبر و معادله

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت علی جبر است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه‌های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار میگیرند.



۱- اگر $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3$ باشد، حاصل عبارت $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$ کدام گزینه است؟

۴) -۵

۳) ۵

۲) -۷

۱) ۷

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 = 3^2 \rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2 \times \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 9$$

$$\rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} = 7$$

$$(A+B)^{\mu} = A^{\mu} + B^{\mu} + \mu AB$$

$$(\underline{x} + \underline{1})^{\mu} = x^{\mu} + 9 + 9x$$

۲- اگر داشته باشیم: $\frac{ab}{a+b} = \frac{1}{7}$ و $\frac{bc}{b+c} = \frac{1}{4}$ و $\frac{ac}{a+c} = \frac{1}{9}$ حاصل $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ کدام

گزینه است؟

۱. (۱)

۲. (۲)

۳. (۳)

۴. (۴)

$$\frac{a+b}{ab} = 7 \rightarrow \frac{a}{ab} + \frac{b}{ab} = 7 \rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = 7$$

$$\frac{b+c}{bc} = 4 \rightarrow \frac{b}{bc} + \frac{c}{bc} = 4 \rightarrow \frac{1}{c} + \frac{1}{b} = 4$$

$$\frac{a+c}{ac} = 9 \rightarrow \frac{a}{ac} + \frac{c}{ac} = 9 \rightarrow \frac{1}{c} + \frac{1}{a} = 9$$

$$\rightarrow 7\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 10 \rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{10}{7}$$

۳- اگر $m + \frac{1}{m} = -5$ ، حاصل عبارت $m^2 + \frac{1}{m^2}$ کدام گزینه است؟

۲۵ (۴)

۲۵ (۳)

۲۳ (۲)

-۲۳ (۱)

$$(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$$

$$(m + \frac{1}{m})^2 = (-5)^2 \rightarrow m^2 + \frac{1}{m^2} + 2(\cancel{m})(\cancel{\frac{1}{m}}) = 25$$

$$\rightarrow m^2 + \frac{1}{m^2} = 23$$

۴- مقدار x را در معادله روبه‌رو به دست آورید.

$$\frac{x-9}{3} - \frac{2x+1}{9} = x-2$$

$$\frac{3x-17-2x-1}{9} = x-2 \rightarrow \frac{x-18}{9} = \frac{x-2}{1}$$

$$3x-18 = 9x-18 \rightarrow 18 = -6x$$

$$x = \frac{-6}{1} = -6$$

۵- علی امتحانی داد که ۵۰ سوال داشت. او به ازای هر جواب صحیح ۵٪ امتیاز می گرفت و به ازای هر جواب نادرست ۷۵٪ امتیاز از دست می داد. علی به همه سوالها جواب داد و امتیازش صفر شد. او به چند سوال پاسخ اشتباه داده است؟

$$x = \text{درست}$$

$$y = 50 - x$$

۳۵ (۴)

۲۵ (۳)

~~۲۰ (۲)~~

۳۰ (۱)

$$\frac{1}{4}x - \frac{1}{4}(50 - x) = 0$$

$$x \rightarrow 1x - 12.5 + 1x = 0 \rightarrow 2x = 12.5 \rightarrow x = 6.25$$

$$y = 50 - 6.25 = 43.75$$

۶- از مستطیلی $(x + ۷)$ و $(x + ۴)$ یک مستطیل به ابعاد $(x + ۲)$ و $(x + ۱)$ را حذف کرده‌ایم.
مساحت باقی‌مانده کدام است؟

$$۵x + ۱۳ \text{ (۴)}$$

$$۸x + ۲۶ \text{ (۳)}$$

$$۵x + ۱۲ \text{ (۲)}$$

$$۱۰x + ۲۴ \text{ (۱)}$$

$$(x+۷)(x+۴) - (x+۲)(x+۱)$$

$$= \cancel{x} + \underline{x} + \underline{۷x} + \underline{۲۸} - \cancel{x} - \underline{x} - \underline{۲x} - \underline{۲}$$

$$= ۱x + ۲۶$$

۷- عبارت $x^2 - 10x + 21$ با کدام گزینه مساوی است؟

- ① $(x - 3)(x - 7)$ ② $(x - 3)(x + 7)$ ③ $(x + 3)(x + 7)$ ④ $(x + 3)(x - 7)$

$$\overset{۲}{x^2} - \underline{\underline{10}}x + \underline{\underline{21}} = (x - 7)(x - 3)$$

جمع ضربه

$$x^2 + 10x + 9$$

Handwritten notes: A green arrow points from the coefficient 10 to the constant term 9, with the word "find" written above it. The terms 10 and 9 are underlined in green.

$$\rightarrow (x+1)(x+9)$$

$$x^2 + 10x + 9$$

Handwritten notes: A green arrow points from the coefficient 10 to the constant term 9, with the word "find" written above it. The terms 10 and 9 are underlined in green.

$$\rightarrow (x+1)(x+9)$$

۸- می‌خواهیم مکعب مستطیلی را به ابعاد $3x$ ، x و $5x$ از یک ورقه فلزی مستطیل شکل به ابعاد $12x$ و $2x + 3$ بسازیم. چه سطحی از ورقه فلزی بی‌استفاده می‌ماند؟

$$x^2 + 36x \quad \textcircled{۴}$$

$$x^2 - 18x \quad \textcircled{۳}$$

$$36x - 22x^2 \quad \textcircled{۲} \checkmark$$

$$23x^2 - 18x \quad \textcircled{۱}$$

$$S = 2(3x^2 + 5x^2 + x^2) = 11x^2$$

$$S = 12x(2x + 3) = 24x^2 + 36x$$

$$\underline{24x^2 + 36x} - 11x^2 = \underline{13x^2 + 36x}$$

۹- اگر $x = \sqrt{5} + 2$ باشد، حاصل $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4x + 4}$ کدام است؟

$$\sqrt{5} + 2(\sqrt{5})^2 \quad (4)$$

$$1 + \frac{8\sqrt{5} + 16}{5} \quad (2)$$

$$(\sqrt{5} + 16)^2 \quad (1)$$

(3)

$$\frac{(x+2)(x+2)}{(x-2)(x-2)} = \frac{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}-2)} = \frac{(\sqrt{5}+2)^2}{5}$$

$$= \frac{5 + 4 + 4\sqrt{5}}{5} = \frac{9 + 4\sqrt{5}}{5} = \frac{5}{5} + \frac{4 + 4\sqrt{5}}{5}$$

۱- حاصل عبارت $(x^2b^2 + 4y^2)^2 - (4y^2 - x^2b^2)^2$ کدام است؟

۱۶x^۲y^۲b^۲ ④

۴xyb^۲ ③

-۱۶x^۲y^۲b^۲ ②

۴x^۲y^۲b ①

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

~~$$(y^2 - x^2b^2 - x^2b^2 - 4y^2)(y^2 - x^2b^2 + x^2b^2 + 4y^2)$$~~

$$= (-4x^2b^2)(4y^2) = -16x^2y^2b^2$$

۱۱- اگر به تفاضل دو عدد مربع کامل متوالی یک واحد اضافه کنیم، حاصل ثلث عدد بزرگ تر می شود. عدد

بزرگ تر کدام است؟

۱۶ ①

۲۵ ②

۳۶ ③

۴۹ ④

$$\underline{(x)^2} \quad \boxed{(x+1)^2}$$

$$\underline{(x+1)^2} - x^2 + 1 = \frac{1}{x} (x+1)^2$$

$$\cancel{x^2} + 1 + 1x - \cancel{x^2} + 1 = \boxed{\frac{1}{x}} (x^2 + 1 + 1x) = \boxed{2x + 2}$$

$$\times x^3 \rightarrow x^3 + 1 + 1x = 9x + 9 \rightarrow x^3 - 1x - 9 = 0$$

$$\underline{(x-9)} \underline{(x+1)} = 0$$

$$\boxed{x=9}$$

$$x=-1$$

۱۲- اگر داشته باشیم: $A = \frac{a}{\textcircled{3}} - \frac{2a - 3ab}{\textcircled{2}} - \frac{3a - 5ab}{\textcircled{6}}$ حاصل $\frac{A}{V}$ به ساده‌ترین شکل برابر

است با:

$$\frac{1}{6}(ab - a) \textcircled{4}$$

$$\frac{1}{6}(ab + a) \textcircled{3}$$

$$\frac{2ab + a}{3} \textcircled{2}$$

$$\frac{2ab - a}{6} \textcircled{1}$$

$$A = \frac{2a - 4a + 9ab - 2a + 5ab}{6} = \frac{12ab - 4a}{6}$$

$$\frac{A}{V} = \frac{\cancel{V} (12ab - 4a)}{\cancel{V} \times 6} = \frac{12ab - 4a}{6}$$

