

آموزش حسابان دوازدهم

پیوستگی تابع جز صحیح

(فصل چهارم - درس دوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$y = [x] \quad (0, \infty)$$

$$x=1 / x=2 / x=3 / x=4$$

$$y = [x] \quad \begin{array}{c} \text{---} \\ \swarrow \quad \searrow \\ [0, \infty) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{---} \\ \infty \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [x] = [0^+] = 0 \quad f(0) = 0 \quad \text{لبویسک راست}$$

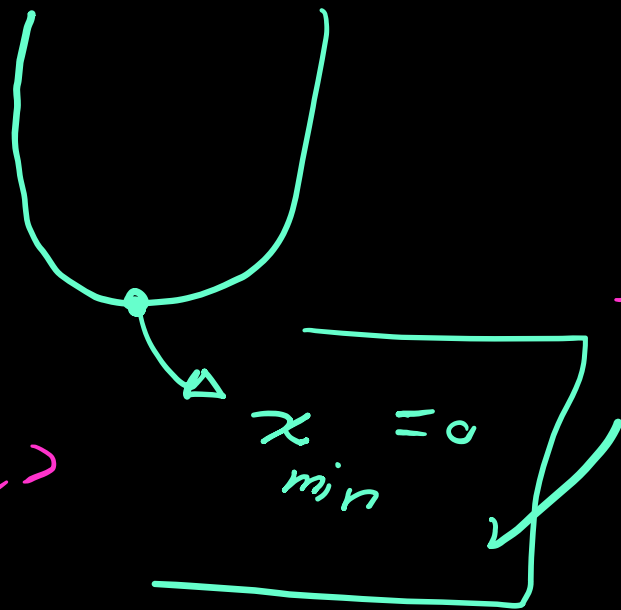
$$\lim_{x \rightarrow \infty^-} [x] = [\infty^-] = 4 \quad f(\infty) = \infty \quad \text{لبویسک چپ}$$

$$x=1 / x=2 / x=3 / x=4 / x=5$$

$$y = [x^r] \quad (-r, r) = (-\sqrt{r}, \sqrt{r})$$

$$-\sqrt{\mu} < -\sqrt{r} < -1 < \cancel{0} < 1 < \sqrt{r} < \sqrt{\mu}$$

$$y = x^r$$



$x=0$ نوبت است
~~0~~

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [x^r] = [0^+] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} [x^r] = [0^+] = 0$$

$$x \rightarrow 0^-$$

$$f(0) = 0$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

$$f = (\underline{x^2 - x}) [x] \quad (-1, 3)$$

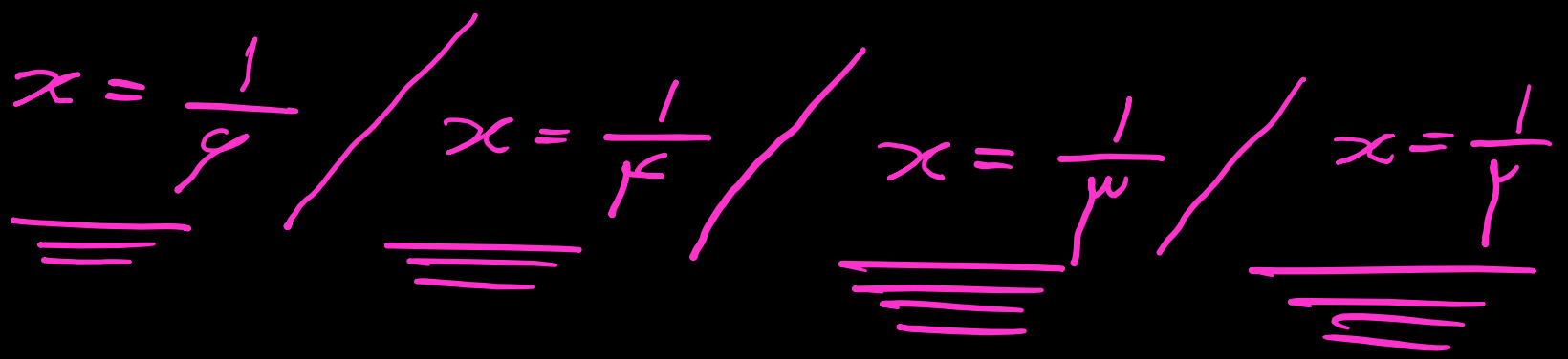
$$\cancel{x=0} / \cancel{x=1} / \underline{\underline{x=2}}$$

