

آموزش حسابان دوازدهم

حدهای بی نهایت منهای بی نهایت

(فصل سوم – درس دوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1} = \infty - \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} - \frac{1}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1-1}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

$$\sqrt[m]{ax^m + bx^{m-1} + \dots} \approx \sqrt[m]{a} \left| x + \frac{b}{ma} \right|$$

$x \rightarrow \pm \infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1x^2 + 1x + 1} + x = \infty - \infty$$

$$\approx \lim_{x \rightarrow -\infty} \left| x + \frac{1}{1} \right| + x = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x - 1 + x = -1$$

✓

۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left(\frac{x^2}{x^2 - 1} - \left| \frac{x}{x+1} \right| \right)$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2}{(x-1)(x+1)} + \frac{x}{x+1} = \infty - \infty \quad \checkmark$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 + x^2 - x}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x}{x-1} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

○ × ∞

۲- حد تابع $f(x) = (|x| - 3)(\tan \frac{\pi x}{2} - \cot \frac{\pi x}{3})$ وقتی $x \rightarrow 3^-$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-3}{\cot \frac{\pi x}{2}} - \frac{x-3}{\tan \frac{\pi x}{3}} = \frac{0}{0}$$

$$\text{HoP} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{\frac{-\pi}{2} (1 + \cot^2 \frac{\pi x}{2})} - \frac{1}{\frac{\pi}{3} (1 + \tan^2 \frac{\pi x}{3})} = \frac{-2}{\pi} - \frac{3}{\pi}$$

$$\text{جواب} = \frac{-5}{\pi}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

0x∞

۳- مقدار حد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{2}{3x+5} \right)$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \left(\frac{1x+5 - 1x-4}{(x+3)(1x+5)} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\cancel{x-1}} \cdot \frac{\cancel{x-1}}{(x+3)(1x+5)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+3)(1x+5)} = \frac{1}{4 \times 1} = \frac{1}{4}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

∞ - ∞

۴- حد تابع $\frac{1}{x^2 - 4} - \frac{x}{x - 2}$ وقتی $x \rightarrow 2$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)(x+2)} - \frac{x}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - x^2 - 2x}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x+2)(\cancel{x-2})}{(x+2)(\cancel{x-2})} = \frac{-4}{4} = \frac{-2}{2} \checkmark$$

$$\frac{0}{0} \text{ HOP} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2x-2}{2x} = \frac{-4}{4} = \frac{-2}{2} \checkmark$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

$$\sqrt[3]{x} = t^3 \quad \sqrt{x} = t^2$$

۵- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x} - 1} - \frac{3}{\sqrt{x} - 1} \right)$ برابر کدام گزینه است؟

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{2}{t^3 - 1} - \frac{3}{t^2 - 1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2}{(t-1)(t+1)} - \frac{3}{(t-1)(t^2 + t + 1)}$$

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t^2 + 2t + 2 - 3t - 3}{(t-1)(t+1)(t^2 + t + 1)} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t^2 - t - 1}{\underline{(t-1)}(t+1)(t^2 + t + 1)}$$

$$\div \text{HOP} \rightarrow \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t - 1}{(t+1)(t^2 + t + 1)} = \frac{2}{2 \times 3} = \frac{1}{3}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\cos x - 1} - \frac{1}{x} \right)$ کدام است؟

$$1 - \cos^m \theta \simeq \frac{m}{2} \theta^2 \quad \cos x - 1 = -(1 - \cos x) \simeq -\frac{1}{2} x^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{-1}{2} x^2} - \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2}{x^2} - \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 - x}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 - x}{x^2} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{4x}{x^2 - 4} - \left| \frac{x}{x+2} \right|$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{4x}{(x-2)(x+2)} + \frac{x}{x+2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{4x + x^2 - 2x}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x \cancel{(x+2)}}{(x-2)\cancel{(x+2)}} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۸- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\cos 3x}$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos 3x + \cos x}{\cos x \cdot \cos 3x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1 \cos 3x \cdot \cos x}{\cos x \cdot \cos 3x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1 \cos 3x}{\cos 3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1 \cos 3x}{\cos 3x} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۹- حد عبارت $\left(\frac{x+2}{x^2+x} - \frac{3x-4}{x^2-2x} \right)$ وقتی $x \rightarrow 0$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{x(x+1)} - \frac{3x-4}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-4-3x^2+4x-3x+4}{x(x+1)(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x}(-1x+4)}{\cancel{x}(x+1)(x-2)} = \frac{1}{-2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰- حد تابع $f(x) = \cot x - 2 \cot 2x$ وقتی $x \rightarrow 0$ برابر کدام گزینه است؟

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\tan x} - \frac{2}{\tan^2 x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\tan x} - \frac{2}{\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}} \\&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\tan x} - \frac{1 - \tan^2 x}{\tan x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 1 + \tan^2 x}{\tan x} \\&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{\tan x} = \lim_{x \rightarrow 0} \tan x = 0\end{aligned}$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM