

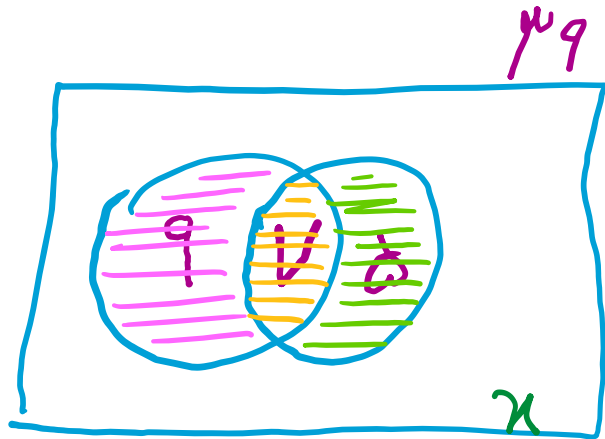
۱۰۱- در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)



$$9 + 4 + 5 + x = 39$$

$$x = 11$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۰۲- اگر $A = \sqrt[5]{4} \sqrt[3]{16} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $(2A)^{-\frac{1}{3}}$ ، کدام است؟

۰,۷۵ (۳)

۰,۵ (۲)

۰,۲۵ (۱)

$$A = \sqrt[5]{\frac{4 \cdot 16}{2^4}} \cdot 2^{\frac{4}{3}}$$

$$= \sqrt[5]{2^{10}} \times 2^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{2}{5}} \times 2^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{22}{15}} = 2^{\frac{2}{3}} = 4$$

$$(2A)^{-\frac{1}{3}} = 1^{-\frac{1}{3}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{1}} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۰۳- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله درجه دوم $(2m-1)x^2 + 6x + m - 2 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است؟

$$-2 < m < 3/5 \quad (2)$$

$$-1 < m < 2/5 \quad (4)$$

$$-2 < m < 2/5 \quad (1)$$

$$-1 < m < 3/5 \quad (3)$$

$$39 - 4(2m-1)(m-2) > 0 \rightarrow 9 - (2m^2 - m - 2m + 2) > 0$$

$$-2m^2 + 5m + 7 = 0 \rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 7/2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cc} & -1 & 7/2 \\ \hline & - & + \\ & & \text{ج} \end{array}$$

$$2m-1 \neq 0 \rightarrow m \neq 1/2$$

جواب: $(-1, 3/5) - \{1/2\}$

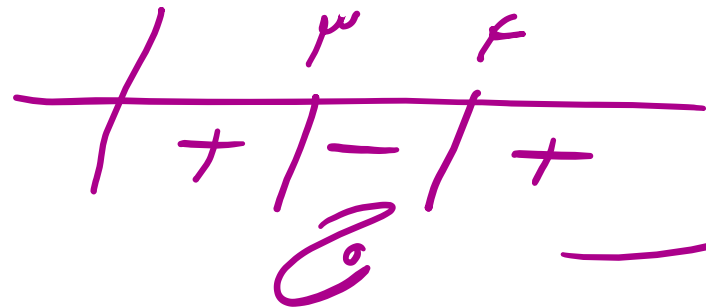
۱۰۴- نمودار تابع $y = -x^2 + 2x + 5$ را ۳ واحد به طرف X های مثبت، سپس ۲ واحد به طرف Y های منفی انتقال می دهیم.
 نمودار جدید در کدام بازه، بالای نیمساز ربع اول است؟

- (۱) (۳, ۴) (۲) (۲, ۵) (۳) (۳, ۵) (۴) (۲, ۶)

$$y_{\text{جدید}} = -(x-3)^2 + 2(x-3) + 5 - 2 = -x^2 - 9 + 4x + 2x - 6 + 3 - 2$$

$$y_{\text{جدید}} = -x^2 + 1x - 12$$

$$-x^2 + 1x - 12 > 0 \rightarrow +x^2 - 1x + 12 < 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$$



(۳, ۴)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰۵- مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟

۷۴۲ (۴)

۷۳۵ (۳)

۷۲۸ (۲)

۷۲۱ (۱)

۱۴،، ۹۱

$$a_1 = 14 \quad a_n = 91$$

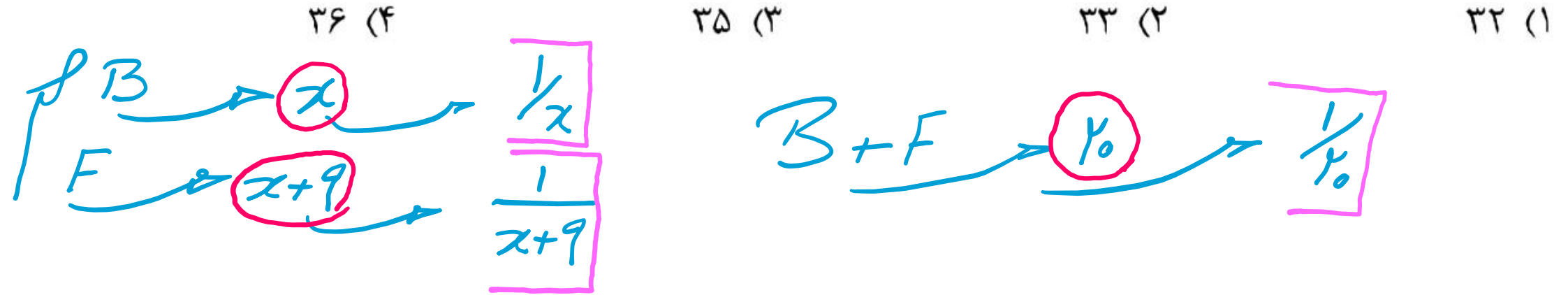
$$n = \frac{91 - 14}{7} + 1 = 13 \rightarrow n = 13$$

$$S_{13} = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = \frac{13}{2} (14 + 91) = 721$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰۶- بهروز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می دهد؟



$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{30}$$

$$x = 36$$

۱۰۷- اگر $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 6)\}$ و $g = \{(2, 3), (4, 2), (5, 6), (3, 1)\}$ باشند. تابع $\frac{g}{g \circ f^{-1}}$ ، کدام است؟

(۱) $\{(4, 2), (5, 2)\}$ (۲) $\{(4, 2), (3, 5)\}$ (۳) $\{(5, 2), (2, 4)\}$ (۴) $\{(3, 5), (2, 4)\}$

$$f^{-1} = \{(2, 1), (5, 2), (4, 3), (6, 4)\}$$

$$g(f^{-1}(x)) = \{\cancel{(2, 3)}, (5, 2), (4, 1), (6, 2)\}$$

$$\frac{g}{g \circ f^{-1}} = \{(5, 2), (4, 2)\}$$

۱۰۸- نمودار یک تابع به صورت $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = \underline{x^2 - x}$ را در دو نقطه به طول های ۱ و ۲ قطع می کند. $f(3)$ کدام است؟

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{l} \text{۶ (۴)} \\ A \Big|_0^1 \end{array} \rightarrow -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} = 0 \rightarrow 2^{-A-B} = 2^0 \rightarrow A+B = -1 \quad \checkmark \\
 \begin{array}{l} \text{۵ (۳)} \\ B \Big|_2^2 \end{array} \rightarrow -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B} = 2 \rightarrow 2^{-2A-B} = 2^2 \rightarrow 2A+B = -4 \quad \checkmark
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \rightarrow \begin{cases} A = -1 \\ B = 0 \end{cases} \rightarrow f(3) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 4
 \end{array}$$

۱۰۹ - حاصل عبارت $\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (۱)$$

$$\tan \left(\frac{11\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(\frac{15\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right) \cdot \cos \left(\frac{13\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\tan \left(3\pi - \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(4\pi - \frac{\pi}{4} \right) \cdot \cos \left(3\pi + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\left(-\tan \frac{\pi}{4} \right) + \left(\ominus \sin \frac{\pi}{4} \right) \cdot \left(\ominus \cos \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۱۰ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin a \cos x + \cos a \sin x - \sin a}{x}$ ، کدام است؟