الموتى

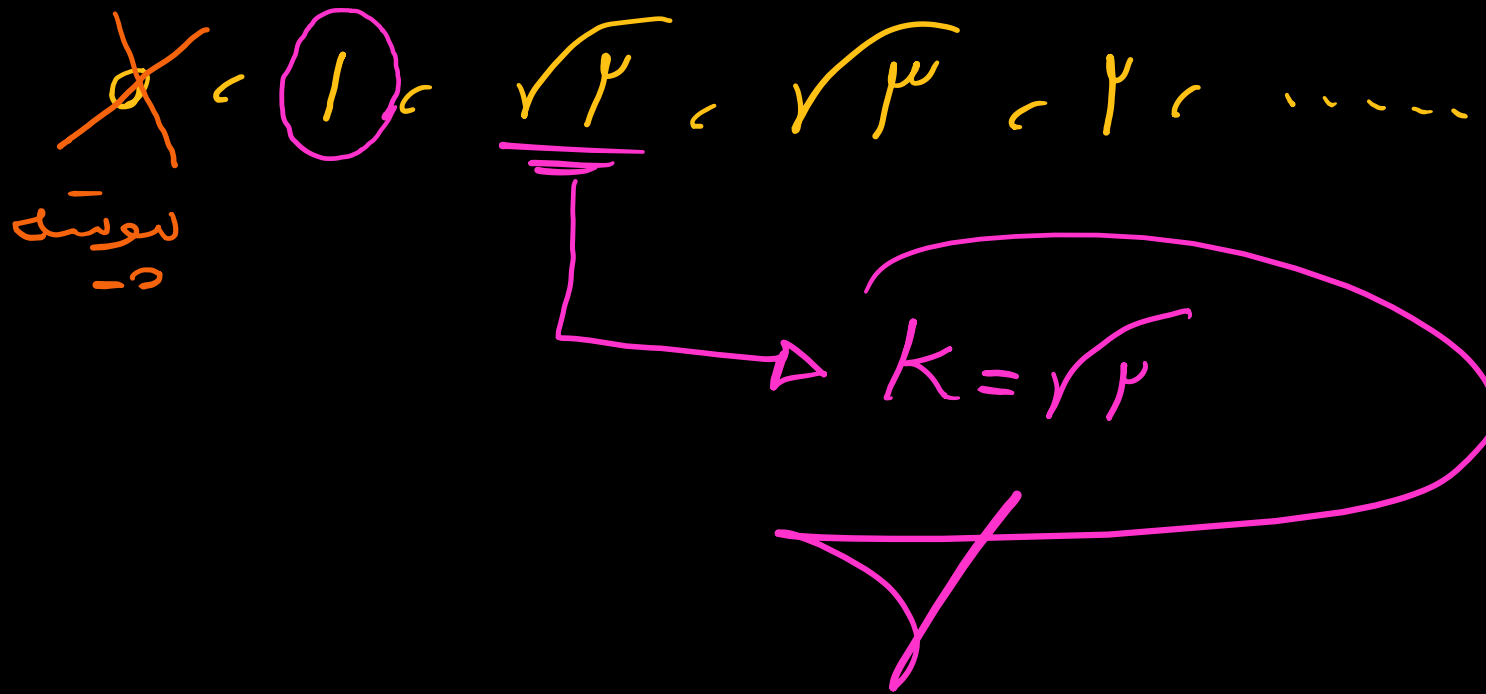
۱- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = [4\sin^2 \pi x]$ روی بازه‌ی $[0, \frac{1}{2}]$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

