

آموزش حسابان دوازدهم

رسم نمودار توابع هموگرافیک

(فصل پنجم – درس سوم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$$

$$R_f = R - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

مرکز تقاطع

$$x = \frac{-d}{c}$$

جانب بالا

$$y = \frac{a}{c}$$

جانب منفی

صعود

$$ad - bc > 0$$

نزول

$$ad - bc < 0$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱- خط به معادله $y = \underline{x} + 4$ محور تقارن منحنی تابع $y = \frac{(2a-1)x+3}{2x+a}$ است. عرض از مبدا محور تقارن دیگر آن، کدام است؟

مردن تقارن $x = -\frac{a}{2}$ $y = \frac{2a-1}{2}$ $\rightarrow \frac{2a-1}{2} = \frac{-a}{2} + 4 \rightarrow a = 3$

مردن تقارن $x = -\frac{3}{2}$ $y = \frac{5}{2}$ $m = +1$ $y - y_0 = m(x - x_0)$ $m = -1$

$y - \frac{5}{2} = -1(x + \frac{3}{2})$ عرض از مبدا $x = 0$ $y = 1$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۲- تابع با ضابطه $y = ax + b + \frac{x^2}{2x-1}$ تابع هموگرافیکی است که محور y ها را در نقطه ای به عرض ۱ قطع می کند. $a + b$ کدام است؟

$$y = \frac{2ax^2 + 2bx - ax - b + x^2}{2x-1} = \frac{x^2(2a+1) + (2b-a)x - b}{2x-1}$$

مقیاس: $2a+1=0 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$ ✓

$A \mid \begin{matrix} x=0 \\ y=1 \end{matrix} \rightarrow \frac{-b}{-1} = 1 \rightarrow b=1$ ✓

$$a+b = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1.5x-1}{2x-1}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۳- تابع $f(x) = \frac{(a-1)x+1}{(a+3)x+a}$ یک تابع هموگرافیک است. a کدام مقدار (مقادیر) نمی تواند باشد؟

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow \frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$$

$$\frac{a-1}{a+3} \neq \frac{1}{a} \rightarrow a^2 - a \neq a+3 \rightarrow a^2 - 2a - 3 \neq 0$$

$$\begin{aligned} a &\neq -1 \\ a &\neq 3 \end{aligned}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۴- در تابع هموگرافیک $y = \frac{x+a}{bx+1}$ اگر $D_f = [-1, 1]$ و $R_f = [2, 3]$ باشد و $(ab < 1)$ آن گاه $5a - 10b$ کدام است؟

$$y' = \frac{1-ab}{(bx+1)^2} > 0 \rightarrow \text{محدود}$$

$$f(-1) = 2 \rightarrow \frac{-1+a}{-b+1} = 2 \rightarrow -1+a = -2b+2 \rightarrow a+2b = 3$$

$$f(1) = 3 \rightarrow \frac{1+a}{b+1} = 3 \rightarrow 1+a = 3b+3 \rightarrow a-3b = 2$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{13}{5} \\ b &= \frac{1}{5} \end{aligned} \rightarrow 5a - 10b = 13 - 2 = 11$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۵- در تابع هموگرافیک $y = \frac{ax + 2}{x - b}$ اگر خط $x = 3$ مجانب قائم آن و برد آن به صورت $\mathbb{R} - \{3\}$ باشد حاصل $a + b$ چقدر است؟

$$b = 3 \rightarrow 3 - b = 0 \rightarrow x = 3 \text{ مجانب قائم}$$

$$R_f = R - \{3\} \rightarrow \frac{a}{1} = 3 \rightarrow a = 3$$

$$a + b = 3 + 3 = 6$$

$$R_f = R - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۶- محل تلاقی دو مجانب تابع $y = \frac{2x + a}{x - b}$ روی خط $y = 3x + b$ قرار دارد، مقدار b کدام است؟

جانب‌ها

$$\begin{aligned} \text{مخرج} : x - b = 0 &\rightarrow x = b \\ \text{انقی} : \frac{2x}{x} = 2 &\rightarrow y = 2 \end{aligned}$$

$$y = 3x + b \quad \begin{array}{l} b \\ 2 \end{array} \rightarrow 2 = 3b + b \rightarrow 4b = 2 \rightarrow b = \frac{1}{2}$$

