

آموزش حسابان دوازدهم

مشتق مرتبه دوم و بالاتر

(فصل چهارم – درس دوم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$y = x^n \rightarrow y^{(n)} = n!$$

$$y = x^{\omega} + 1^{\mu} x^{\mu} + 1 \rightarrow y^{(\omega)} = \omega! \quad \checkmark$$

$$y = (ax+b)^n \rightarrow y^{(n)} = a^n \cdot n!$$

$$y = (1^{\mu} x - 2)^{10} \rightarrow y^{(10)} = 1^{\mu 10} \times 10! \quad \checkmark$$

$$y = \frac{1}{ax+b} \rightarrow y^{(n)} = \frac{(-1)^n \cdot a^n \cdot n!}{(ax+b)^{n+1}}$$

$$y = \frac{1}{5x+2} \rightarrow y^{(10)} = \frac{(-1)^{10} \times 5^{10} \times 10!}{(5x+2)^{11}}$$

$$y = \frac{4}{13x-2} \rightarrow y^{(11)} = \frac{(-1)^{11} \times 13^{11} \times 11! \times 4}{(13x-2)^{12}}$$

$$(-1)^{\text{زوج}} = +1$$

$$(-1)^{\text{فرد}} = -1$$

$$f = \frac{1}{x^2 + x} \quad f^{(r_0)} = ?$$

$$f = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

$$f^{(r_0)} = \frac{(-1)^{r_0} \times r_0!}{x^{r_1}} - \frac{(-1)^{r_0} \times r_0!}{(x+1)^{r_1}}$$

$$y = (ax-b)^n \cdot f(x) \rightarrow y^{(n)}\left(\frac{b}{a}\right) = a^n \cdot n! \cdot f\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$y = (x-1)^{10} \sqrt[3]{x+7} \rightarrow y^{(10)}\left(\frac{1}{3}\right) = 10 \times 10! \times \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \cdot 10!$$

$$y = (x-1)^{10} \sqrt[3]{x+7} \rightarrow y^{(10)}(x=1) = 10! \times \frac{1}{3}$$

۱- مشتق مرتبه ی هشتادم $f(x) = \frac{(x^2 + x + 1)^{21} (x + 2)^{29} (x - 1)^{11}}{x^2 + x - 2}$ کدام است؟

$$f(x) = \frac{(x^2 + x + 1)^{21} (x + 2)^{29} (x - 1)^{11}}{(x + 2)(x - 1)} = (\underline{x^2 + x + 1})^{21} (\underline{x + 2})^{28} (\underline{x - 1})^{10}$$

حاصل $f(x) = x^{42} \cdot x^{28} \cdot x^{10} = x^{80}$

$f^{(80)}(x) = 80!$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۲- مشتق دوم تابع $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x + 4}{(x-1)}$ در $x = 0$ چقدر است؟

$$f(x) = \frac{(x-1)^3 + 5}{(x-1)} = (x-1)^2 + 5(x-1)^{-1}$$

$$f'(x) = 2(x-1) - 5(x-1)^{-2}$$

$$f''(x) = 2 + 10(x-1)^{-3} \rightarrow f''(0) = 2 - 10 = -8$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۳- مشتق مرتبه سوم $f(x) = x^4 |x|$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} x^5 & : x \geq 0 \\ -x^5 & : x < 0 \end{cases}$$

$x^5 \rightarrow 5x^4 \rightarrow 20x^3 \rightarrow 60x^2$
 $-x^5 \rightarrow -5x^4 \rightarrow -20x^3 \rightarrow -60x^2$

$$f''(x) = \begin{cases} 60x^2 & x \geq 0 \\ -60x^2 & x < 0 \end{cases} \rightarrow f''(x) = 60x|x|$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۴- مشتق مرتبه سوم تابع $y = \sqrt[3]{2x-1}$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

$$y = (2x-1)^{1/3} \rightarrow y' = \frac{1}{3} (2x-1)^{-2/3} \rightarrow y'' = -\frac{2}{9} (2x-1)^{-5/3}$$

$$y''' = \frac{10}{27} (2x-1)^{-8/3} \rightarrow f'''(x=1) = \frac{10}{27}$$

✓

۵- اگر $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ ، آن گاه مشتق دهم تابع $f(x)$ به ازای $x = -2$ کدام است؟

$$f(x) = \frac{x+1-2}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} - \frac{2}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$$

$$f^{(10)}(x) = - \frac{2x(-1)^{10} \times 10!}{(x+1)^{11}} \rightarrow f^{(10)}(-2) = - \frac{2 \times 10!}{-1}$$

$$\rightarrow f^{(10)}(-2) = 2 \times 10!$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۶- مشتق نوزدهم تابع $f(x) = \frac{x^{20}}{20!} + \frac{x^{19}}{19!} + \dots + \frac{x^2}{2!} + x$ در $x = 2$ کدام است؟

$$f^{(19)}(x) = \frac{20! \cdot x x'}{20!} + \frac{19!}{19!} = x + 1$$

$$f^{(19)}(x=2) = 3$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۷- تابع $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx^2 + 1 & x \geq 1 \\ x^2 - 3x + c & x < 1 \end{cases}$ مفروض است. اگر $f''(1)$ موجود باشد، مقدار عددی $a + b + c$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx^2 + 1 \\ x^2 - 3x + c \end{cases} \rightarrow a + b + 1 = 1 - 3 + c \rightarrow c = 2$$

$$f'(x) = \begin{cases} 3ax^2 + 2bx \\ 2x - 3 \end{cases} \rightarrow 3a + 2b = -1 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$f''(x) = \begin{cases} 6ax + 2b \\ 2 \end{cases} \rightarrow 6a + 2b = 2$$

$$a + b + c = 1 - 2 + 2 = 1$$

۸- اگر $f'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$ باشد مشتق دوم $f''(x)$ نسبت به x به ازای $x = 1$ کدام است؟

$$g(x) = f(x^4) \rightarrow g'(x) = 4x^3 \cdot f'(x^4) = 4x^3 \cdot \frac{1}{x^4 \sqrt{x^4}}$$

$$\rightarrow g'(x) = \frac{4}{x^{\frac{1}{2}}} = 4x^{-\frac{1}{2}}$$

$$g''(x) = -12x^{-\frac{3}{2}} \rightarrow g''(1) = -12$$

۹- مشتق ششم تابع $f(x) = \frac{1}{16} x^4 (4x^2 + 4x + 1)(2x - 1)^2$ در $x = 0$ کدام است؟

$$f(x) = \frac{1}{16} x^4 (x+1)^2 (x-1)^2 = \frac{1}{16} x^4 (x^2-1)^2$$

$$f(x) = \frac{1}{16} (x^4 - x^2)^2 = \frac{1}{16} (x^8 + x^4 - 2x^6)$$

$$f(x) = \frac{x^8}{16} - \frac{1}{8} x^6 + x^4 \rightarrow 0 - \frac{1}{8} \times 6! + 0$$

$$f^{(6)}(x=0) = \frac{-6!}{8} = -\frac{3}{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰- مشتق سوم تابع $y = (3x - 1)^3 \sqrt[3]{6x - 1}$ به ازای $x = \frac{1}{3}$ برابر کدام است؟

$$f^{(n)}\left(x = \frac{b}{a}\right) = a^n \cdot n! \cdot f\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$f^{(3)}\left(x = \frac{1}{3}\right) = 3^3 \times 3! \times \sqrt[3]{1 - 1}$$

$$f^{(3)}\left(x = \frac{1}{3}\right) = 27 \times 6 = 162$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM