

آموزش حسابان دوازدهم

حل تمرین های فصل چهارم

(مشتق)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

ALIGEBRA.COM

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

۱ اگر $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ ، $f'(2)$ را به دست آورید و معادله خط مماس بر منحنی f را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.

$$f'(x) = 6x - 2 \rightarrow f'(2) = 12 - 2 = 10$$

$$\begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 9 \\ m = 10 \end{cases}$$

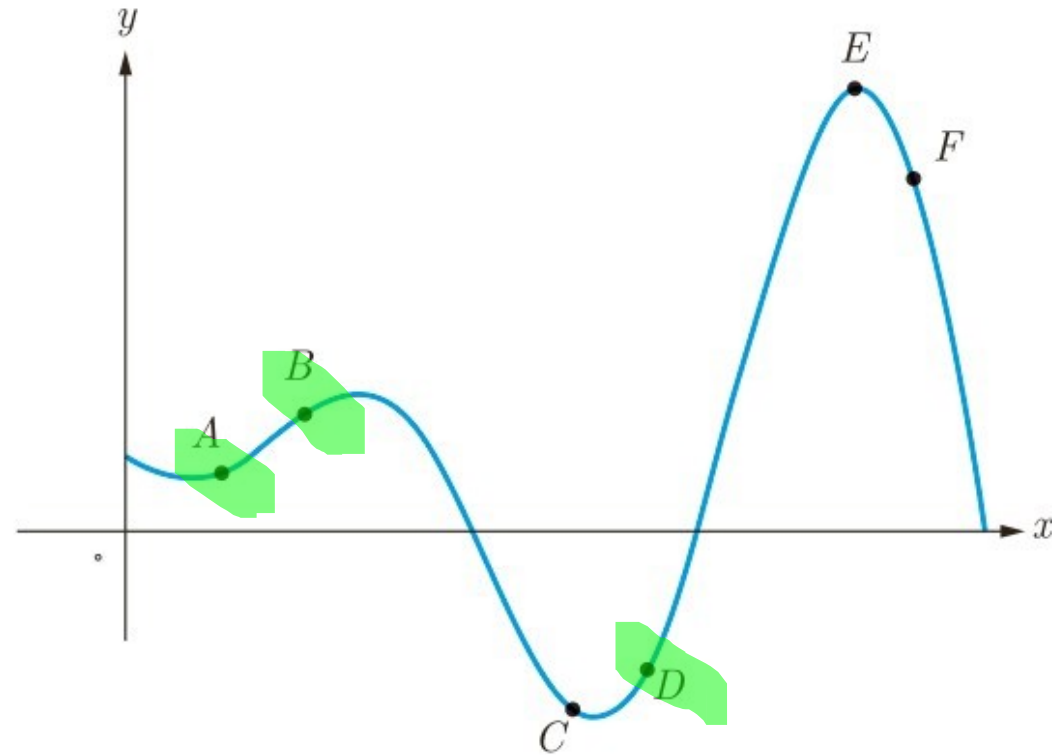
$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 9 = 10(x - 2)$$

$$y - 9 = 10x - 20 \rightarrow y = 10x - 11$$

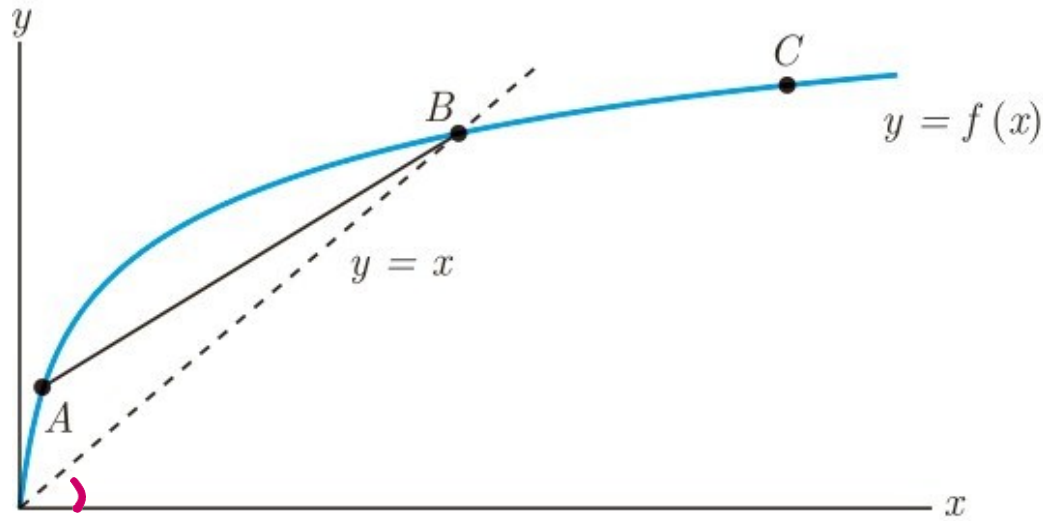
۲ نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب‌های ارائه شده در جدول نظیر کنید.

شیب	نقطه
-۳	F
-۱	C
۰	E
۱/۲	A
۱	B
۲	D



۳ برای نمودار $y = f(x)$ در شکل زیر شیب‌های داده شده از «الف»

تا «ج» را از کوچک‌ترین به بزرگ‌ترین مرتب کنید.



الف) شیب نمودار در نقطه A m_1

ب) شیب نمودار در نقطه B m_2

پ) شیب نمودار در نقطه C m_3

ت) شیب خط AB m_4

ث) شیب خط $y=2$ $m_5 = 0$

ج) شیب خط $y=x$ m_6

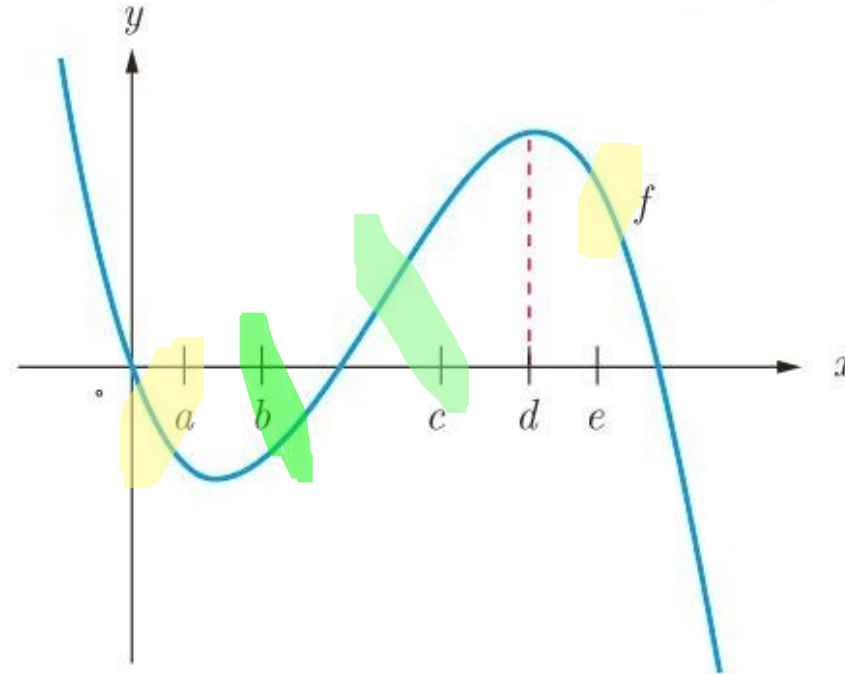
شیب‌های داده شده از «الف» تا «ج» را به ترتیب $m_1, m_2, \dots, m_6$ در نظر بگیرید.

$$m_1 > m_4 > m_3 > m_2 > m_5 > m_6$$

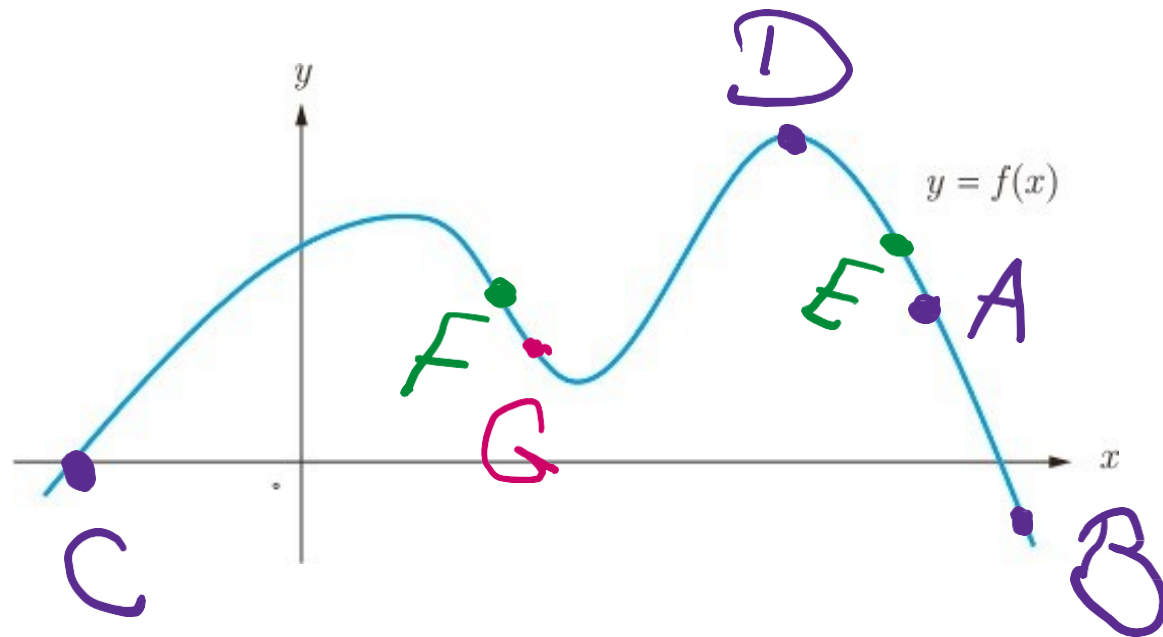
ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴ با در نظر گرفتن نمودار f در شکل، نقاط به طول های a, b, c, d, e را با مشتق های داده شده در جدول نظیر کنید.



x	$f'(x)$
d	0
b	$0/5$
c	2
a	$-0/5$
e	-2



۵ نقاطی مانند A, B, C, D, E, F و G را روی نمودار $y = f(x)$ مشخص کنید به طوری که:

الف) A ، نقطه‌ای روی نمودار است که شیب خط مماس بر نمودار در آن منفی است.

ب) B نقطه‌ای روی نمودار تابع است که مقدار تابع و مقدار مشتق در آن منفی است.

پ) C نقطه‌ای روی نمودار است که مقدار تابع در آنجا صفر است ولی مقدار مشتق در آن مثبت است.

ت) D نقطه‌ای روی منحنی است که مشتق در آنجا صفر است.

ث) نقاط E و F نقاط متفاوتی روی منحنی هستند که مشتق یکسان دارند.

ج) G نقطه‌ای روی منحنی است که مقدار تابع در آنجا مثبت ولی مقدار مشتق منفی است.

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹-۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

۶ اگر $f(x) = x^2 - 2$ ، $f'(-1)$ را به دست آورید.

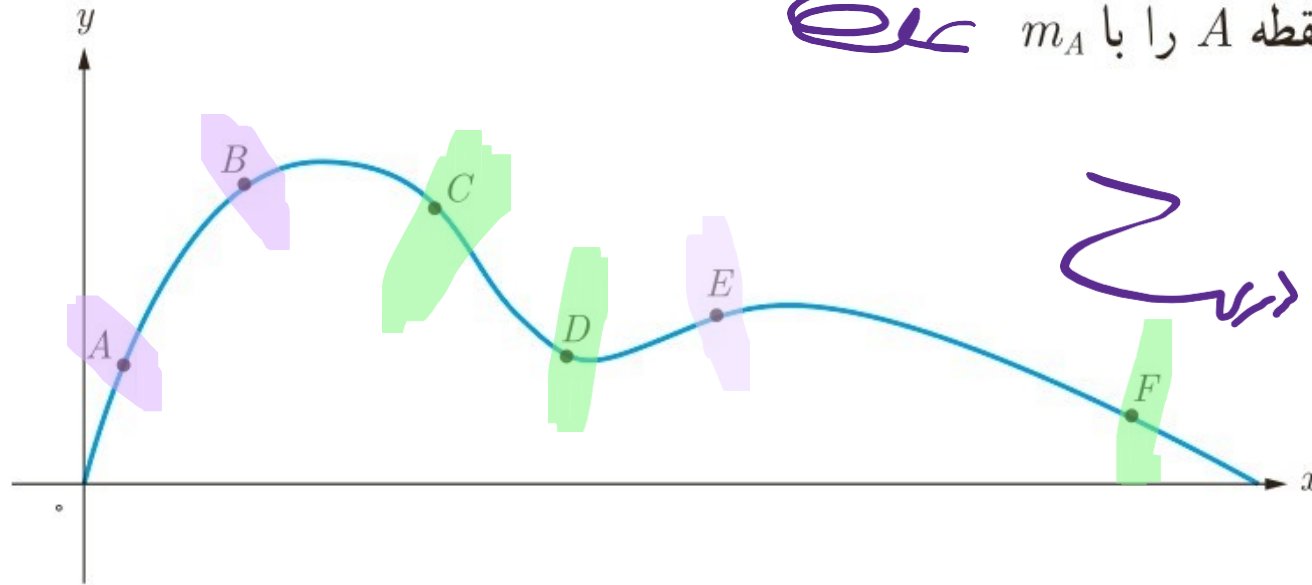
$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2 - (-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 1}{x + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cancel{x+1}(x^2 - x + 1)}{\cancel{x+1}} = \boxed{2}$$

۷ نقاط F, E, D, C, B, A را روی منحنی روبه‌رو در نظر می‌گیریم. در مورد شیب منحنی در این نقاط کدام گزاره درست و کدام یک نادرست است؟

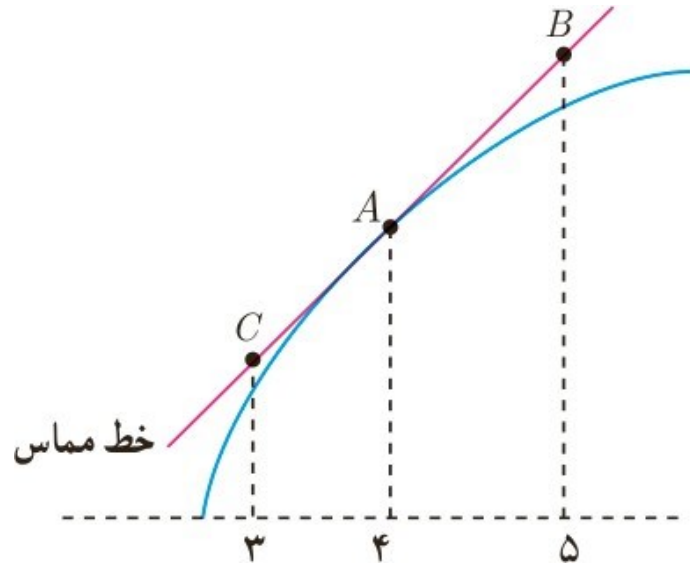
الف) شیب منحنی در همه این نقاط مثبت است. **غلط**
 ب) $m_A < m_B$ (شیب خط مماس بر منحنی در نقطه A را با m_A نمایش داده‌ایم) **غلط**



پ) $m_E < m_B < m_A$ **درست**
 ت) شیب منحنی در نقاط F, D, C منفی است. **درست**

ث) $m_F < m_D < m_C$ **غلط**
 ج) $m_C < m_D < m_F < m_E < m_B < m_A$ **درست**

۸ برای تابع f در شکل زیر داریم: $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 25$ با توجه به شکل مختصات نقاط A , B و C را بیابید.



$$\begin{aligned} A / 25 \quad & y - 25 = \frac{1}{5}(x - 4) \\ & y - 25 = \frac{1}{5}x - \frac{4}{5} \end{aligned}$$

$$\boxed{y = \frac{1}{5}x + 19}$$

$$C / \frac{17}{5}$$

$$y = \frac{1}{5} \times 3 + 19 = \frac{17}{5}$$

$$B / \frac{29}{5}$$

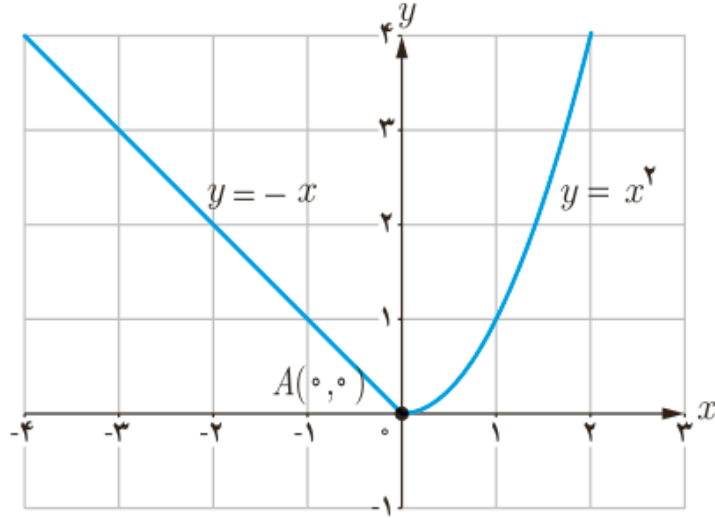
$$y = \frac{1}{5} \times 5 + 19 = \frac{29}{5}$$

۱ دو تابع مختلف مانند f و g مثال بزنید که هر دو در $x=2$ پیوسته باشند ولی در این نقطه مشتق پذیر نباشند.

$$f(x) = \sqrt[3]{x-2}$$

$$g(x) = \begin{cases} x-1 & x \geq 2 \\ -x+5 & x < 2 \end{cases}$$

۲ با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ توابع داده شده در نقطه A ، نشان دهید که این توابع در نقطه A مشتق پذیر نیستند.

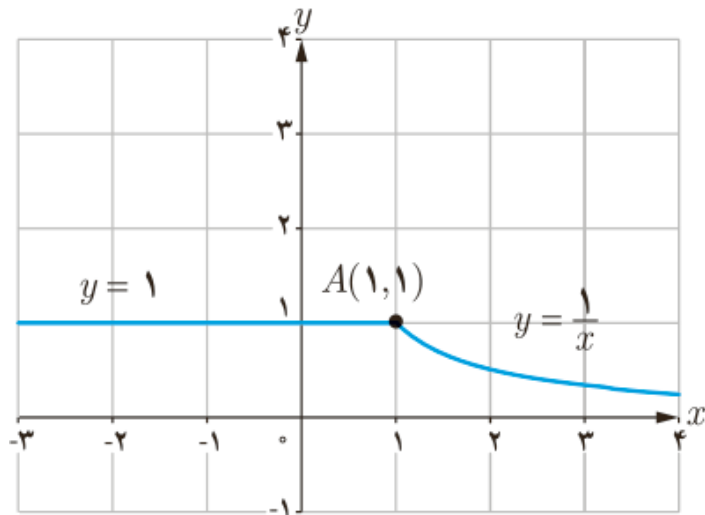


(الف)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & x > 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x > 0 \rightarrow f'_+(0) = 0 \\ x < 0 \rightarrow f'_-(0) = 1 \end{matrix} \rightarrow f'_+(0) \neq f'_-(0)$$

۲ با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ توابع داده شده در نقطه A ، نشان دهید که این توابع در نقطه A مشتق پذیر نیستند.



(ب)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 1 \\ 1 & x \leq 1 \end{cases}$$

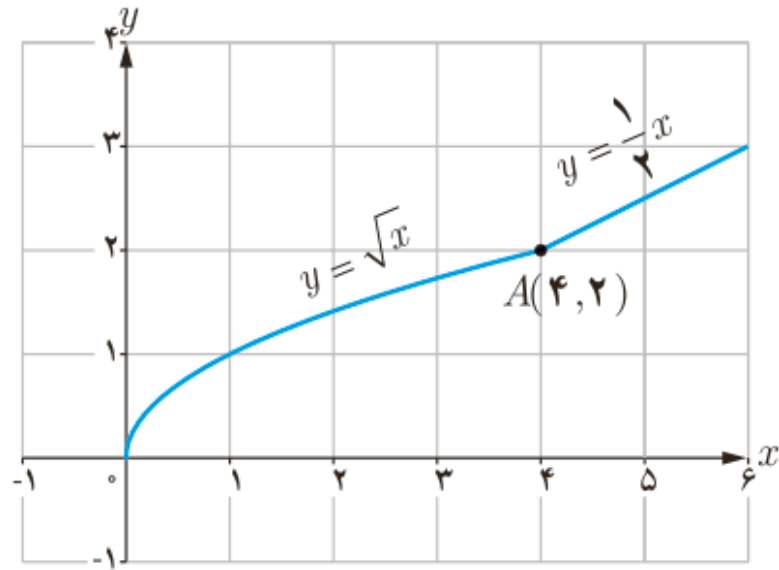
$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} & x > 1 \\ 0 & x \leq 1 \end{cases}$$

$$x > 1 \rightarrow f'_+(1) = -1$$

$$x < 1 \rightarrow f'_-(1) = 0$$

$$\rightarrow f'_+(1) \neq f'_-(1)$$

۲ با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ توابع داده شده در نقطه A ، نشان دهید که این توابع در نقطه A مشتق پذیر نیستند.



(ب)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & x \geq 4 \\ \sqrt{x} & x < 4 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & x > 4 \rightarrow f'_+(4) = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2\sqrt{x}} & x < 4 \rightarrow f'_-(4) = \frac{1}{4} \end{cases}$$

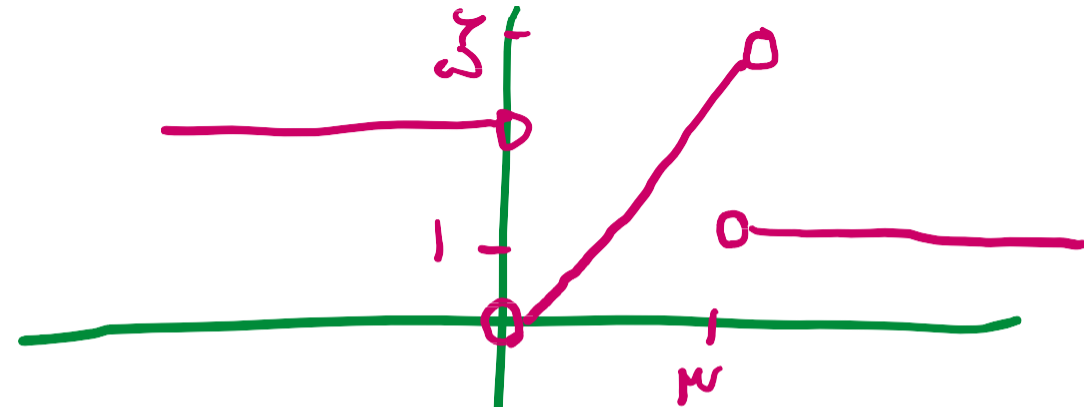


۳ تابع $f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 3 \\ x + 6 & x > 3 \end{cases}$ داده شده است.

الف) نمودار تابع f را رسم کنید.
 ب) ضابطه تابع مشتق را بنویسید.
 ب) با توجه به نمودار تابع f بگویید که چرا $f'(0)$ و $f'(3)$ وجود ندارند؟
 ت) نمودار تابع f' را رسم کنید.

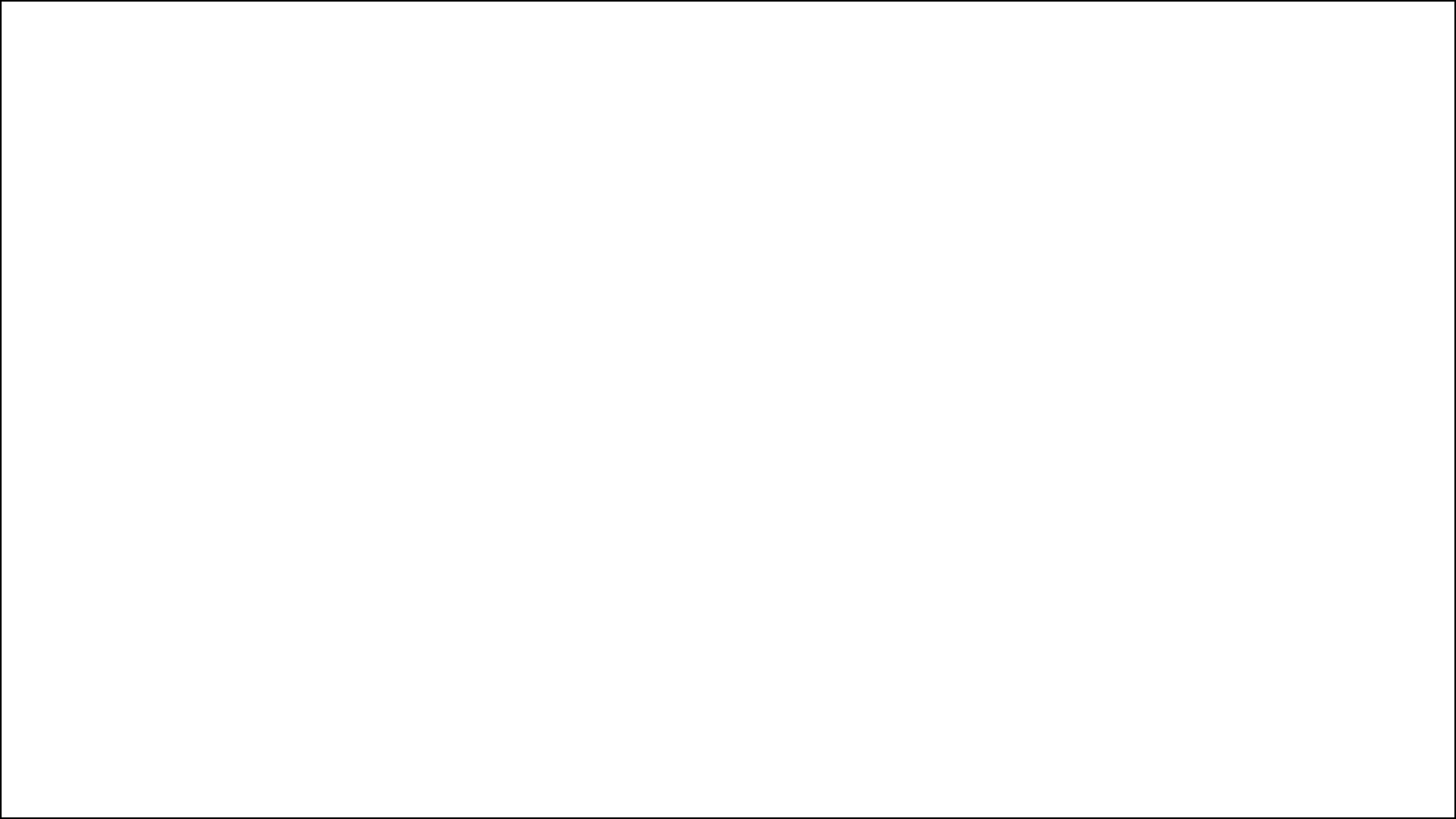
$x=0$ است
 $f'(x) = \begin{cases} 5 & x < 0 \\ 2x & 0 < x < 3 \\ 1 & x > 3 \end{cases}$

$x < 0$
 $0 < x < 3$
 $x > 3$



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



۴ نمودار تابعی را رسم کنید که مشتق آن

الف) در یک نقطه برابر صفر شود.

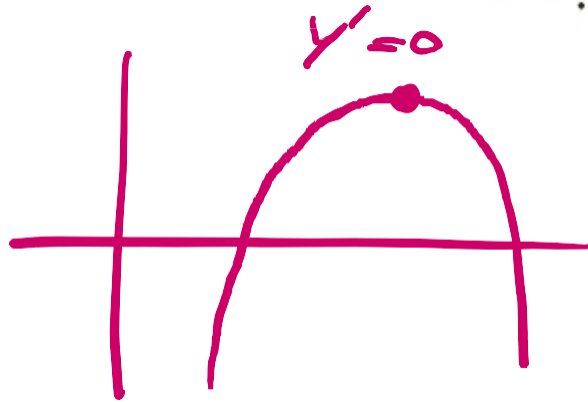
پ) در تمام نقاط مثبت باشد.

ث) در تمام نقاط منفی باشد.

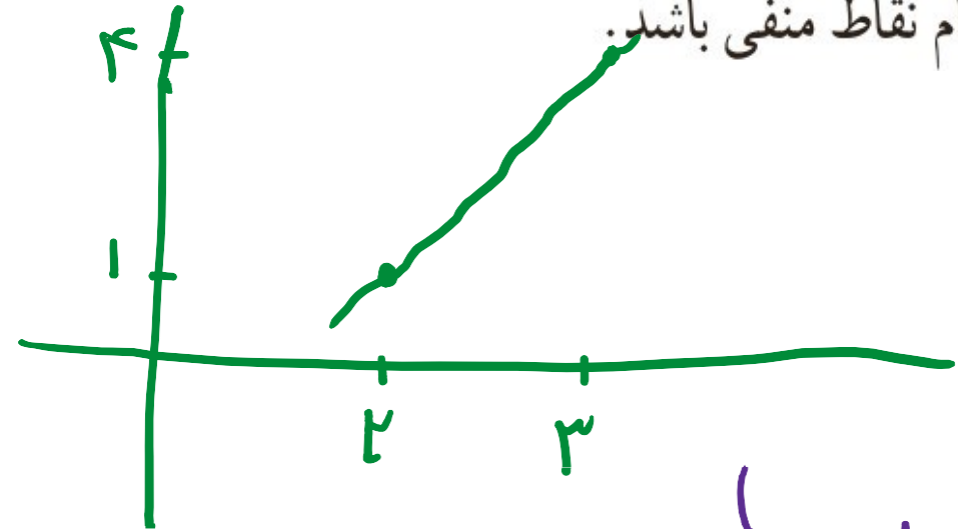
ب) در $x=2$ برابر ۳ شود.

ت) در تمام نقاط یکسان باشد.

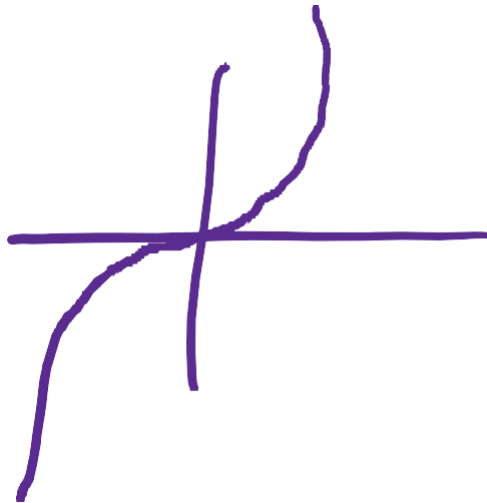
الف)



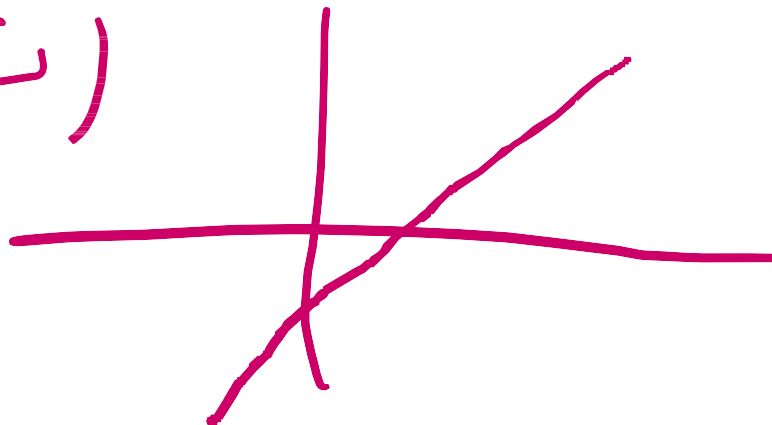
ب)



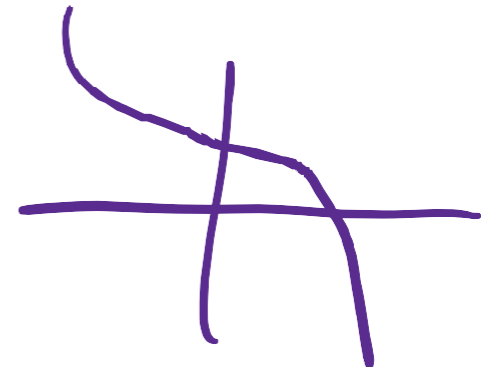
پ)



ت)

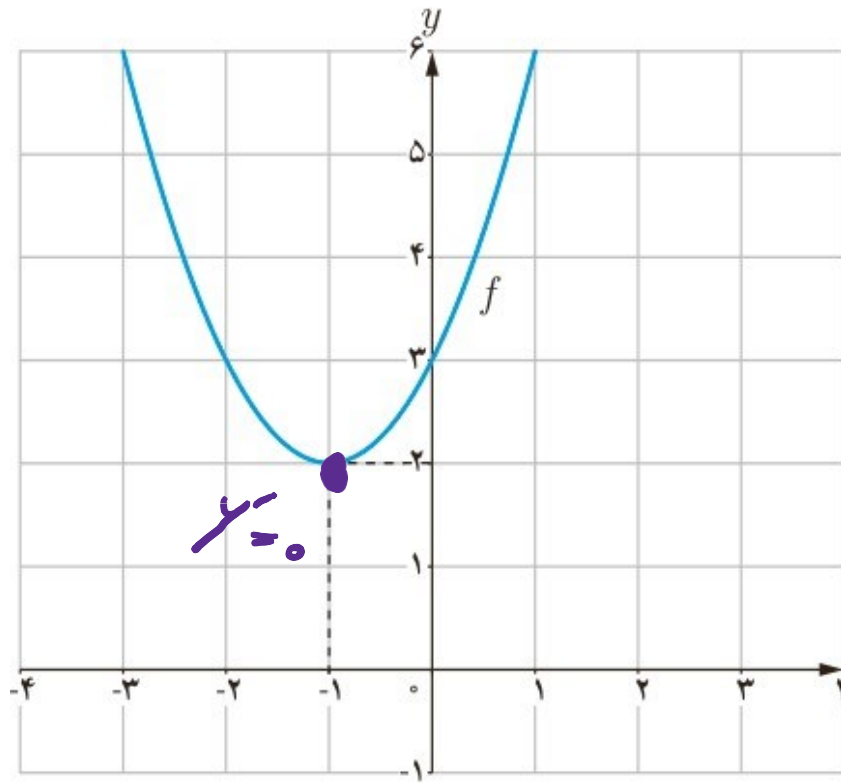


ث)



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



الف) با استفاده از نمودار تابع $f(x) = x^2 + 2x + 3$ (شکل مقابل) مقادیر زیر را به ترتیب صعودی مرتب کنید.

$$f'(2) \text{ و } f'(-1) \text{ و } f'(0) \text{ و } f'(3)$$

ب) صحت ادعای خود در (الف) را با محاسبه مشتق تابع

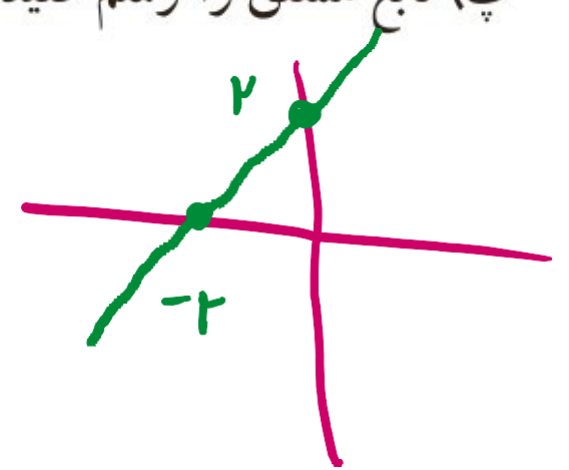
$$f(x) = x^2 + 2x + 3 \text{ بررسی کنید.}$$

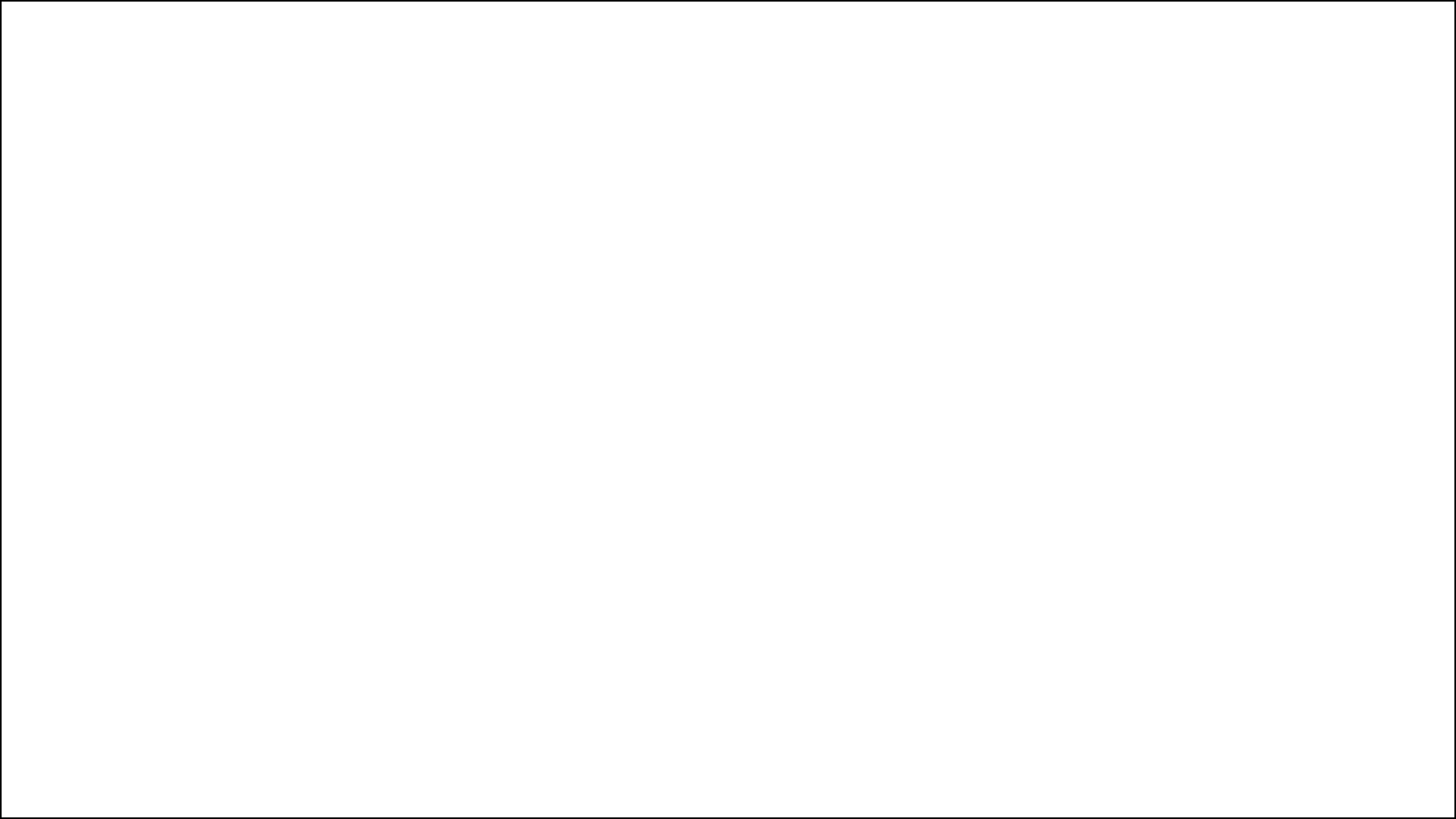
پ) تابع مشتق را رسم کنید.

$$f'(x) = 2x + 2$$

$$f'(-1) < f'(0) < f'(2) < f'(3)$$

$$f'(-1) = 0 < f'(0) = 2 < f'(2) = 6 < f'(3) = 8$$





۶ مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x=1$ بررسی کنید.

$$\lim_{n \rightarrow 1^+} f(n) = 4$$

$$\lim_{n \rightarrow 1^+} f(n) \neq \lim_{n \rightarrow 1^-} f(n)$$

$$\lim_{n \rightarrow 1^-} f(n) = 2$$

چون $\lim_{n \rightarrow 1^+} f(n) \neq \lim_{n \rightarrow 1^-} f(n)$ پس مشتق پذیر نیست

۷ سه تابع مختلف مثال بزنید که مشتق آنها با هم برابر باشند.

$$f(x) = x^2 + 5$$

$$g(x) = x^2 - 1$$

$$h(x) = x^2 + 10$$

اگر $f(x) = |x^2 - 4|$ به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری f را در نقاط به طول های ۲ و -۲ بررسی کنید. ۸

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4$$

$$f'_+(2) \neq f'_-(2)$$

$$f'_+(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-(x-2)(x+2)}{x+2} = -4$$