۷- کدام مجموعه، مجموعه ی برد تابع $f(x) = \frac{-x+1}{2x-1}$ است؟

$$\mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\} \quad \textcircled{۴}$$

$$\mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\} \quad \textcircled{۳}$$

$$(\frac{1}{2}, +\infty) \quad \textcircled{۲}$$

$$\mathbb{R} \quad \textcircled{۱}$$

$$f = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

$$f = \frac{-x+1}{2x-1} \rightarrow R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{-1}{2} \right\}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۸- به ازای کدام مقدار a ، مرکز تقارن تابع $y = \frac{2x+1}{x-a}$ روی نیمساز دوم و چهارم قرار می گیرد؟

مرکز تقارن

$$\begin{cases} x = a \\ y = 1 \end{cases}$$

نیمساز اول و سوم $y = -x \rightarrow a = -1$

۹- مجانب‌های نمودار تابع $y = \frac{x+1}{x-3}$ خط $y = x+1$ را در دو نقطه‌ی A و B قطع می‌کند. اندازه‌ی پاره خط AB چقدر است؟

مجاذب‌ها:

$$x-3=0 \rightarrow x=3$$
$$\frac{x}{x}=1 \rightarrow y=1$$

$A \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$

$B \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$

$$|AB| = \sqrt{(3-0)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰ - عرض از مبدأ خط تقارن و قاطع منحنی هموگرافیک $y = \frac{3x+1}{x-2}$ کدام است؟

مردن تقاطع

$$x=2$$
$$y=3$$

$$m=1$$

تذکره $3(-2) - (1) = -7$: نوع

$m=1$ تندی خط قاطع

$m=-1$ صعور خط قاطع

تلبه

عرض از مبدأ $x=0$

$$y-3 = 1(x-2)$$
$$y-3 = -2$$
$$y=1$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۱- تابع f به صورت $f(x) = ax + b - \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ یک تابع هموگرافیک است که نقطه‌ی تقارن آن روی نیمساز اول و سوم قرار دارد. $a + b$

$$f(x) = \frac{ax^2 - ax + bx - b - x^2 - 1}{x - 1} = \frac{x^2(a - 1) + x(b - a) - b - 1}{x - 1}$$

$$a - 1 = 0 \rightarrow a = 1 \checkmark$$

$$\begin{array}{l} \text{مردن تقارن} \\ x = 1 \\ y = b - 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{نیمساز اول و سوم} \\ y = x \end{array} \quad b - 1 = 1 \rightarrow b = 2 \checkmark$$

$$a + b = 1 + 2 = 3$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۲- نمودار تابع $y = \frac{2ax + 1}{x + a}$ به ازای مقادیری از a یک خط راست است. فاصله مبدأ مختصات از این خط کدام است؟

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \rightarrow \frac{2a}{1} = \frac{1}{a} \rightarrow 2a^2 = 1 \rightarrow a^2 = \frac{1}{2} \rightarrow a = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow y = \frac{\sqrt{2}x + 1}{x + \frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

$$d = \sqrt{2}$$

۱۳- به ازای کدام مقدار a ، مرکز تقارن منحنی $y = \frac{(a-1)(x+1)}{(4-a)(x-2)}$ بر روی نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ قرار دارد؟

مرکز تقارن

$$x=2$$
$$y = \frac{a-1}{4-a}$$
$$\frac{a-1}{4-a} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow 2a-2 = 4-a \rightarrow 3a=6 \rightarrow a=2$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۴- منحنی به معادله $y = \frac{x+1}{1-2x}$ ، محورهای مختصات را در A و B قطع می‌کند. فاصله مرکز تقارن این منحنی از وتر AB، کدام است؟

$$A \begin{array}{l} 0 \\ 1 \end{array} \quad B \begin{array}{l} -1 \\ 0 \end{array} \quad m = \frac{1-0}{0+1} = 1 \rightarrow y = x+1 \quad \checkmark$$

مرکز تقارن $\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{array} \right.$

$$x - y + 1 = 0 \quad \checkmark$$

$$L = \frac{\left| \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 \right|}{\sqrt{1+1}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۵- تابع با ضابطه‌ی $y = ax + b + \frac{2x^2}{x+1}$ تابع هموگرافیکی است که محور x ها را در نقطه‌ای به طول یک قطع می‌کند b کدام است؟

$$y = \frac{ax^2 + bx + ax + b + 2x^2}{x+1} = \frac{x^2(a+2) + x(a+b) + b}{x+1}$$

$$a+2=0 \rightarrow a=-2 \checkmark$$

$$A/0 \rightarrow -2+b+b=0 \rightarrow 2b=2 \rightarrow b=1$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM