

آموزش حسابان دوازدهم

حل تمرین های فصل دوم (مثلثات)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **ALIGEBRA.COM** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۱ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هر یک از توابع زیر را به دست آورید.

الف) $y = 1 + 2 \sin 3x$

پ) $y = -\pi \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 2$

ب) $y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2} x$

ت) $y = -\frac{3}{4} \cos 3x$

الف) $T = \frac{2\pi}{3}$ $\max = 1 + |2| = 3$ $\min = 1 - |2| = -1$

ب) $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$ $\max = \sqrt{3} + |-1| = \sqrt{3} + 1$ $\min = \sqrt{3} - |-1| = \sqrt{3} - 1$

ج) $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$ $\max = -2 + |-2| = 0$ $\min = -2 - |-2| = -4$

د) $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$ $\max = \left|-\frac{3}{4}\right| = \frac{3}{4}$ $\min = -\left|-\frac{3}{4}\right| = -\frac{3}{4}$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲ هر یک از توابع داده شده را با نمودارهای زیر نظیر کنید.

ت) $y = 1 - \cos 2x$

پ) $y = \sin 2x$

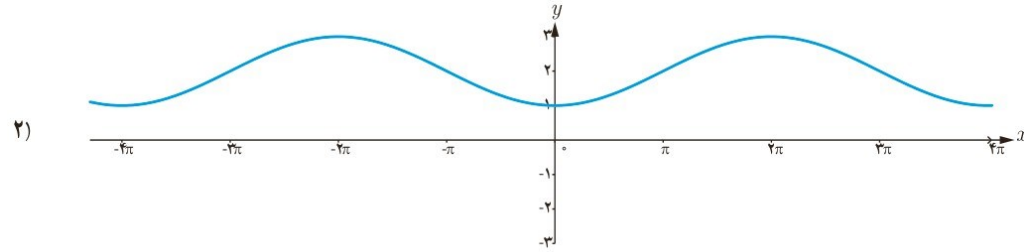
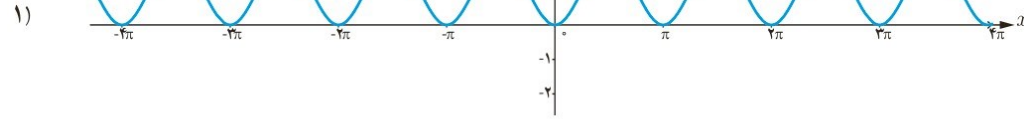
ب) $y = 2 - \cos \frac{1}{2}x$

الف) $y = \sin \pi x$

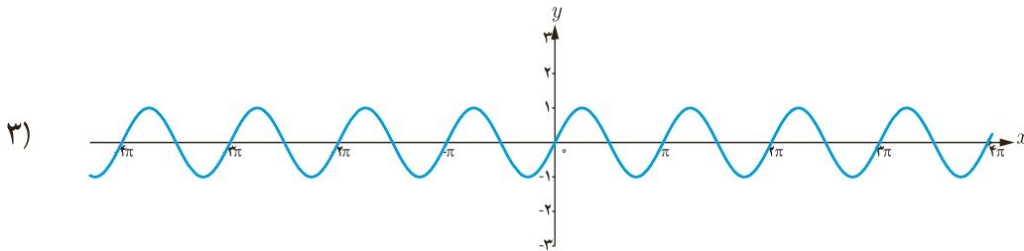
$T = \frac{2\pi}{2} = \pi$

$T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

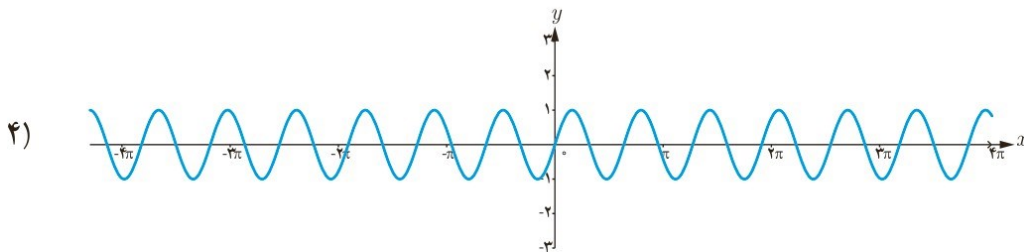
$T = \frac{2\pi}{\pi} = 2$



ب.



ب



الف

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۳ در هر مورد ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

الف) $T = \pi$, $\max = 3$, $\min = -3$

$$y = a \cos bx + c = 3 \cos x$$

$$\frac{r}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2 \rightarrow b = 2$$

$$\begin{array}{l} |a| + c = 3 \\ -|a| + c = -3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} c = 0 \\ a = 3 \end{array}$$

۳ در هر مورد ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

ب) $T = 3$, $\max = 9$, $\min = 3$

$$y = a \sin bx + c = 1 \sin \frac{\sqrt{3}}{3} x + 9$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 3 \rightarrow |b| = \frac{2\pi}{3} \rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{aligned} |a| + c &= 9 \\ -|a| + c &= 3 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} c = 9 \\ |a| = 1 \end{cases} \rightarrow a = +1$$

۳ در هر مورد ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

پ) $T = 4\pi$, $\max = -1$, $\min = -7$

$$y = a \cos bx + c = 1^{\circ} \cos \frac{1}{2}x - 4$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \rightarrow |b| = \frac{1}{2} \rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} |a| + c &= -1 \\ -|a| + c &= -7 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} c = -4 \\ |a| = 1 \rightarrow a = +1 \end{cases}$$

۳ در هر مورد ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

ت) $T = \frac{\pi}{2}$, $\max = 1$, $\min = -1$

$$y = a \sin bx + c \rightarrow y = \sin cx$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \rightarrow |b| = c \rightarrow b = +c$$

$$|a| + c = 1$$

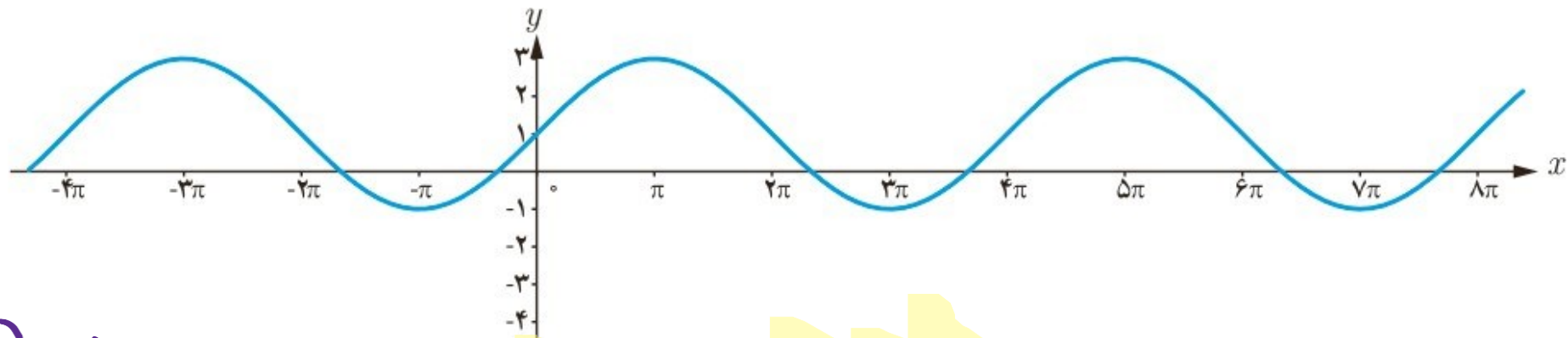
$$-|a| + c = -1$$

$$c = 0$$

$$|a| = 1 \rightarrow a = 1$$

۴ ضابطه مربوط به هر یک از نمودارهای داده شده را بنویسید.