۱۳- اگر قیمت بی تخفیف دو کتاب برابر قیمت با تخفیف سه کتاب از همان نوع باشد، تخفیف چند درصد است؟

① ۳۳,۳

② ۳۰

③ ۲۵

④ ۴۰

تخفیف = a بدین -

b = مقدار

$$2a = 3(a - b) = 3a - 3b \rightarrow 2a = 3a - 3b$$

$$a = 3b \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{3} \times 100 = 33,3$$

۱۴- تعدادی سیب داریم. اگر در هر ظرف ۵ سیب قرار دهیم، یک سیب اضافه می ماند و اگر در هر ظرف ۶

سیب قرار دهیم. ۲ ظرف خالی می ماند. تعداد ظرف ها چقدر است؟

$$x = \text{ظرف}$$

$$15 \text{ (۴)}$$

$$14 \text{ (۳)}$$

$$13 \text{ (۲)}$$

$$12 \text{ (۱)}$$

$$x + 1 = x - 12$$

$$x = 12$$

۱۵- وقتی یخی آب می شود $\frac{2}{11}$ از حجمش کم می شود، وقتی آب یخ می زند حجمش چقدر بیش تر می شود؟

$$\textcircled{1} \frac{11}{9}$$

$$\textcircled{2} \frac{2}{9}$$

$$\textcircled{3} \frac{9}{2}$$

$$\textcircled{4} \frac{10}{9}$$

$x = \text{آب}$
 $y = \text{یخ}$

$$x = y - \frac{2}{11}y = \boxed{\frac{9}{11}}y$$

$$y = \frac{11}{9}x \Rightarrow y = \frac{9}{9}x + \frac{2}{9}x = x + \frac{2}{9}x$$

۱۶- زهرا در تعدادی آزمون شیمی شرکت کرده است. او برای این که میانگین کل امتیازش ۸۰ درصد شود، باید در آزمون آخر امتیاز ۹۰ درصد را کسب کند اما در آخرین امتحان امتیاز ۶۰ درصد را کسب کرد و میانگین کل ۷۵ درصد شد. او در چند آزمون شرکت کرده است؟

۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

$$\frac{(n-1)x + 90}{n} = 80 \rightarrow (n-1)x + 90 = 80n$$

$$\frac{(n-1)x + 60}{n} = 75 \rightarrow (n-1)x + 60 = 75n$$

$$90 = 75n \rightarrow n = 12$$

۱۷- اگر $\begin{cases} a^2 + ab = 10 \\ b^2 + ab = 14 \end{cases}$ باشد، حاصل عبارت بزرگ‌ترین مقدار $b + a$ کدام است؟ $(a, b > 0)$

$a, b \in \mathbb{N}$

۸ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

$$\begin{cases} b^2 + ab = 14 \\ a^2 + ab = 10 \end{cases}$$

$$b^2 - a^2 = 4$$

$$\underline{\underline{(b-a)(b+a) = 4}}$$

کدام عبارت درست است؟

$$4ab + 5b^2 = 2a^2 + 3$$

$$3a^2 + 4b^2 = 1 + 10ab$$

اگر ۱۸-۱

$$3b - a = -2$$

(۴)

$$a - 3b = -3$$

(۳)

$$3a + b = 2$$

(۲)

$$3a - b = 2$$

(۱)

$$3a^2 + 5b^2 - 6ab = 1$$

$$-1a^2 + 2b^2 + 8ab = 2$$

$$a^2 + 9b^2 - 9ab = 2$$

$$(a - 3b)^2 = 2$$

$$a - 3b = 2 \rightarrow 3b - a = -2$$

$$a - 3b = -2 \rightarrow 3b - a = 2$$

۱۹- معادله‌ی مقابل چند جواب طبیعی دارد؟

$$\underline{x(x-3)(x-4)(x-5)} = \boxed{0}$$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۴ (۱)

