

آموزش حسابان دوازدهم

مجانِب افقی

(فصل سوم – درس دوم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$y = a \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = a$$

جانب انفری

$$y = \frac{x^3 + 0x + 1}{1x^3 + 1} \sim \frac{x^3}{1x^3} = \frac{1}{1} \rightarrow y = \frac{1}{1}$$

$$y = \frac{x^3 + 0x + 1}{x^3 + 1} \sim \frac{x^3}{x^3} = \frac{1}{1} = 1 \rightarrow y = 1$$

$$y = \frac{x^3 + 0x + 1}{x + 1} \sim \frac{x^3}{x} = x^2 = \infty$$

جانب انفری نداو

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

$$f = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} = \frac{\sqrt{x^2}}{x} = \frac{|x|}{x} : \quad x \rightarrow \infty$$

$$\begin{array}{l} +\infty \\ -\infty \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{x} = 1 \rightarrow y = 1 \\ \frac{-x}{x} = -1 \rightarrow y = -1 \end{array} \right.$$

$$f = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x+1} = \frac{\sqrt{-x^2}}{x} \quad x \rightarrow \infty$$

جانب افقی ندارد

$$y = \sqrt[m]{ax^m + bx^{m-1} + \dots} \approx \sqrt[m]{a} \left| x + \frac{b}{ma} \right|$$

$$x \rightarrow \pm \infty$$

$$y = \sqrt{x^2 + 4x + 1} - \sqrt{x^2 - 4x + 3} \approx |x + 3| - |x - 2|$$

$$x \rightarrow \pm \infty$$

$$x \rightarrow +\infty : y = x + 3 - x + 2 = 5$$

$$y = 5$$

$$x \rightarrow -\infty : y = -x - 3 + x - 2 = -5$$

$$y = -5$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱- خط به معادله $y = \frac{3}{2}$ بجانب افقی نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 2x - 1 + \sqrt{ax^2 + bx}$ است. b کدام

$$x \rightarrow -\infty : y = 2x - 1 + \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$$

$$y = 2x - 1 - \sqrt{a} x - \frac{b\sqrt{a}}{2a} = x(2 - \sqrt{a}) + \left(-1 - \frac{b\sqrt{a}}{2a}\right) = \frac{3}{2}$$

$$2 - \sqrt{a} = 0 \rightarrow a = 4$$

$$-1 - \frac{b\sqrt{a}}{2a} = \frac{3}{2} \rightarrow -1 - \frac{2b}{4} = \frac{3}{2} \rightarrow b = -10$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۲- نمودار تابع $y = 2 - \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$ در مجاورت مجانب افقی تابع به کدام صورت است؟



بجانب افقی $y = 1$ $x \rightarrow \infty : y = 2 - \sqrt{\frac{x-1}{x}} = 2 - 1 = 1$

$x \rightarrow +\infty : x-1 < x+2 \rightarrow \frac{x-1}{x+2} < 1 \rightarrow \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} < 1 \rightarrow 2 - \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} > 1$

$x \rightarrow -\infty : x-1 < x+2 \rightarrow \frac{x-1}{x+2} > 1 \rightarrow \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} > 1 \rightarrow 2 - \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} < 1$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۳- نمودار تابع $f(x) = x + \sqrt[3]{x^2 - x^3}$ با کدام طول مجانب خود را قطع می کند؟

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{1}{6}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{2}{3}$

$$x \rightarrow \infty : y = x + \sqrt[3]{-1} \left(x + \frac{1}{-3} \right) = x - x + \frac{1}{3} \rightarrow y = \frac{1}{3}$$

$$x + \sqrt[3]{x^2 - x^3} = \frac{1}{3} \rightarrow x = \frac{1}{9}$$

۴- امتداد مجانب‌های نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x}$ ، نیمساز ناحیه اول و سوم را در دو نقطه A و B قطع می‌کند. اندازه AB کدام است؟

$$x \rightarrow \infty : \left| x + \frac{2}{x} \right| - \left| x - \frac{2}{x} \right| : \begin{cases} +\infty & y = x+1 - x+1 \rightarrow y=2 \\ -\infty & y = -x-1 + x-1 \rightarrow y=-2 \end{cases}$$

$$A \left| \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right.$$

$$B \left| \begin{matrix} -2 \\ -2 \end{matrix} \right.$$

$$|AB| = \sqrt{(2+2)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۵- مجانب افقی تابع حقیقی $f(x)$ با ضابطه ی $f(x) = (x^2 + 1) \tan\left(\frac{1}{x^2 + 1}\right)$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + 1) \cdot \tan\left(\frac{1}{x^2 + 1}\right)$$

مقایسه ای

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} = 1 \rightarrow y = 1$$

$$\tan u \xrightarrow{u=0} u$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۶- معادله‌ی خط مجانب افقی نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{4-2x}{\sqrt{x^2-2x}}$ وقتی $x < 0$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} + \frac{4-2x}{\sqrt{x^2-2x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} + \frac{-2x}{|x|} = 0 + 2 = 2$$

$y = 2$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۷-مجاانب‌های افقی $f(x) = 2x(\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 2})$ در چه فاصله ای از یکدیگر قرار دارند؟

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2x (\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 2}) \times \frac{\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x^2 + 2}}{\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x^2 + 2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x(x^2 - 1 - x^2 - 2)}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x}{2|x|}$$

$$x \rightarrow +\infty: y = \frac{-4x}{2x} = -2 \checkmark$$

$$x \rightarrow -\infty: y = \frac{-4x}{-2x} = 2 \checkmark$$

$$\boxed{y = 2} \rightarrow \text{جواب}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۸- مجانب‌های افقی منحنی $y = ۲x(\sqrt{x^۲ + k} - \sqrt{x^۲ - k})$ در فاصله‌ی ۸ واحد از یکدیگر قرار دارند. مقدار k

