

آموزش حسابان دوازدهم

حدهای نامتناهی

(فصل سوم - درس اول)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

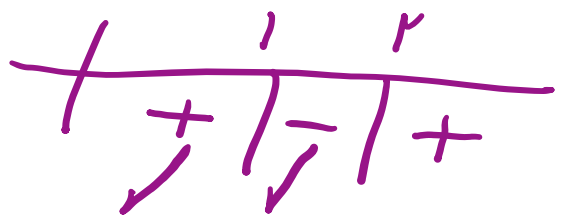
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x-1} = \frac{-1}{0}$$

$x \rightarrow 1^+ : \frac{-1}{1^+-1} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$
 $x \rightarrow 1^- : \frac{-1}{1^- -1} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x^2-1} = \frac{-1}{0}$$

$x \rightarrow 1^+ : \frac{-1}{0^-} = +\infty$
 $x \rightarrow 1^- : \frac{-1}{0^+} = -\infty$

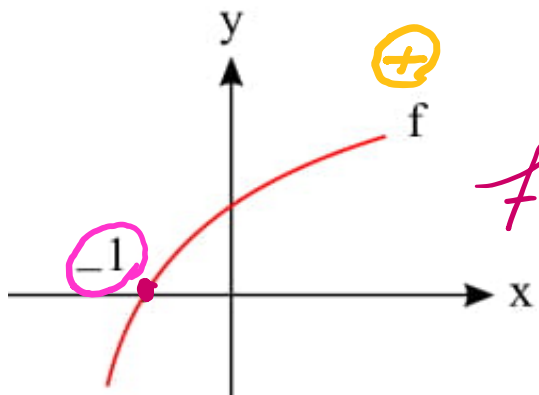
$$x^2-1=0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$



$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^r} = \frac{2}{(0^+)^r} = \frac{2}{0^+} = \underline{\underline{+\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^r - x + r} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)^r} = \frac{-r}{0^+} = \underline{\underline{-\infty}}$$

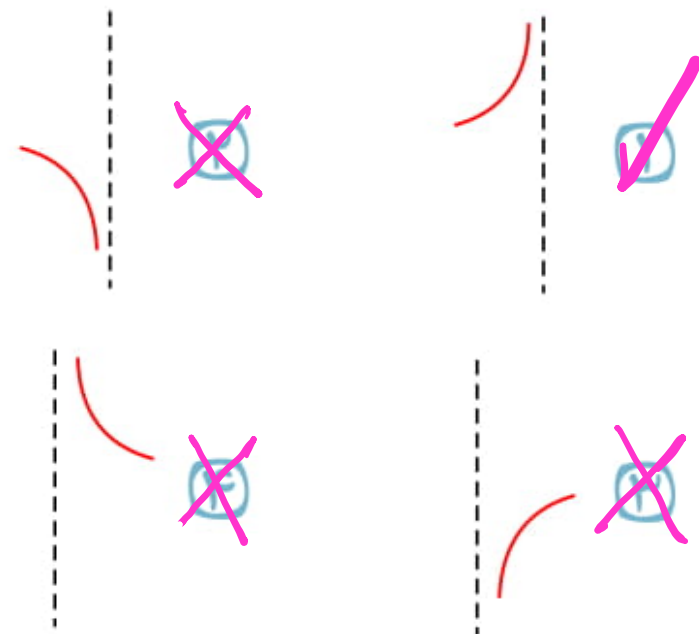
1 اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، نمودار تابع $g(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{f(x)}}$ در اطراف $x = -1$ به کدام صورت است؟



$$f(-1) = 0$$

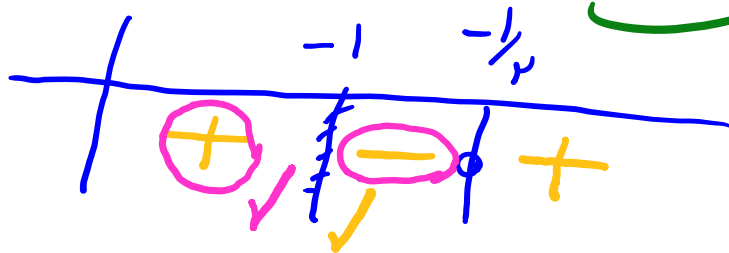
$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \sqrt{\frac{2x+1}{f(x)}} = \sqrt{\frac{-1}{0^-}}$$

$$= \sqrt{+\infty} = +\infty$$



$$2x+1=0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

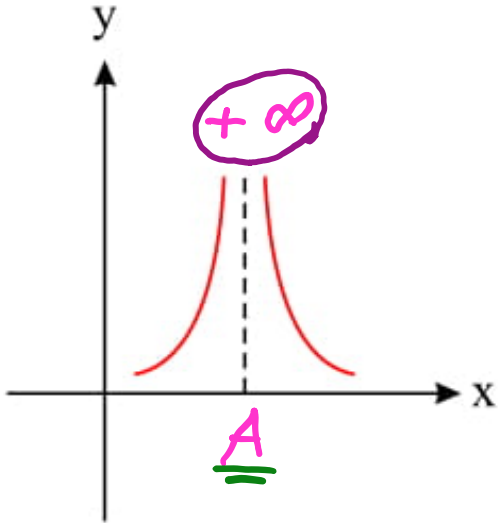
$$f(x)=0 \rightarrow x = -1$$



سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

شکل زیر بخشی از نمودار تابع $f(x) = \frac{2x + a}{4x^2 + bx + 1}$ است. دوتایی مرتب (a, b) به کدام صورت می‌تواند باشد؟ ۲



$$\Delta = 0 \rightarrow b^2 - 4 = 0 \rightarrow b = \pm 2$$

$$b = -2$$

~~(0, 2)~~ 1

(0, -2) 2

~~(-2, 2)~~ 3

~~(2, -2)~~ 4

$$b = 2 \rightarrow 4x^2 + 2x + 1 = (2x + 1)^2 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

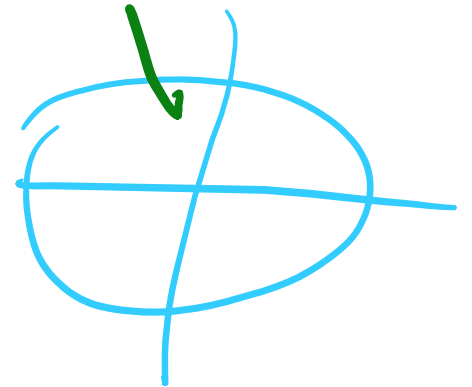
$$b = -2 \rightarrow 4x^2 - 2x + 1 = (2x - 1)^2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right) + a = 1 + a > 0 \rightarrow a > -1$$

حد عبارت $\frac{\cos x}{1 - \sin x}$ وقتی $x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+$ کدام است؟ (۳)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x}{1 - \sin x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x (1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cancel{\cos x} (1 + \sin x)}{\cancel{\cos x} \cdot \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1 + \sin x}{\cos x} = \frac{1+1}{0^-} = -\infty$$



سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۴ در تابع $f(x) = \frac{[x+2]+k}{x-2}$ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ باشد، محدوده k کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{[x^+]+k}{x^+-2} = \frac{2+k}{0^+} = +\infty \rightarrow 2+k > 0 \rightarrow k > -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{[x^-]+k}{x^--2} = \frac{1+k}{0^-} = +\infty \rightarrow 1+k < 0 \rightarrow k < -1$$

$$\begin{array}{l} k > -2 \\ k < -1 \end{array} \rightarrow -2 < k < -1$$

مقدار

۵ اگر $\lim_{x \rightarrow k^+} \frac{1-x}{x^2+x-12} = +\infty$ باشد، مقدار k کدام است؟

$$k^2 + k - 12 = (k+4)(k-3) = 0$$

$k = -4$
 $k = 3$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1-x}{(x+4)(x-3)} = \frac{-2}{(7)(0^+)} = \frac{-2}{0^+} = -\infty \quad k=3 \times$$

$$\lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{1-x}{(x+4)(x-3)} = \frac{+5}{(0^+)(-7)} = \frac{+5}{0^-} = -\infty \quad k=-4 \times$$

۶ اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{r}} \frac{\sqrt[r]{x} - 1}{rx^r + ax + b} = -\infty$ باشد، آنگاه حاصل ab کدام است؟