$\lim_{x \rightarrow 0^+} [4\sin^2 \pi x] = [0^+] = 0$ $f(0) = [0] = 0$ پیوسته

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} [4\sin^2 \pi x] = [4^-] = 4$ $f(\frac{1}{2}) = [4] = 4$ ناپیوسته



۲- تابع $f(x) = [x^2]$ در بازه $(-1, k)$ فقط در یک نقطه ناپیوسته است. بیشترین مقدار k کدام است؟



۳- تعداد نقاط ناپیوسته تابع با ضابطه $f(x) = \left[x - \frac{1}{3} \right] + \left[x + \frac{2}{3} \right]$ در بازه $\left[-\frac{5}{3}, \frac{5}{3} \right]$ ، کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow \frac{-5}{3}^+} \left[x - \frac{1}{3} \right] + \left[x + \frac{2}{3} \right] = \left[-\frac{2}{3} \right] + \left[-\frac{1}{3} \right] = -1 \quad f\left(\frac{-5}{3}\right) = -1$$

نویسنده

$$\lim_{x \rightarrow \frac{5}{3}^-} \left[x - \frac{1}{3} \right] + \left[x + \frac{2}{3} \right] = \left[\frac{4}{3} \right] + \left[\frac{5}{3} \right] = 3 \quad f\left(\frac{5}{3}\right) = 3$$

نویسنده

$$x = \frac{1}{3} \quad / \quad x = \frac{1}{3} \quad / \quad x = \frac{2}{3}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۴- تابع f با ضابطه $f(x) = \underline{(x - 3)} \left[\frac{1}{3}x - 1 \right]$ روی بازه $(0, 9)$ در چند نقطه، ناپیوسته است؟

$x = 9$

ناپیوسته

~~$x = 3$~~

پیوسته

۵- تابع $y = [\sqrt{x}] - \left[\frac{x}{3}\right]$ در بازه $[4, 27]$ چند نقطه ناپیوستگی دارد؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

لیوستگی
 $\lim_{x \rightarrow 4^+} [\sqrt{x}] - \left[\frac{x}{3}\right] = [2^+] - \left[\frac{4}{3}\right] = 1$ / $f(4) = 1$

لیوستگی
 $\lim_{x \rightarrow 27^-} [\sqrt{x}] - \left[\frac{x}{3}\right] = [5^-] - \left[\frac{27}{3}\right] = 5 - 1 = 4$ / $f(27) = -4$

$\sqrt{x} \rightarrow \underline{9}, \underline{19}, \underline{25}$

$\frac{x}{3} \rightarrow \underline{9}, \underline{12}, \underline{15}, \underline{18}, \underline{21}, \underline{24}$

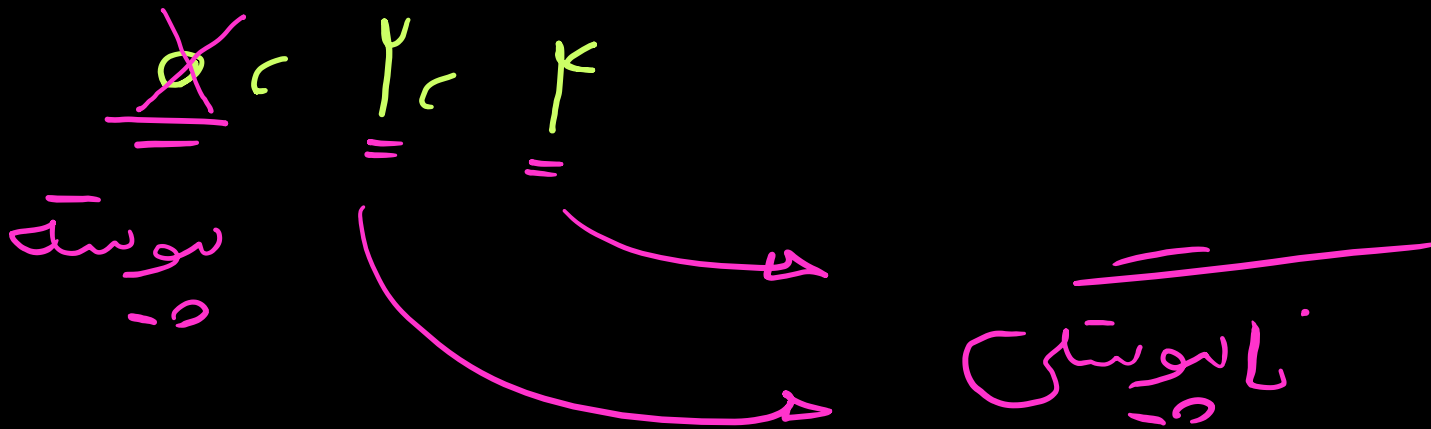
لیوستگی
 $\lim_{x \rightarrow 9^+} [\sqrt{x}] - \left[\frac{x}{3}\right] = [3^+] - [3^+] = 0$ / $f(9) = 0$