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} ۲x(\sqrt{x^۲ + k} - \sqrt{x^۲ - k}) \times \frac{\sqrt{x^۲ + k} + \sqrt{x^۲ - k}}{\sqrt{x^۲ + k} + \sqrt{x^۲ - k}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{۲x(x^۲ + k - x^۲ + k)}{\sqrt{x^۲ + k} + \sqrt{x^۲ - k}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{۴kx}{۲|x|}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \rightarrow +\infty: \frac{۴kx}{۲x} = ۲k \\ x \rightarrow -\infty: \frac{۴kx}{-۲x} = -۲k \end{array} \right.$$

$$\rightarrow ۲k = ۱ \rightarrow k = \frac{1}{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۹-مجانِب منحنی $y = \frac{x^2 - 1}{2x^2 + x + 1}$ نمودار آن را با کدام طول قطع می کند؟

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x^2 - 1}{2x^2 + x + 1} = \frac{1}{2} \rightarrow 2x^2 + x + 1 = 2x^2 - 2 \rightarrow x = -3$$

۱۰- مبدا مختصات مرکز تقارن منحنی $y = \frac{ax}{\sqrt{x^2 + \underline{bx} + 5}}$ است. اگر تابع صعودی و دارای خط جانب $y = 2$ باشد. $a + b$ کدام است؟

$$f(-x) = -f(x) \rightarrow b = 0 \checkmark$$

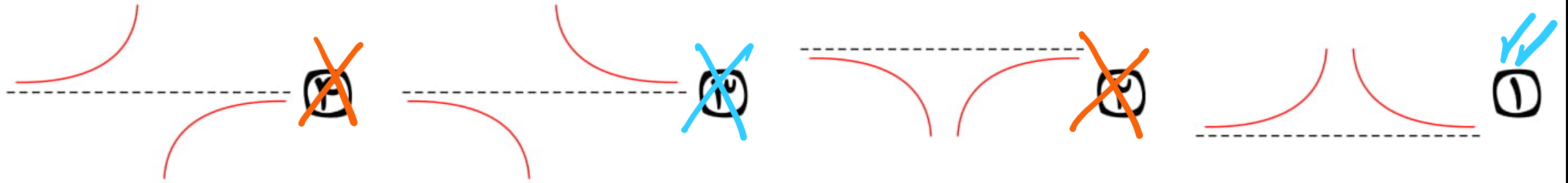
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{\sqrt{x^2}} = a \rightarrow a = 2 \checkmark$$

$$a + b = 2 + 0 = 2$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۱- نمودار تابع $y = x \tan \frac{1}{x}$ در اطراف مجانب افقی خود به کدام صورت است؟



$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \tan \frac{1}{x} \approx \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \frac{1}{x} = 1 \rightarrow \boxed{y=1}$$

$$x \rightarrow +\infty \xrightarrow[u \rightarrow 0^+]{u = 1/x} \frac{\tan u}{u} \xrightarrow{\tan u > u} \frac{\tan u}{u} > 1$$

$$x \rightarrow -\infty \xrightarrow[u \rightarrow 0^-]{u = 1/x} \frac{\tan u}{u} \xrightarrow{u > \tan u} \frac{\tan u}{u} > 1$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۲- فاصله ی خطوط مجانب افقی تابع $f(x) = \log_3\left(\frac{9^{x+1} + 1}{9^x + 27}\right)$ از یکدیگر چقدر است؟

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \log_3 \left(\frac{9 \cdot 9^x}{9^x + 27} \right) = \log_3 9 = 2 \quad \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \log_3 \left(\frac{1}{27} \right) = \log_3 3^{-3} = -3 \quad \checkmark$$

جواب: ۵

۱۳- فاصله‌ی مجانب‌های منحنی $y = x(\sqrt{x^2 + 4x + 1} - \sqrt{x^2 + 4x - 2})$ از یکدیگر چقدر است؟

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 4x + 1} - \sqrt{x^2 + 4x - 2}) \times \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 1} + \sqrt{x^2 + 4x - 2}}{\sqrt{x^2 + 4x + 1} + \sqrt{x^2 + 4x - 2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(x^2 + 4x + 1 - x^2 - 4x - 2)}{\sqrt{x^2 + 4x + 1} + \sqrt{x^2 + 4x - 2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{2|x|}$$

$x \rightarrow +\infty$: $\frac{-x}{2x} = -\frac{1}{2} \rightarrow y = -\frac{1}{2}$ ✓

$x \rightarrow -\infty$: $\frac{-x}{-2x} = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2}$ ✓

فاصله = 1 ✓

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۴- نمودار تابع $y = -\frac{1}{x}$ در اطراف مجانب افقی خود شبیه کدام گزینه است؟



۴



۳



۲



۱

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{x} = \frac{-1}{\infty} = 0 \rightarrow y = 0$$

$$x \rightarrow +\infty : \frac{-1}{x} < 0$$

$$x \rightarrow -\infty : \frac{-1}{x} > 0$$

۱۵- اگر تابع $y = \frac{x+1}{x^2+mx+4}$ فقط دو مجانب داشته باشد، m کدام یک از مقادیر زیر را نمی تواند اختیار کند؟

① ۴

② -۴

③ ۵

④ -۵

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2} = 0 \rightarrow \text{مجاذب افقی } y=0$$

$$\Delta=0 \rightarrow m^2-16=0 \rightarrow m=\pm 4 \checkmark$$

$$x=-1 \rightarrow 1-m+4=0 \rightarrow m=5 \checkmark$$