

آموزش حسابان دوازدهم

مشتق پذیری

(فصل چهارم – درس دوم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$f = \begin{cases} \square & x > a \\ \triangle & x < a \end{cases} \quad x = a$$

$$1) \lim_{x \rightarrow a^+} \square = \lim_{x \rightarrow a^-} \triangle = f(a)$$

✓✓ یونیتی

$$2) \square'_a = \triangle'_a \quad \checkmark \checkmark$$

1 تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & ; x < 1 \\ 2\sqrt{4x-3} & ; x \geq 1 \end{cases}$ ، بر روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟

$$1) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \rightarrow a+b=2 \quad \checkmark$$

$$2) f'(x) = \begin{cases} 3ax^2 + b \\ 2\left(\frac{2}{\sqrt{4x-3}}\right) \end{cases} \xrightarrow{x=1} 3a+b=4 \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} 3a+b=4 \\ a+b=2 \end{cases} \rightarrow a=1 \rightarrow b=1 \quad \checkmark$$

۲ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{(2x+6)^2} & ; x > 1 \\ ax+b & ; x \leq 1 \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ موجود است. b کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \rightarrow a+b=4$$

$$f'(x) = \frac{2(2)}{3 \sqrt[3]{(2x+6)^1}} \quad x=1 \rightarrow a = \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$$

$$a+b=4 \quad a=\frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3}+b=4 \rightarrow b=\frac{10}{3}$$

۳ اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 4 & ; x \geq -2 \\ x^3 - x & ; x < -2 \end{cases}$ همواره مشتق پذیر باشد، $f(1)$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = f(-2) \rightarrow \begin{cases} a(-2)^2 + b(-2) + 4 = -8 \\ (-2)^3 - (-2) = -8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a - 2b + 4 = -8 \\ -8 + 2 = -8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a - 2b = -12 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax + b \\ 3x^2 - 1 \end{cases} \quad \xrightarrow{x=-2} \quad \begin{cases} -4a + b = 11 \\ -12 - 1 = -13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a - 2b = -12 \\ -4a + b = 11 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} 4a - 2b = -12 \\ -4a + b = 11 \\ \hline b = -1 \end{array} \rightarrow a = -3$$

$$f(1) = -3(1) - 1(1) + 4 = 0$$

۴ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{x} & x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & x < 1 \end{cases}$ ، مقدار $f'(1)$ موجود است، $f(1 - \sqrt{2})$ کدام می‌باشد؟

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \rightarrow 1 + a + b = 0 \rightarrow a + b = -1 \quad \checkmark$$

$$f'(x) = \begin{cases} 1 + \frac{1}{x^2} \\ 2x + a \end{cases} \quad x=1 \rightarrow 1 + a = 2 \rightarrow \underline{a=0} \rightarrow \underline{b=-1}$$

$$f(1 - \sqrt{2}) = (1 - \sqrt{2})^2 + 0 - 1 = 1 + 2 - 2\sqrt{2} - 1 = 2 - 2\sqrt{2}$$

$$a - b = 2 - 1 = 1 \checkmark$$

تابع ۵ $f(x) = \begin{cases} \frac{ax+b}{\sqrt{x}} & , x \geq 1 \\ bx^3 - x + 6 & , x < 1 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. $a - b$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$$

$$a + b = b + 2$$

$$a = 2 \checkmark$$

$$f'(x) = \frac{ax\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(ax+b)}{(\sqrt{x})^2}$$

$$x=1$$

$$a - \frac{a+b}{2} = 3b - 1$$

$$\frac{x^2}{a=2}$$

$$10 - 2 - b = 9b - 2$$

$$7b = 12$$

$$b = 1$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{(5x-2)^2} & x \geq 2 \\ ax+b & x < 2 \end{cases}$ بر روی R مشتق پذیر است b کدام است؟ ۶

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \rightarrow 2a+b=2 \quad \checkmark$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2(5)}{3\sqrt[3]{(5x-2)}} & x=2 \rightarrow \frac{10}{3} = a \rightarrow a = \frac{10}{3} \\ a & \end{cases}$$

$$2a+b=2 \xrightarrow{a=\frac{10}{3}} \frac{10}{3} + b = 2 \rightarrow b = \frac{2}{3}$$

۷ اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 3x & , x < -1 \\ -x^2 + bx - 1 & , x \geq -1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = -1$ مشتق پذیر باشد، a کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1) \rightarrow a + 3 = -1 - b - 1 \rightarrow a + b = -5$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax - 3 \\ -2x + b \end{cases} \xrightarrow{x=-1} -2a - 3 = 2 + b \rightarrow -2a - b = 5$$

$$\begin{cases} a + b = -5 \\ -2a - b = 5 \end{cases} \rightarrow a = 0 \rightarrow b = -5$$

تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \rightarrow -2^2 + 2a + b = 1 \rightarrow 2a + b = 5$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-1}{(x-1)^2} \\ -2x + a \end{cases} \quad x=2 \rightarrow -2 + a = -1 \rightarrow a = 1$$

$$2a + b = 5 \quad a=1 \rightarrow 2 + b = 5 \rightarrow b = 3$$

۹ اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & x \geq 2 \\ x^3 & x < 2 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 2$ مشتق پذیر باشد، مقدار a کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \rightarrow \begin{cases} 4a + 2b + 1 = 1 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax + b \\ 3x^2 \end{cases} \quad x=2 \rightarrow 4a + b = 12$$

$$\begin{cases} 4a + 2b = 0 \\ 4a + b = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = -4 \\ a = \frac{12}{4} \end{cases}$$

۱۰ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x} + 2 & , x \geq 1 \\ x^3 - bx & , x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \rightarrow a + 2 = 1 - b \rightarrow a + b = -1 \quad \checkmark$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{a}{2\sqrt{x}} & \\ 3x^2 - b & \end{cases} \xrightarrow{x=1} \frac{a}{2} = 3 - b \rightarrow a = 6 - 2b \rightarrow a + 2b = 6 \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} a + 2b = 6 \\ a + b = -1 \end{cases} \rightarrow b = 7 \rightarrow a = -8$$

$$a - b = -8 - 7 = -15$$