$\sin a$ (۴)

$\cos a$ (۳)

$-\cos a$ (۲)

$-\sin a$ (۱)

$$\text{HoP} \rightarrow \frac{\sin a (-\sin x) + \cos a (\cos x) - 0}{x \rightarrow 0}$$

$$= \cos a$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۱- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{3x-6}{x-\sqrt{x+2}} & ; x > 2 \\ ax-1 & ; x \leq 2 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی، پیوسته است؟

(۴) ۳

(۳) ۲/۵

(۲) ۲

(۱) ۱/۵

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{3}{1 - \frac{1}{2\sqrt{x+2}}} = \frac{3}{\frac{2}{2}} = 3$$

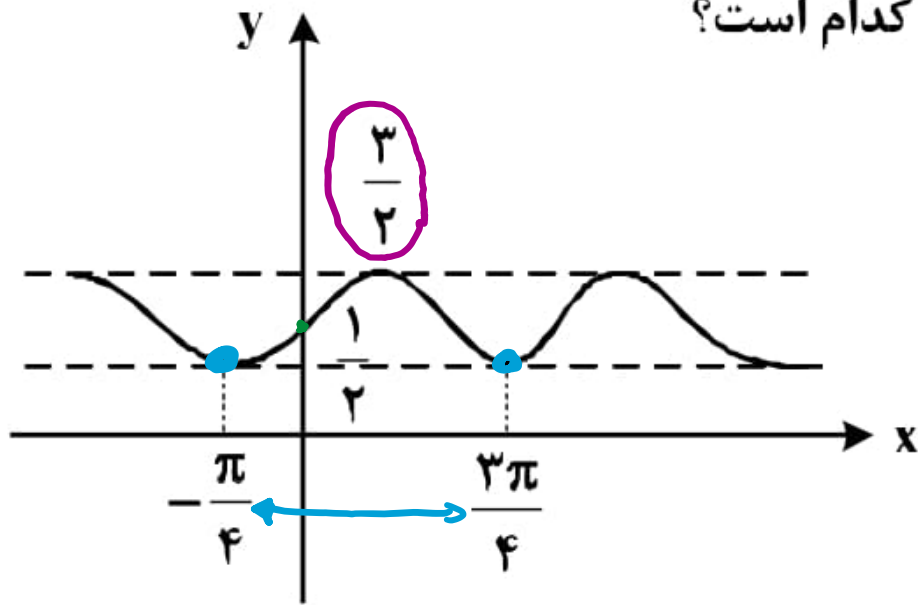
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) = 2a - 1$$

$$2a - 1 = 3 \rightarrow a = 2, 5$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۱۲- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx \cos bx$ است. $a+b$ کدام است؟



$$f = 1 + \frac{a}{\gamma} \sin 2bx$$

- ۱ (۱)
- $\frac{3}{2}$ (۲)
- $\frac{3}{2}$ (۳)
- ۳ (۴)

$$1 + \frac{a}{\gamma} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{a}{\gamma} = \frac{1}{2} \rightarrow a = 1$$

$$\frac{\frac{\pi}{4}}{\gamma b} = \frac{\pi}{4} \rightarrow b = 1$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۱۳- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

$$\frac{5\pi}{2} \quad (1)$$

$$\frac{7\pi}{2} \quad (2)$$

$$2\pi \quad (3)$$

$$3\pi \quad (4)$$

$$(\sin x + \cos x) (\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cos x) = 1 - \sin x \cos x$$

$$(1 - \sin x \cos x) (\sin x + \cos x - 1) = 0$$

$$1 - \frac{1}{2} \sin 2x = 0 \rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x = 1 \rightarrow \sin 2x = 2 \rightarrow X$$

$$\sin x + \cos x = 1 \rightarrow \begin{cases} \sin x = 0, \cos x = 1 \rightarrow x = 0, x = 2\pi \\ \sin x = 1, \cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \text{جواب} = 0 + 2\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2} \quad \checkmark$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۱۴ - اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، کدام $a+b$ است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

۲ (صفر)

۱ (۱)

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$
$$x^2 + ax + b \rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$a+b = -4+4 = 0$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۱۵- اگر $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}$ باشد، $(f \circ g)'(1)$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{2}{3}$

$$y = f(u) \rightarrow y' = u' \cdot f'(u)$$

$$y = f(g(x)) \rightarrow y' = g'(x) \cdot f'(g(x)) \xrightarrow{x=1} y' = g'(1) \cdot f'(g(1))$$

$$g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow g'(1) = \frac{3}{2}$$

$$y' = \frac{3}{2} \cdot f'(2) = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۱۶- تابع با ضابطه
 $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است. $a + b$ کدام است؟

۲ (۱) \rightarrow $1 + 2a + b = 0$ \rightarrow $2a + b = -1$ ✓

۳ (۲) \rightarrow $1 + a = -1$ \rightarrow $a = -2$ ✓

۴ (۳) \rightarrow $b = 1$ ✓

۵ (۴) \rightarrow $a + b = 2$ ✓

پس: $a + b = 2$

۱۱۷- در تابع با ضابطه $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 2]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در

$x = \frac{3}{4}$ چقدر بیشتر است؟

$$\text{متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{4 \times 3 - 2 \times 1}{2 - 0} = \frac{12 - 2}{2} = 5$$

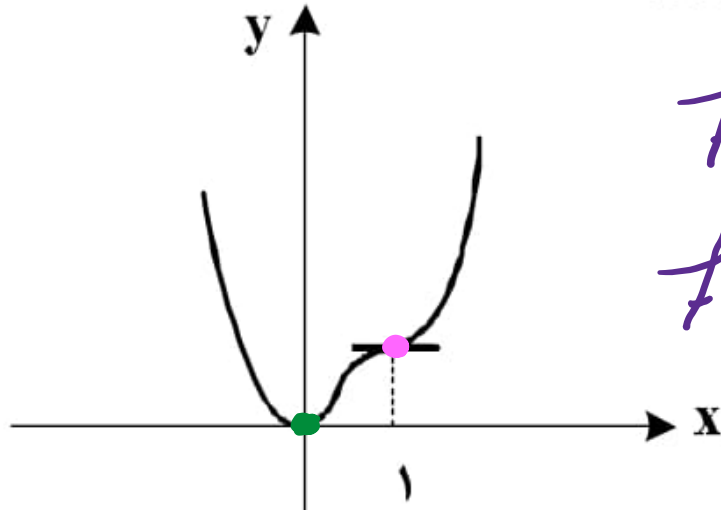
$$\text{لحظه‌ای} = \sqrt{4x+1} + \frac{f}{2\sqrt{4x+1}}(x+2) \quad x = \frac{3}{4} \quad \text{لحظه‌ای} = \frac{19}{4}$$

$$\text{مجا} = 5 - \frac{19}{4} = \frac{1}{4} = 0.25$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۱۸- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ است. a کدام است؟



$$f'(x) = 12x^3 + 3ax^2 + 2bx + c$$

(۱) -۸

(۲) -۷

(۳) -۵

(۴) -۴

$$f''(x) = 36x^2 + 6ax + 2b$$

$$f'(0) = 0 \rightarrow c = 0$$

$$f'(1) = 0 \rightarrow 12 + 3a + 2b = 0$$

$$f''(1) = 0 \rightarrow 36 + 6a + 2b = 0$$

$$a = -1$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۱۹ - فاصله نقطه می نیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$ از خط مجانِب قائم آن کدام است؟

$$y' = (2x+2)(x-1)^{-2} - 2(x-1)^{-3}(x^2+2x)$$

$$= 2(x-1) \left(\underline{x^2 - 1 - x^2 - 2x} \right) = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2} \checkmark$$

