

آموزش حسابان دوازدهم

همسایگی

(فصل سوم - درس اول)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز منوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$\begin{array}{c} (0, \varnothing) \\ \hline \text{همی} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} (1, \varnothing) \\ \hline \text{نیز} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} (0, 1) \\ \hline \text{جی} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} (0, \varepsilon) \\ \hline \text{متا} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} (1, \varepsilon) \\ \hline \text{متا} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} (0, 1) \\ \hline \text{بعد} \end{array}$$

مفهوم همسایگی محدود

$$\frac{(a, \omega)}{\equiv} \rightarrow \frac{(\underline{a}, \underline{\omega}) - \{x\}}{\text{محدود}}$$

محدود

$$\frac{(a, 1)}{\text{بدل}}$$



$$(a, \omega) - \{x\} = (\underline{a}, \underline{\omega}) \cup (\underline{\omega}, \omega)$$

$$(a, b) \subset (\underline{a}, \underline{c}) \cup (\underline{c}, \underline{b})$$

$$(\underline{a}, \underline{\omega}) \rightarrow (\underline{a}, \underline{\omega}) - \{x\}$$

محدود

۱

دامنه تابع $f(x) = \frac{x+1}{(x+b)\sqrt{a-x^2}}$ است و شامل همسایگی چپ عدد ۲ نیست. اگر این دامنه همچو
همسایگی راست عدد ۲ را نداشته باشد، کدام است؟ ($a > 0$)

$$1+b=0 \Rightarrow b=-1$$

$$a+b=f-1=1$$

$$a-x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < a \Rightarrow -\sqrt{a} < x < \sqrt{a}$$

$$\sqrt{a} = r \Rightarrow a=r^2$$

$$f(x) = \frac{x+1}{(x-1)\sqrt{-x^2}} \quad \begin{cases} x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \\ -x^2 > 0 \Rightarrow -1 < x < 1 \end{cases}$$

$$D_f = (-1, 1) - \{1\}$$

۲

اگر بازه $(1 - \frac{4x}{1}, 2 - x)$ یک همسایگی برای $1, \frac{1}{4}$ باشد، محدوده x کدام است؟

$$1 - \frac{4x}{1} < 1, \frac{1}{4} < 2 - x$$

$$\begin{cases} 1 - \frac{4x}{1} < 1, \frac{1}{4} \\ 2 - x > 1, \frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\frac{4x}{1} < \frac{1}{4} \\ -x > -\frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{16} \\ x < \frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow -\frac{1}{16} < x < \frac{1}{4}$$

$$1 - \frac{4x}{1} < 1, \frac{1}{4} < 2 - x$$

$$\begin{cases} 1 - \frac{4x}{1} < 1, \frac{1}{4} \\ 2 - x > 1, \frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\frac{4x}{1} < \frac{1}{4} \\ -x > -\frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{16} \\ x < \frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow -\frac{1}{16} < x < \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{16} < x < \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$-\frac{1}{16} < x < \frac{1}{4}$$

۳

اگر بازه $(2x - 1, \frac{x+5}{x+1})$ یک همسایگی $\frac{1}{2}$ باشد، حدود x کدام است؟

$$|x-1| < \frac{1}{2} < \frac{|x+5|}{|x+1|}$$

۱) $|x-1| < \frac{1}{2} \Rightarrow |x| < \frac{3}{2} \Rightarrow x < \frac{3}{2}$

۲) $\frac{|x+5|}{|x+1|} > \frac{1}{2}$

$$\frac{|x+5|}{|x+1|} - \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow \frac{|x+10-x-1|}{|x+1|} = \frac{|x+9|}{|x+1|} > 0$$

$|x+9|=0 \Rightarrow x=-9$

$|x+1|=0 \Rightarrow x=-1$

| | |
|------|------|
| -9 | -1 |
| $+$ | $-$ |
| 0 | 0 |

$x < -9$

$x > -1$

$|x| \leq \frac{3}{2}$

$x < -9, x \geq -1$

$(-\infty, -9) \cup (-1, \frac{3}{2})$

۴

است؟

اگر (a, b) یک همسایگی محدود عدد $\frac{c}{d}$ باشد، آنگاه بازه $(3b - 2a, 7)$ $\cup (c, 2a + b)$

$$A \cup B = B \cup A$$

$$\frac{9}{4} \quad \text{F}$$

$$\frac{4}{3} \quad \text{H}$$

$$\frac{8}{3} \quad \text{Y}$$

$$\frac{5}{4} \quad \text{D}$$

$$\rightarrow (c, \underline{ra+b}) \cup (\underline{rb-pa}, r)$$

$$\begin{array}{l} ra+b = r \\ -pa+rb = r \end{array} \rightarrow \underline{\underline{b=r}} \rightarrow \underline{\underline{a=1}}$$

$$(a, b) = (1, r)$$

$$\sqrt{4 - x^2}$$

تابع

۵

$f(x) = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x - 1}$ را در نظر بگیرید، کدام گزینه صحیح است؟

تابع در همسایگی ۲ تعریف شده است.