$$f'_-(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{x+2} = 4$$

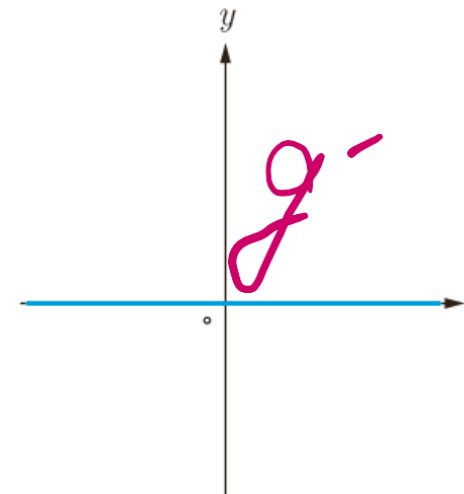
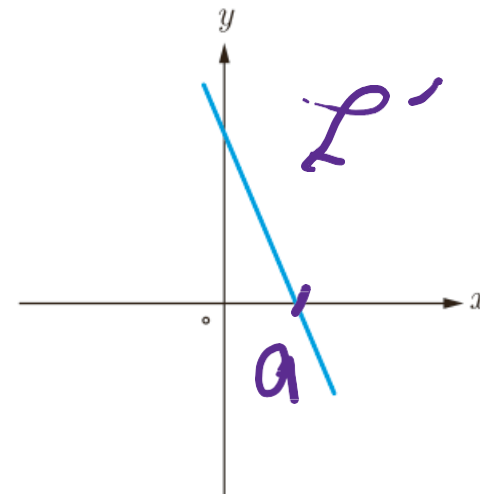
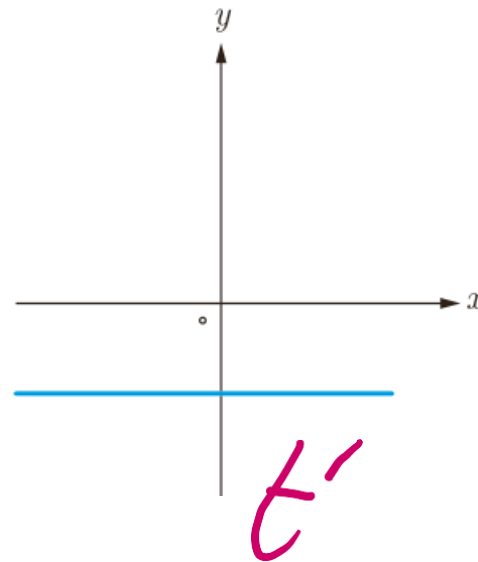
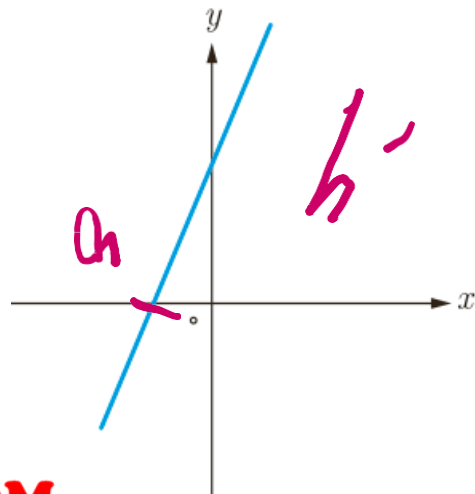
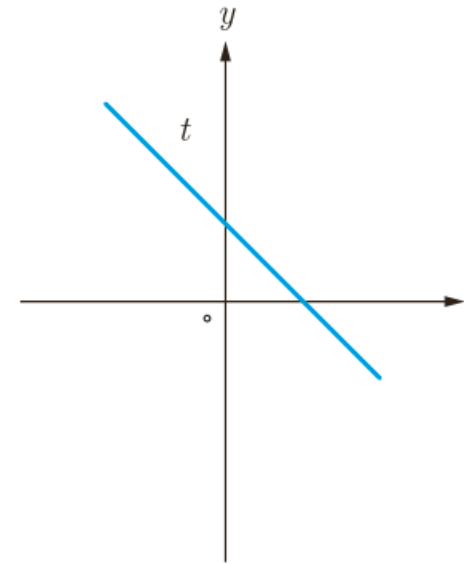
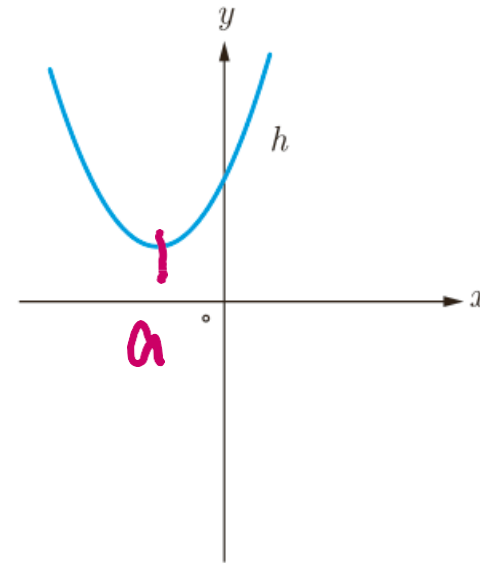
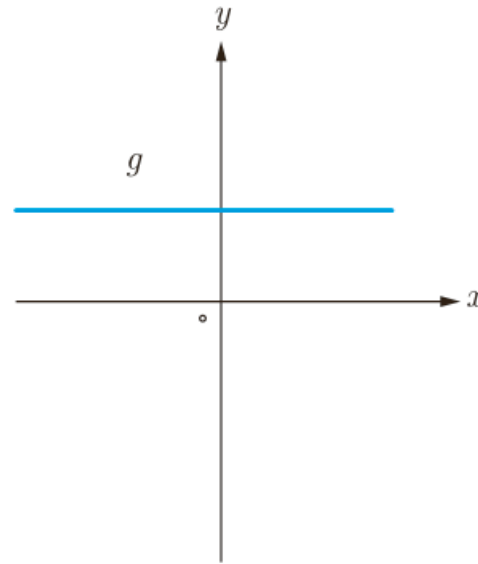
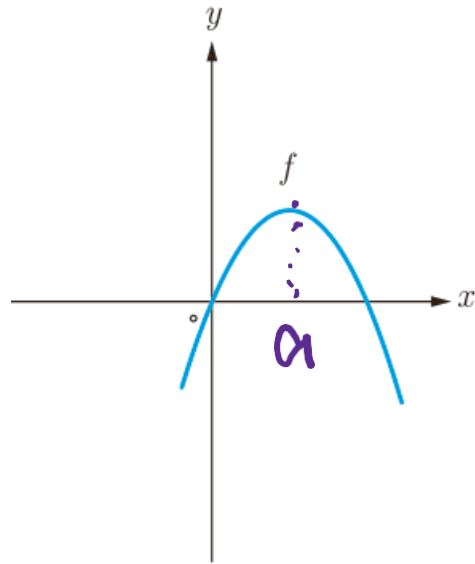
$$f'_+(-2) \neq f'_-(-2)$$

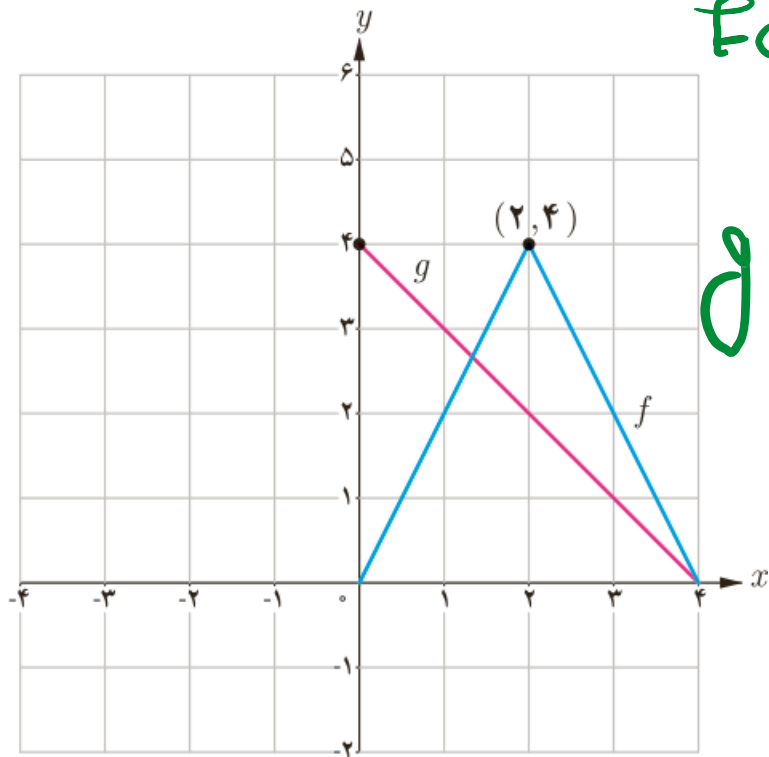
۹ مشتق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ را به دست آورده و مشخص کنید در چه نقطه‌ای مماس قائم دارد؟

$$y = x^{\frac{2}{3}} \rightarrow y' = \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3 \sqrt[3]{x}}$$

$$x = 0$$

۱. نمودار توابع f و g و h و t را به نمودار مشتق آنها، نظیر کنید.





$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \geq 2 \\ 2x & x < 2 \end{cases}$$

$$g(x) = -x + 4$$

نمودار توابع f و g را در شکل مقابل در نظر بگیرید.

الف) اگر $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ مطلوب است $h'(1)$ ، $h'(2)$ و $h'(3)$

ب) اگر $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ مطلوب است $k'(1)$ ، $k'(2)$ و $k'(3)$

$$\left| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{array} \right| \rightarrow m = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow y = 2x$$

$$\left| \begin{array}{cc} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{array} \right| \rightarrow m = \frac{-4}{2} = -2 \rightarrow y = -2x + 4$$

$$\left| \begin{array}{cc} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{array} \right| \rightarrow m = \frac{-4}{+4} = -1 \rightarrow y = -x + 4$$

$$f'(x) = \begin{cases} -2 & x > 2 \\ 2 & x < 2 \end{cases}$$

$$g'(x) = -1$$

$$h'(4)$$

و چون در

$$h'(3) = -4$$

$$h'(x) = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$$

$$h'(1) = 6$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$k(n) = \frac{f(n)}{g(n)}$$

$$k'(n) = \frac{f'(n) \cdot g(n) - g'(n) \cdot f(n)}{(g(n))^2}$$

$$k'(1) = \frac{1}{9}$$

$$k'(2) = \frac{1}{4}$$

$$k'(3) = 0$$

۱۲ اگر $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ مطلوب است، $(f + g)'(1)$ و $(3f + 2g)'(1)$

$$f'(1) + g'(1) = 3 + 5 = 8$$

$$3f'(1) + 2g'(1) = 3 \times 3 + 2 \times 5 = 19$$

۱۳ اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست.

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 0}{x - 0} = +1$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} x = 0$$

$$f'_+(0) \neq f'_-(0)$$

۱۴ مشتق توابع داده شده را به دست آورید.

الف) $f(x) = (3x^2 - 4)(2x - 5)^3$

پ) $f(x) = (\sqrt{3x + 2})(x^3 + 1)$

$$f'(x) = f_x(2x-5)^3 + f_x(2x-5)^2(2)(3x^2-4)$$

$$f'(x) = \frac{3}{\sqrt{3x+2}}(x^3+1) + 3x^2 \cdot \sqrt{3x+2}$$

۱۴ مشتق توابع داده شده را به دست آورید.

$$\text{ب) } f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{-3x + 2}$$

$$\text{ت) } f(x) = \frac{9x - 2}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = \frac{(2x - 3)(-3x + 2) - (-3)(x^2 - 3x + 1)}{(-3x + 2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{9\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}(9x - 2)}{(\sqrt{x})^2}$$

۱۵ مشتق توابع مثلثاتی زیر را به دست آورید.

الف) $f(x) = \sin^3 x + \cos^3 x$

پ) $f(x) = \tan^3 x - 2 \cos x$

$$f'(x) = 3 \sin^2 x \cdot \cos x - 2 \cos x \sin x$$

$$f'(x) = 2 \tan x (1 + \tan^2 x) + 2 \sin x$$

ب) $f(x) = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$

ت) $f(x) = \sin x \cos^2 x$

$$f'(x) = \frac{-\cos x (1 + \sin x) - \cos x (1 - \sin x)}{(1 + \sin x)^2}$$

$$f'(x) = \cos x \cdot \cos^2 x - 1 \sin x \cdot \sin x$$

الف) $f''(\frac{\pi}{6})$

ب) $f''(\frac{\pi}{4}) - f'(\frac{\pi}{4})$

۱۶ اگر $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x$ ، مقادیر زیر را حساب کنید.

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x + 2 \sin 2x = 2 \sin 2x$$

$$f''(x) = 4 \cos 2x$$

$$f''(\frac{\pi}{4}) = 4 \cos \frac{\pi}{2} = 4 \times \frac{0}{1} = 0$$

$$f''(\frac{\pi}{4}) - f'(\frac{\pi}{4}) = 4 \cos \frac{\pi}{2} - 2 \sin \frac{\pi}{2} = -2$$

۱ جدول زیر درجه حرارت T (سانتی گراد) را در شهری از ساعت ۸ تا ۱۸ در یک روز نشان می دهد.

ساعت h	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
درجه حرارت T	۱۱	۱۳	۱۴	۱۷	۱۹	۱۸	۱۷	۱۵	۱۳	۱۰	۹

آهنگ تغییر متوسط درجه حرارت نسبت به زمان را :

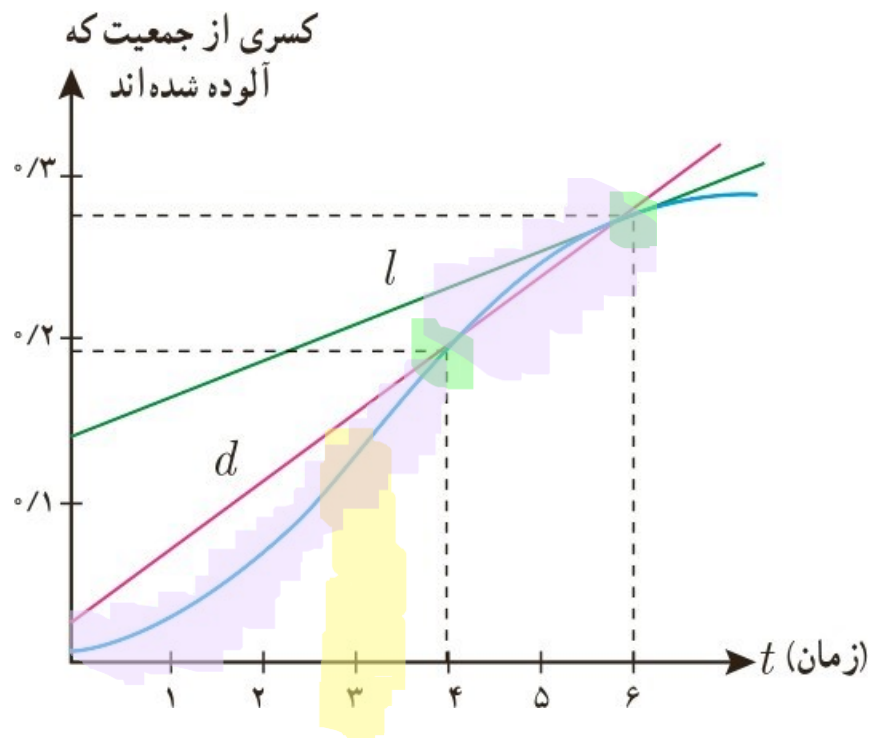
الف) از ساعت ۸ تا ساعت ۱۲ به دست آورید.

ب) از ساعت ۱۲ تا ساعت ۱۸ به دست آورید.

پ) پاسخ ها را تفسیر کنید.

الف)
$$\frac{f(12) - f(8)}{12 - 8} = \frac{19 - 11}{4} = 2$$

ب)
$$\frac{f(18) - f(12)}{18 - 12} = \frac{9 - 19}{6} = -\frac{10}{3}$$



۲ کسری از جمعیت یک شهر که به وسیله یک ویروس آلوده شده‌اند برحسب زمان (هفته) در نمودار روبه‌رو نشان داده شده است.

الف) شیب‌های خطوط l و d چه چیزهایی را نشان می‌دهند.

ب) گسترش آلودگی در کدام یک از زمان‌های $t=1$ ، $t=2$ یا $t=3$ بیشتر است؟

پ) قسمت ب را برای $t=4$ ، $t=5$ و $t=6$ بررسی کنید.

الف) شیب متوسط بین $t=1$ و $t=2$

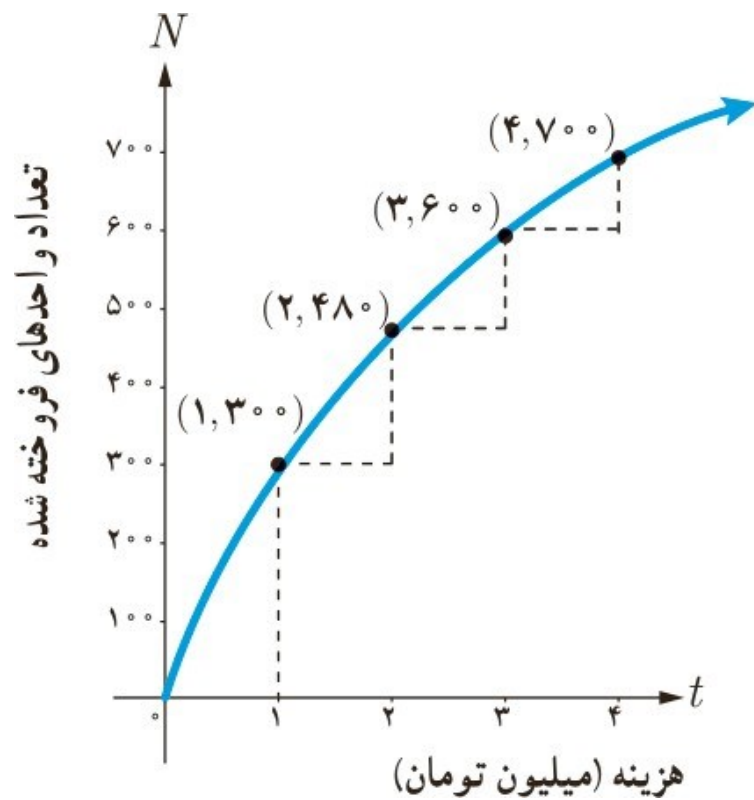
الف) شیب متوسط بین $t=2$ و $t=3$

$$t=3 > t=2 > t=1$$

$$t=4 > t=5 > t=6$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



۳ نمودار روبه‌رو نمایش میزان فروش تعداد نوعی کالا (N) پس از صرف t میلیون تومان هزینه برای تبلیغ است.
الف) آهنگ تغییر N بر حسب t را وقتی t از ۰ تا ۱، ۱ تا ۲، ۲ تا ۳ و ۳ تا ۴ تغییر می‌کند به دست آورید.

ب) به نظر شما چرا آهنگ تغییرات، وقتی که مقادیر t افزایش می‌یابند، در حال کاهش است؟

$$\text{دست) } \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = 300$$

$$\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = 180$$

$$\frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = 120$$

$$\frac{f(4) - f(3)}{4 - 3} = 100$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 1$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟

$$\text{متوسط} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{25 - 1}{5} = 4.8$$

$$f'(t) = 2t - 1$$

$$2t - 1 = 4.8 \rightarrow 2t = 5.8 \rightarrow t = \frac{5.8}{2}$$

۵ تویی از یک پل به ارتفاع ۱۱ متر به هوا پرتاب می‌شود. $f(t)$ نشان‌دهنده فاصله توپ از سطح زمین در زمان t است. برخی

از مقادیر $f(t)$ در جدول زیر نمایش داده شده است.

t	ثانیه s	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶
$f(t)$	متر m	۱۱	۱۲/۴	۱۳/۸	۱۵/۱	۱۶/۳	۱۷/۴	۱۸/۴

بر اساس جدول کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند سرعت توپ را هنگامی که در ارتفاع نظیر زمان ۰/۴ ثانیه است، نشان دهد؟

الف) ۱/۲۳ m/s

ب) ۱۴/۹۱ m/s

پ) ۱۱/۵ m/s

ت) ۱۶/۰۳ m/s

$$\frac{f(0.5) - f(0.3)}{0.5 - 0.3} = 12$$

$$\frac{f(0.5) - f(0.2)}{0.5 - 0.2} = 11$$

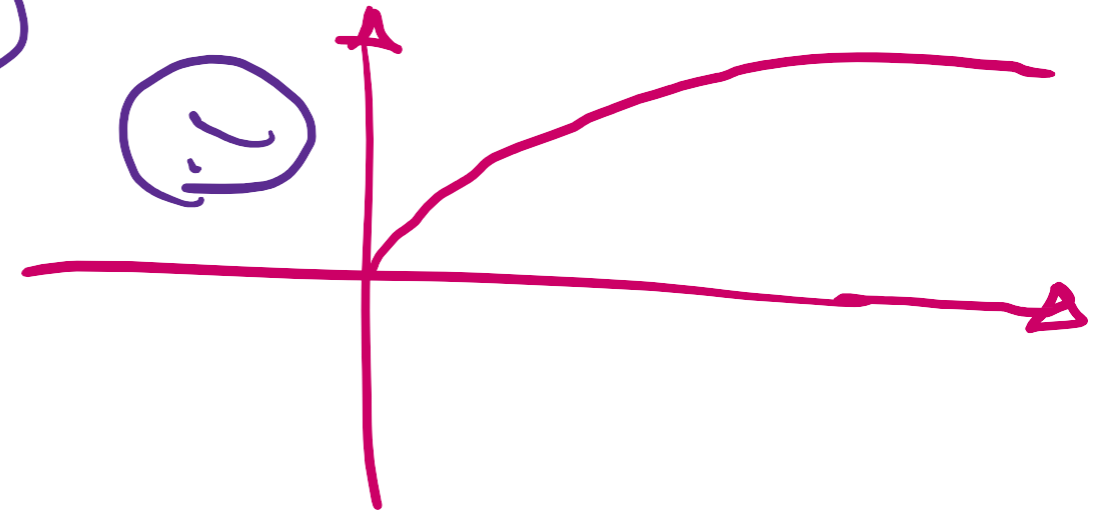
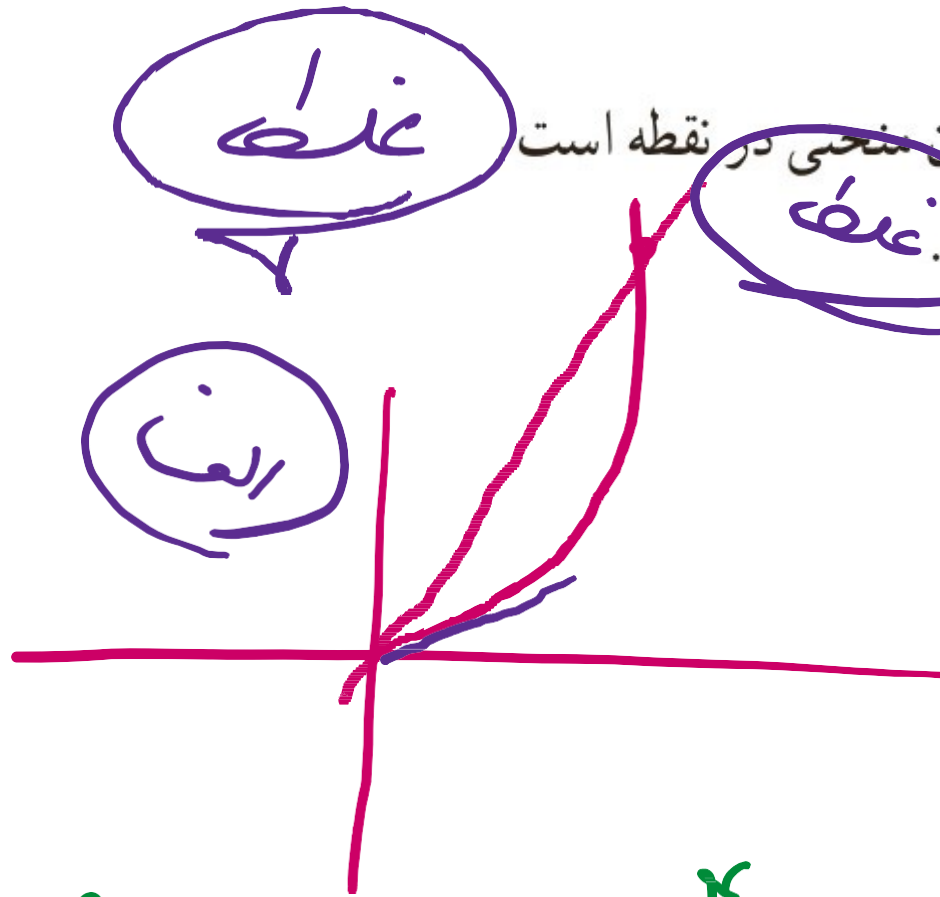
$$\frac{11 + 12}{2} = 11.5$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۶ کدام یک از عبارات زیر درست و کدام یک نادرست است :

الف) آهنگ تغییر متوسط تابعی مانند f در بازه $[0, 1]$ همیشه کمتر از شیب آن منحنی در نقطه است
 ب) اگر تابعی صعودی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن، همواره صعودی است.
 پ) تابعی وجود ندارد که برای آن هم $f'(a) = 0$ و هم $f(a) = 0$



$$f(x) = (x-a)^4$$

$$f'(x) = 4(x-a)^3$$

$$\underline{x=a}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۷ یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است.

الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی $3 \leq t \leq 4$ چند گرم افزایش می‌یابد؟

ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t=3$ چقدر است؟

$$\text{مستطک} = \frac{m(4) - m(3)}{4 - 3} = 110 - 55,7 = 54,7$$

$$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2 \xrightarrow{t=3} m'(3) = 54,75$$

۸ گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر مایع است. در لحظه $t=0$ سوراخی در ظرف ایجاد می شود. اگر حجم مایع باقی مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V = 40(1 - \frac{t}{100})^2$ به دست آید:

الف) آهنگ تغییر متوسط حجم مایع در بازه زمانی $[0, 1]$ چقدر است؟
 ب) در چه زمانی، آهنگ تغییر لحظه ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 100]$ می شود؟

$$\text{متوسط} = \frac{V(1) - V(0)}{1 - 0} = \frac{39.204 - 40}{1} = -0.796$$

$$\text{متوسط} = \frac{V(100) - V(0)}{100 - 0} = \frac{0 - 40}{100} = -\frac{2}{5}$$

$$40 \left(1 - \frac{t}{100}\right)' \left(\frac{-1}{100}\right) = -\frac{2}{5} \rightarrow t = 50$$