$$\left(x - \frac{1}{r}\right) = 0 \rightarrow rx^r - x + \frac{1}{r} = 0$$

$$rx^r - rx + 1 = rx^r + ax + b$$

$$a = -\varepsilon$$

$$b = 1$$

$$a \cdot b = -\varepsilon$$

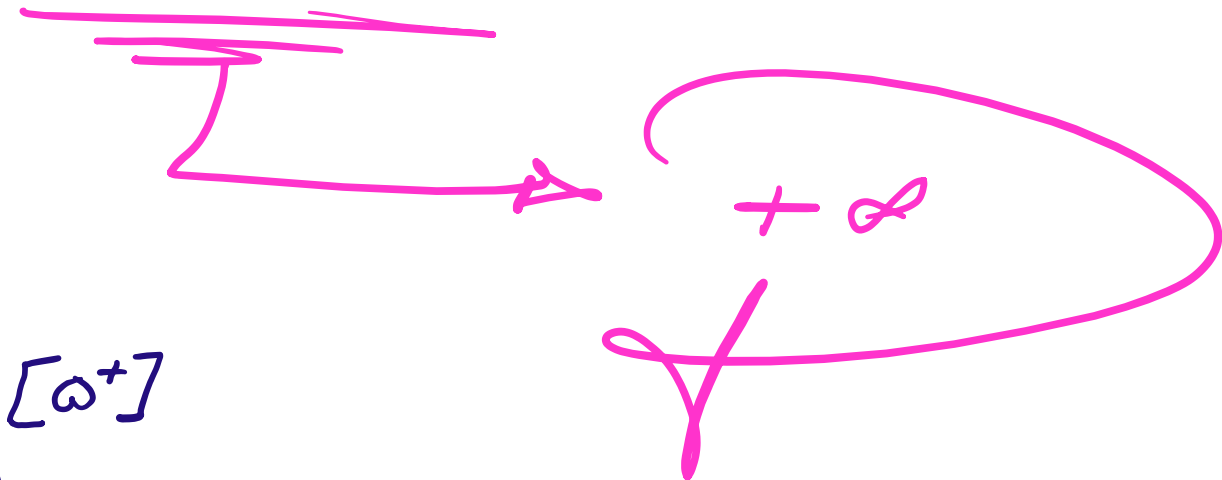
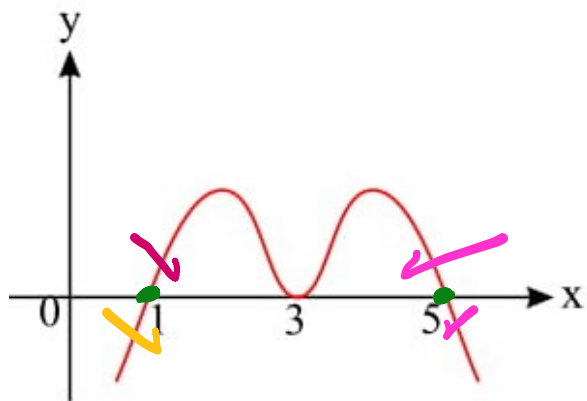
حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2 - 4x + 4}$ کدام است؟ (۷)

$$\frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4x - 1}{x^2 - 4} = \frac{12 - 1}{\underline{\underline{4 - 4}}} = \frac{+4}{0^-} = -\infty$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

نمودار تابع f به صورت شکل روبه رو است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(-1)^{[x]}}{f(x) - f(x-4)}$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)



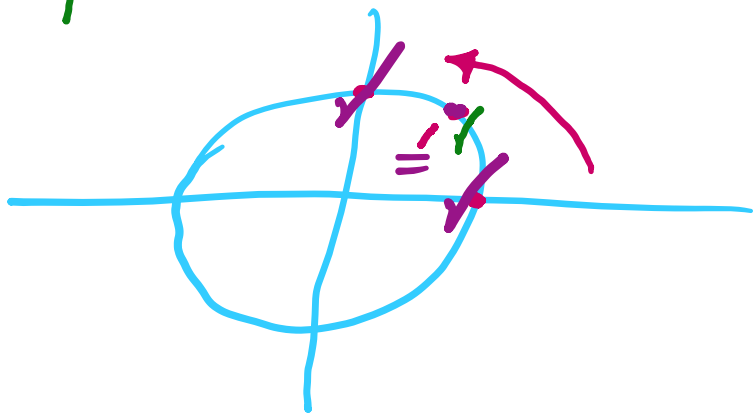
$$x \rightarrow 5^+ : \frac{(-1)^{[5^+]}}{f(5^+) - f(1^+)} = \frac{-1}{0^+ - 0^+} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$x \rightarrow 5^- : \frac{(-1)^{[5^-]}}{f(5^-) - f(1^-)} = \frac{+1}{0^+ - 0^-} = \frac{+1}{0^+} = +\infty$$

اگر $f(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{[x] - 1}{1 - \tan x}$ ، آن گاه $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} f(x)$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

$$x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}^- \rightarrow x = \frac{\pi}{4}^-$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{[x] - 1}{1 - \tan x} = \frac{[\frac{\pi}{4}] - 1}{1 - 1^{\ominus}} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$



حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{[x] + [-x]}{|x - 3|}$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.) ۱۰

$$\underline{\underline{[x] + [-x]}} = \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \rightarrow 0 \\ x \notin \mathbb{Z} \rightarrow -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{[x] + [-x]}{|x - 3|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$