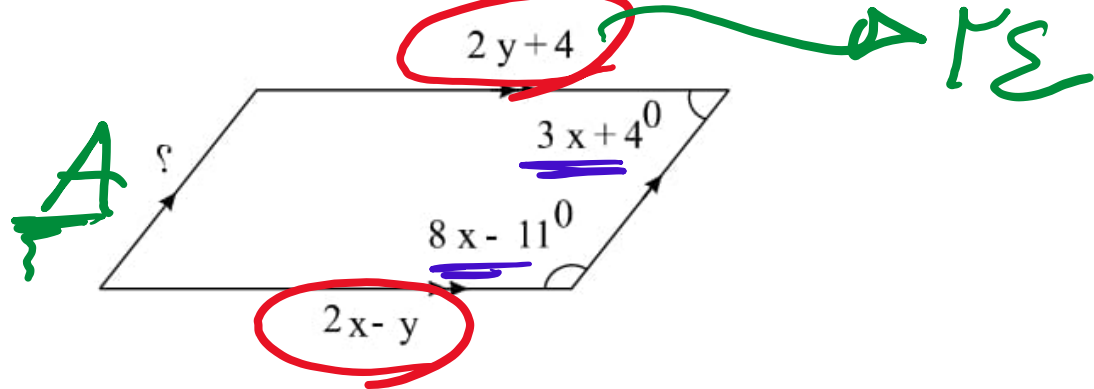
$$x = 0 \quad \times$$

$$x - 3 = 0 \longrightarrow x = 3 \quad \checkmark$$

$$x - 4 = 0 \longrightarrow x = 4 \quad \checkmark$$

$$x - 5 = 0 \longrightarrow x = 5 \quad \checkmark$$

۲۰- محیط متوازی الاضلاع زیر ۷۶ است. اندازه‌ی ضلع خواسته شده بر حسب x و y کدام است؟



~~$2x + y + 4$~~ ❶

$2(x - y)$ ❷

$2x - y$ ❸

❹ قابل محاسبه نیست.

$$2x + 4 = 8x - 11 \rightarrow 11x - 4 = 110 \rightarrow x = 12$$

$$2y + 4 = 2x - y \rightarrow 3y = 2x - 4 = 20 \rightarrow y = 10$$

$$2(12 + 10) = 76 \rightarrow 12 + 10 = 38 \rightarrow A = 12$$

۲۱-اگر

پاسخ

معادله

را با x نشان

$$\left(\frac{x}{1} - \frac{x}{2}\right) \left(\frac{x}{3} - \frac{x}{4}\right) \left(\frac{x}{5} - \frac{x}{6}\right) \dots \left(\frac{x}{19} - \frac{x}{20}\right) = \frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 20}$$

دهیم x^{20} کدام است؟

$$x^{10} \left(\frac{1}{1 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 4} \times \frac{1}{5 \times 6} \times \dots \times \frac{1}{19 \times 20} \right) = A$$

$$\frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 20}$$

$$x^{10} \times A = A \Rightarrow x^{10} = 1 \Rightarrow x = 1$$

۲۲- اگر $\frac{xy}{x+y} = \frac{1}{3}$ ، $\frac{yz}{y+z} = \frac{1}{15}$ ، $\frac{xz}{x+z} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ برابر است با:

۲۰ (۴)

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

$$\frac{x+y}{xy} = \mu \rightarrow \frac{x}{xy} + \frac{y}{xy} = \mu \rightarrow \frac{1}{y} + \frac{1}{x} = \mu$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 2$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 15$$

$$2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = 10 \rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 5$$

۲۳- اگر $a + b = c + d$ باشد، حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

$$A = \frac{(a - c + b)^3}{d^3} + \frac{(a - c - d)^3}{2b^3} + \frac{(c - b + d)^3}{3a^3}$$

$$\rightarrow \frac{d^3}{d^3} - \frac{b^3}{2b^3} + \frac{a^3}{3a^3}$$

$$a - c + b = d$$

$$a - c - d = -b$$

$$a = c - b + d$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2 - 1 + 2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

۲۴- مادری در جواب این که دخترش چند سال دارد گفت: اگر سن او را ۴ برابر کنید و ۵ برابر سن ۸ سال پیش او را از آن کم کنید. سن کنونی دختر به دست می آید. دختر چند سال دارد؟

۱۸ (۴)

۱۰ (۳)

۲۰ (۲)

۴۰ (۱)

$$x - 5(x-1) = x$$

$$x - 5x + 5 = x \rightarrow 1x = 10 \rightarrow x = 10$$