لیوستگی
 $\lim_{x \rightarrow 9^-} [\sqrt{x}] - \left[\frac{x}{3}\right] = [3^-] - [3^-] = 0$

۶- تابع $f(x) = (x^2 - x) \left[\frac{x}{2} \right]$ در بازه $[-2, 6)$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} (x^2 - x) \left[\frac{x}{2} \right] = (4 + 2) [-1^+] = -6 \quad / \quad f(-2) = -6$$

نویسه



۷- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)(x - [2x])}{3x - 2}$ در بازه‌ی $(\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$ چند نقطه‌ی ناپیوستگی دارد؟

$\frac{1}{2}$ ، $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ ، $\frac{2}{2}$ ، $(\frac{2}{2}, \frac{5}{2})$ ، $\frac{3}{2}$

زیر ضریب
 لوسه

زیر ضریب
 لوسه

ناپیوسته
 ؟

دفع : $3x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{3}$

(oo)

۸- تابع با ضابطه‌ی $g = [x^3]$ در بازه‌ی $(-2, 2)$ در چند نقطه ناپیوسته است؟ [] ، نماد جزء صحیح است.

لیمو
 $(-\sqrt[3]{1}, \sqrt[3]{1})$

۱ ، $-\sqrt[3]{2}$ ، $-\sqrt[3]{3}$ ، $-\sqrt[3]{4}$ ، $-\sqrt[3]{5}$ ، $-\sqrt[3]{6}$ ، $-\sqrt[3]{7}$ ،
 ۱ ، $\sqrt[3]{2}$ ، $\sqrt[3]{3}$ ، $\sqrt[3]{4}$ ، $\sqrt[3]{5}$ ، $\sqrt[3]{6}$ ، $\sqrt[3]{7}$ ،

در ۱۵ نقطه ناپیوسته

۹- تابع با ضابطه $f(x) = (-1)^{[x]} \sin \frac{\pi}{2} x$ در نقاط $x \in \mathbb{Z}$ از نظر پیوستگی، چگونه است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

۲ فقط در اعداد فرد پیوسته

۱ فقط در اعداد زوج پیوسته

۴ همواره پیوسته

۳ همواره ناپیوسته

$x=2$ عدد زوج
پیوسته

$$\lim_{x \rightarrow 2} (-1)^{[x]} \cdot \sin \frac{\pi}{2} x = (-1)^2 \cdot 0 = 0 \quad f(2) = 0$$

$x=1$ عدد اول
ناپیوسته

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (-1)^{[x]} \sin \frac{\pi}{2} x = (-1)^1 \cdot \sin \frac{\pi}{2} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (-1)^{[x]} \sin \frac{\pi}{2} x = (-1)^0 \sin \frac{\pi}{2} = +1$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰- اگر $f(x) = [x] + [-x]$ و $g(x) = \begin{cases} f(x) & ; x \notin \mathbb{Z} \\ \underline{\underline{f(x) - 1}} & ; x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ ، آنگاه تعداد نقاط ناپیوسته ی تابع g روی بازه $[-۴, ۴]$ ، کدام است؟ ($[x]$ ، نماد جزء صحیح است.)

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} -1 & x \notin \mathbb{Z} \\ 0 & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

لحوظ: ناپیوسته
~~۱~~
~~۰~~
~~۰~~
~~۰~~