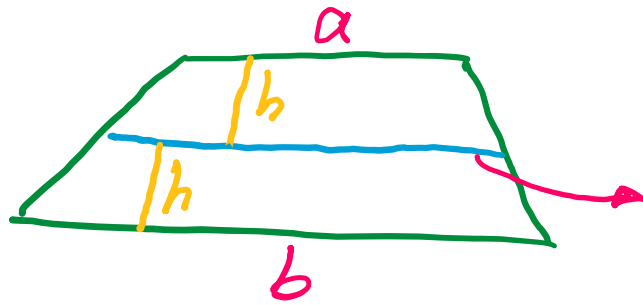
$$\text{مجانِب} \quad (x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1 \checkmark$$

$$y'' = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۲۰- در یک ذوزنقه، خطی که وسط ساقها را به هم وصل کند مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می کند، نسبت
 قاعده های ذوزنقه کدام است؟



$$\frac{3}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{a+b}{2}$$

$$\frac{2}{5} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۱)}$$

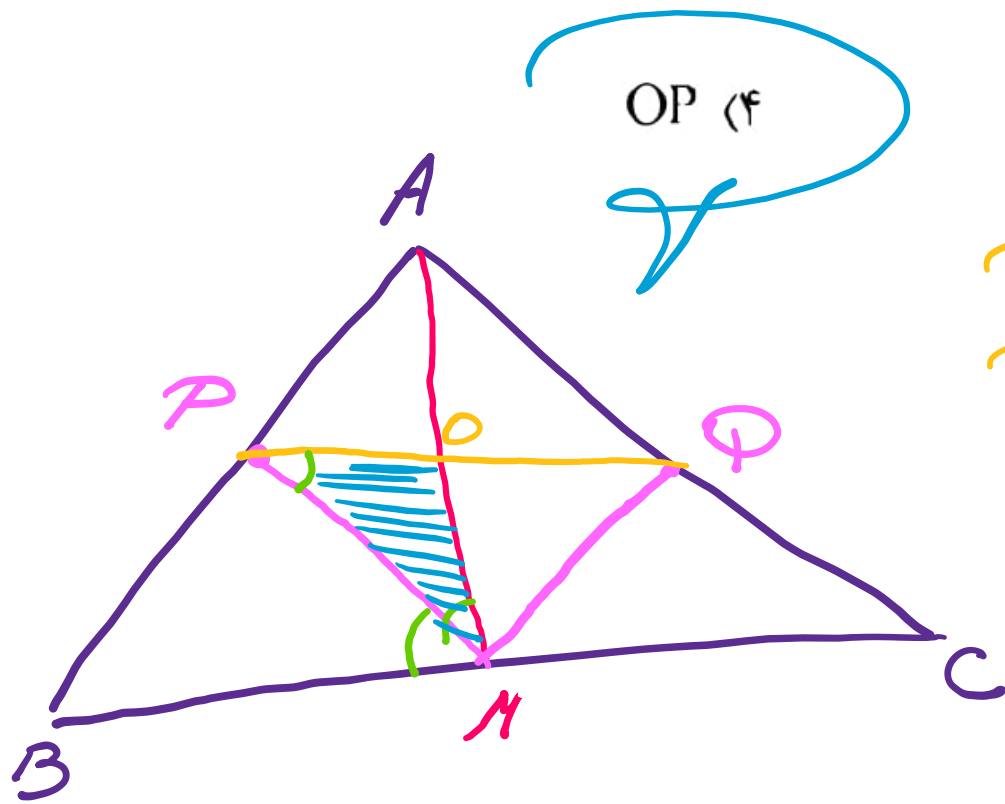
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{\frac{1}{2} \left(a + \frac{a+b}{2} \right) h}{\frac{1}{2} \left(b + \frac{a+b}{2} \right) h} = \frac{3a+b}{3b+a} = \frac{3}{5}$$

$$10a + 5b = 9b + 3a \rightarrow 11a = 4b \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{11} = \frac{1}{3}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM

۱۲۱- در مثلث ABC نقطه M وسط BC است. نیمسازهای دو زاویه AMB و AMC دو ضلع مثلث را در P و Q قطع می کنند. نقطه O محل تلاقی AM و PQ است. OM برابر کدام است؟



OM (۳)

AQ (۲)

$\frac{1}{4}BC$ (۱)

$PQ \parallel BC$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALGEBRA.COM