الف)



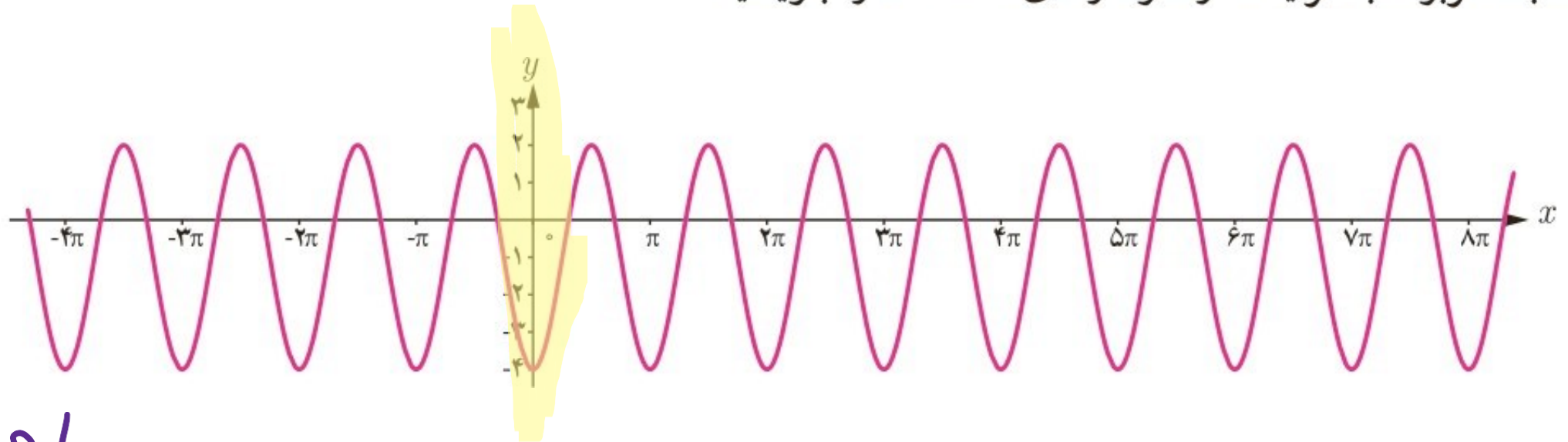
$$y = a \sin bx + c = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x\right) + 1$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \rightarrow |b| = \frac{1}{2} \rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$|a| + c = 3 \quad \text{if } c = 1$$

$$-|a| + c = -1 \rightarrow |a| = 2 \rightarrow a = +2$$

ب)



$$y = a \cos(bx + c) = -3 \cos(2x - 1)$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2 \rightarrow b = 2$$

