

آموزش حسابان دوازدهم

توابع صعودی و نزولی

(فصل پنجم - درس اول)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

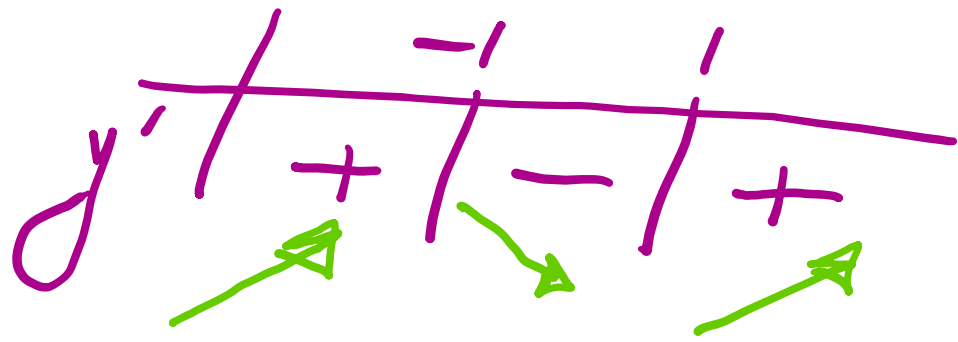
ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$y = x^3 - 3x + 1$$

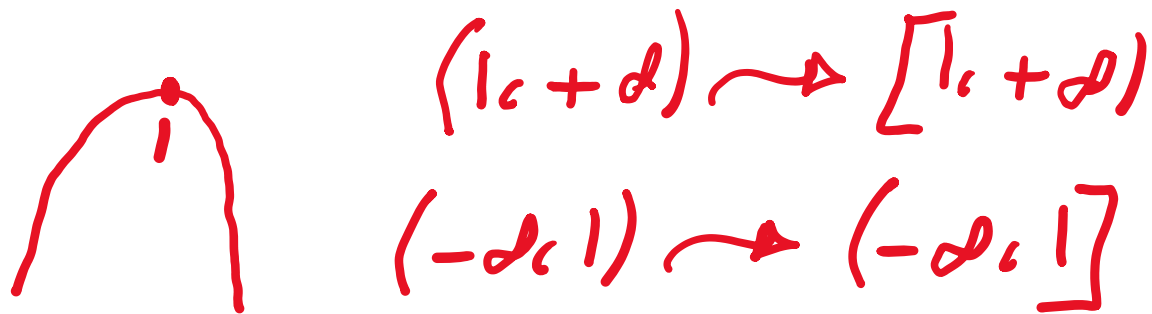
$y' \geq 0 \rightarrow$ صعود
 $y' \leq 0 \rightarrow$ نزول

$$1) y' \oplus 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow 3x^2 = 3 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$



صعود : $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

نزول : $(-1, 1)$



1 تابع f با ضابطه $f(x) = x^3 + ax^2 + x$ همواره صعودی است. تغییرات a کدام است؟

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + 1 \geq 0 \quad \text{و} \quad f'' > 0$$

1) $3 > 0$

$$a > 0, \Delta < 0$$

2) $\Delta < 0 \rightarrow f(a^2) - f(3) < 0 \rightarrow f(a^2) - 12 < 0$

$$\rightarrow f(a^2) < 12 \rightarrow a^2 < 3 \rightarrow -\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow \left| \begin{array}{l} x^2 \leq a^2 \rightarrow -a \leq x \leq a \\ x^2 \geq a^2 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x \geq a \\ x \leq -a \end{array} \right. \end{array} \right.$$

نمودار $y = (x - 1)^3 (x + 1)$ در کدام فاصله نزولی است؟

$y' < 0$

$$y' = 3(x-1)^2(x+1) + (1)(x-1)^3 = \frac{(x-1)^2}{\oplus} \left(\frac{3x+3+x-1}{\ominus} \right) < 0$$

$$4x + 2 < 0 \rightarrow 4x < -2 \rightarrow x < -\frac{1}{2}$$

جواب: $(-\infty, -\frac{1}{2})$

به ازای کدام مقادیر x ، نمودار تابع $y = 1 - 4x^2$ صعودی است؟ $y' > 0$

$y' = -1x > 0 \xrightarrow{\div (-1)} x < 0$

محور: $(-\infty, 0)$

۴ به ازای چه مقادیری از a ، تابع $y = \frac{x+2}{x-a}$ در هر یک از شاخه‌های همواره نزولی می‌باشد؟

$$y' < 0$$

$$y' = \frac{(1)(x-a) - (1)(x+2)}{(x-a)^2} < 0 \rightarrow \cancel{x-a} - \cancel{x} - 2 < 0$$

$$\rightarrow -a - 2 < 0 \rightarrow -a < 2 \xrightarrow{\times (-)} a > -2$$

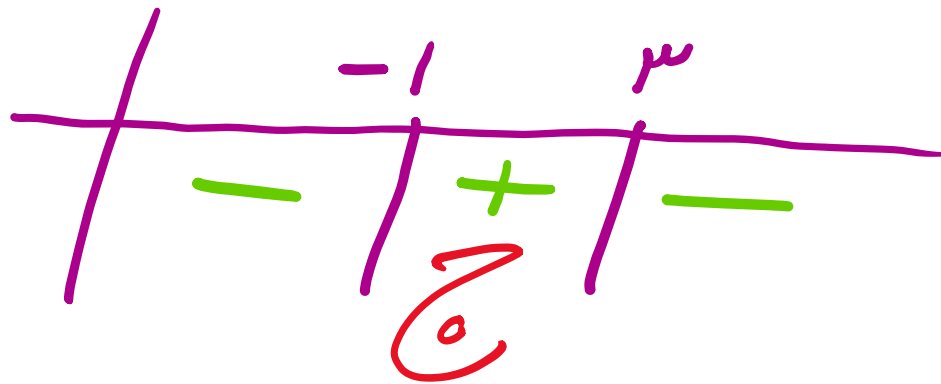
$$a > -2 \rightarrow (-2, +\infty)$$

تابع $f(x) = \frac{-1}{3}x^3 + x^2 + 3x$ در کدام بازه صعودی است؟

جواب

$$f'(x) = -x^2 + 2x + 3 > 0$$

$$\ominus -x^2 + 2x + 3 = 0 \quad b = a + c \quad \left| \begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array} \right.$$



معر $(-1, 3)$

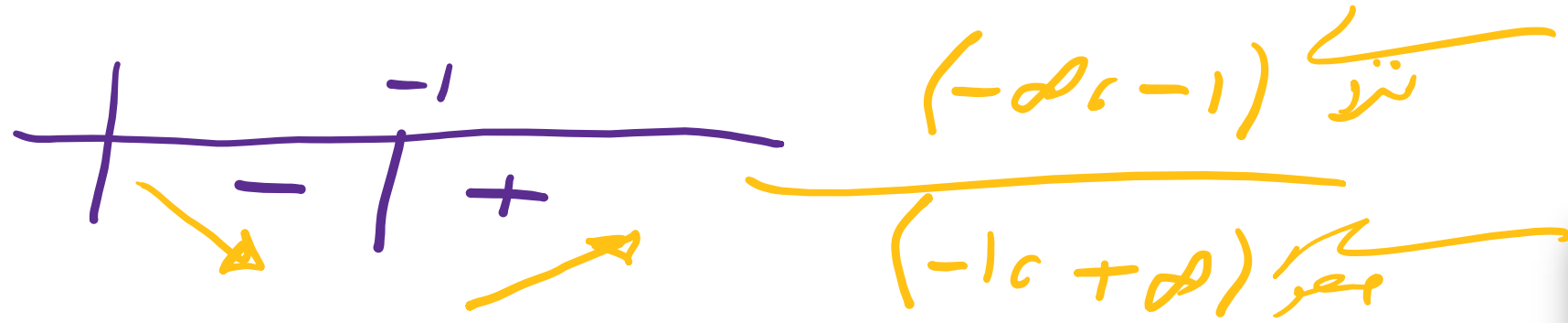
چگونه است؟ $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{2x^2 + 4x + 5}$

ابتدا تریکی و بعد هموار

$$f'(x) = \frac{(2x+2)(2x^2+4x+5) - (2x^2+4x+5)^2}{(2x^2+4x+5)^2}$$

$$= \frac{(2x+2)(2x^2+4x+5 - 2x^2 - 4x - 2)}{(2x^2+4x+5)^2} = \frac{(2x+2)(1)}{(2x^2+4x+5)^2}$$

$2x+2=0 \rightarrow x=-1$



نمودار تابع $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ در کدام فاصله صعودی است؟

$y' > 0$

$y' = -x + 2 > 0 \rightarrow -x > -2 \xrightarrow{\times (-)} x < 2$

$(-\infty, 2)$

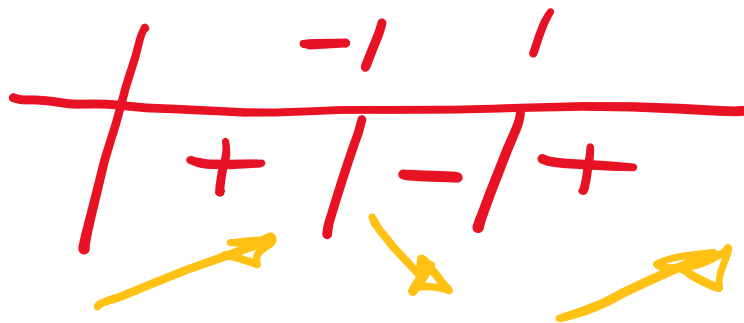
۸ نمودار تابع $y = (x - 1)^2(x + 2)$ در کدام فاصله صعودی است؟ $y' > 0$

$$y' = 2(x-1)(x+2) + (1)(x-1)^2 = (x-1)(2x+4+x-1) > 0$$

$$\rightarrow (x-1)(3x+3) > 0 \quad \text{صعود} \quad (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

$$x-1=0 \rightarrow x=1$$

$$3x+3=0 \rightarrow x=-1$$



منحنی به معادله $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x$ (۹)

همواره صعودی است. (۱) ✓

همواره نزولی است. (۲)

ماکسیمم دارد. (۳)

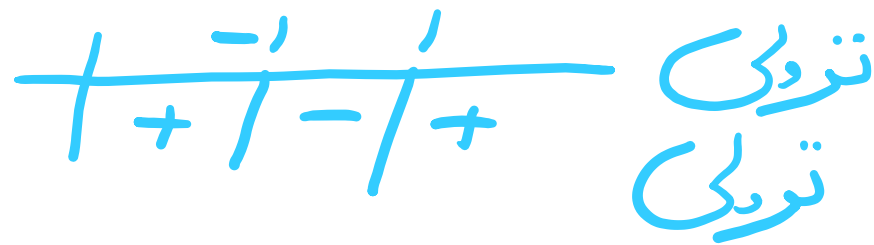
مینیمم دارد. (۴)

$$y' = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$$

$$\underline{\underline{x = -1}}$$
$$y' = 0$$

$$y = x^3 - 1(x+1)$$

$$y' = 3x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$$



تدریجی (-۱، ۱)
تدریجی [۱، -۱]



هرگاه تابع $f(x) = ax^3 + x^2 + ax + 2$ اکیداً صعودی باشد حدود a کدام است؟ ۱۰

$$f'(x) = 3ax^2 + 2x + a > 0 \quad \underline{a > 0}, \quad \underline{\Delta < 0}$$

$$1) \quad 3a > 0 \rightarrow a > 0 \quad (1)$$

$$2) \quad 4 - 4(3a)(a) < 0 \rightarrow 4 - 12a^2 < 0 \rightarrow 12a^2 > 4$$

$$\rightarrow a^2 > \frac{1}{3} \rightarrow \begin{cases} a > \frac{1}{\sqrt{3}} \\ a < -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow a > \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty \right)$$

۱۱ تابع $y = \frac{1}{4}x^3 - x^2 - 3x$ در بازه‌ی $[a, b]$ نزولی است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

$$y' = x^2 - 2x - 3 < 0$$

نزولی

$$\oplus x^2 - 2x - 3 = 0 \quad \xrightarrow{b=a+c} \quad \begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} -1 \quad 3 \\ | \quad | \quad | \\ + \quad - \quad + \\ \hline \end{array} \quad \text{نزولی} \quad [-1, 3] = [a, b]$$

$$\begin{array}{l} a = -1 \\ b = 3 \end{array} \rightarrow b - a = 4$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۱۲) به ازای چه مقادیری از m تابع $y = ۲x^۳ + ۳mx^۲ + ۲۴x + ۹$ یکبار یکنواست؟

$$y' = ۶x^۲ + ۶mx + ۲۴ \rightarrow \underline{۱}x^۲ + mx + ۴ \geq ۰$$

$$۱) a > ۰ \rightarrow ۱ > ۰ \checkmark$$

$$۲) \Delta \leq ۰ \rightarrow m^۲ - ۴(۱)(۴) \leq ۰ \rightarrow m^۲ - ۱۶ \leq ۰$$

$$\rightarrow m^۲ \leq ۱۶ \rightarrow -۴ \leq m \leq ۴$$

$$\rightarrow (-۴, ۴) / [-۴, ۴]$$