تابع در همسایگی ۲ – تعریف شده است.



تابع در همسایگی محدود ۱ تعریف شده است.



تابع در نقطه ۱ $x = 1$ تعریف شده است.



$$x - 1 \neq 0 \rightarrow x \neq 1$$

$$4 - x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \leq 4 \rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

$$f = [-2, 2] - \{1\}$$

۶ تابع $f(x) = \frac{\sqrt{16 - x^2}}{x - [x]}$

در همسایگی محدود چند نقطه به طول عدد صحیح تعریف شده است؟

$$19 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 19 \Rightarrow -\sqrt{19} \leq x \leq \sqrt{19}$$

$$x - [x] \neq 0 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow -\sqrt{19} - 1 < x < \sqrt{19}$$

اگر $(a - 2, 3a + 2)$ یک همسایگی نقطه 1 باشد، حدود a کدام است؟

$$a - 2 < 1 < 3a + 2$$

$$\begin{aligned} a - 2 < 1 &\rightarrow a < 3 \\ 3a + 2 > 1 &\rightarrow 3a > -1 \rightarrow a > -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

• جواب $\left(-\frac{1}{3}, 3 \right)$

کدام یک از مجموعه‌های زیر یک همسایگی راست عدد ۲ است؟

ستگا

خوب

جذب

$(1, 3) - \{2\}$

همامن

$(0, 4)$

$(1, 2)$

\rightarrow

بیش

بیش

$(2, 3)$

همامن

$(1, \varnothing)$

\rightarrow

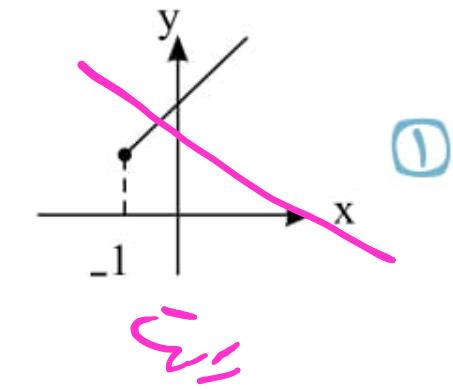
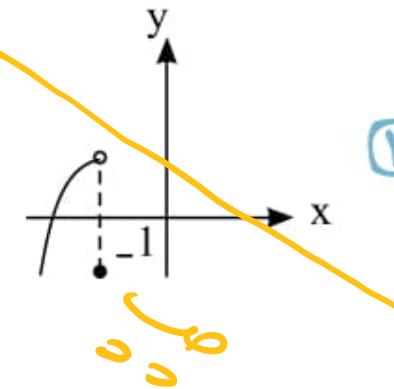
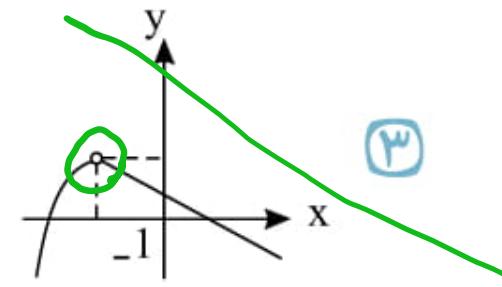
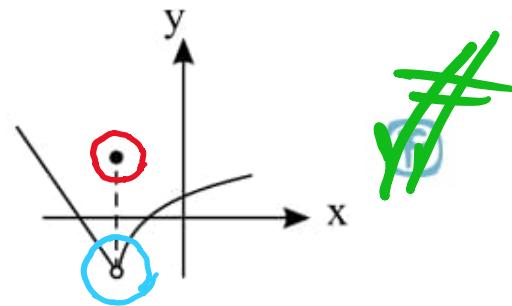
$(1, 2)$

برتر

$(1, \varnothing)$

۹

در کدام گزینه تابع در همسایگی نقطه $x = -1$ تعریف شده است، در این نقطه حد دارد و حد تابع غیر از مقدار تابع است.



۱۰

در کدام گزینه تابع در همسایگی مذکوف نقطه $x = 2$ تعریف شده است و در این نقطه حد دارد؟