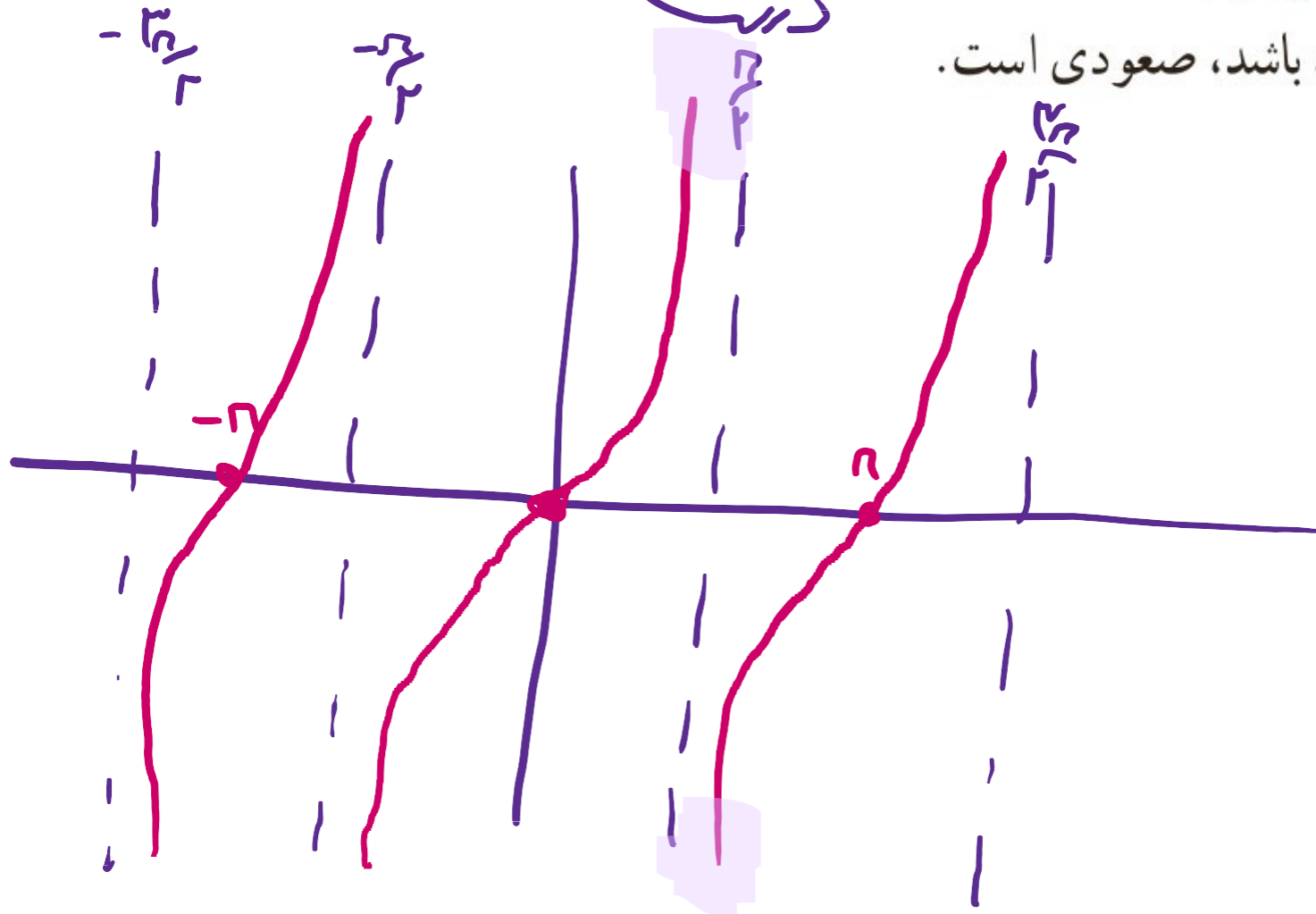
$$\begin{aligned} |a| + c &= 1 \\ -|a| + c &= -1 \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} c &= -1 \\ |a| &= 3 \rightarrow a = -3 \end{aligned}$$

۵ کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است. غلط

ب) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد.

پ) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.



۶ با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در موارد زیر مقادیر $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$ را با هم مقایسه کنید :

الف) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

ب) $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

الف) $\alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = 1 \\ \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \rightarrow \tan \alpha > \sin \alpha$

ب) $\alpha = \frac{7\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = -1 \\ \sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \rightarrow \sin \alpha > \tan \alpha$

۱ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\sin \frac{\pi}{4} = \sin 3x$

$$\mu x = \frac{1}{\mu} K \Omega + \frac{\Omega}{4} \rightarrow x = \frac{1}{\mu} K \Omega + \frac{\Omega}{4}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

ب) $\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$

۱ معادلات زیر را حل کنید.

$$\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \rightarrow \cos^2 x - \cos x = 0$$

$$\cos x (\cos x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x = \cos \frac{\pi}{2} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{2}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

پ) $\cos x = \cos 2x$

$$2x = 2k\pi + x \rightarrow x = 2k\pi$$

$$2x = 2k\pi - x \rightarrow 3x = 2k\pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}$$

$$ت) \cos 2x - 3\sin x + 1 = 0$$

$$1 - 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \rightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4(2/(-2)) = 9 + 16 = 25 \rightarrow \sin x = \frac{-3 \pm 5}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$\sin x = -2 \rightarrow \text{X}$$

$$\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \quad \text{ث)}$$

۱ معادلات زیر را حل کنید.

$$1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{5}{4} = 0$$

$$\Delta = 1 - 4 \left(1 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)\right) = 5 \rightarrow \sin x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\sin x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \quad X$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

ج) $\sin x - \cos^2 x = 0$

۱ معادلات زیر را حل کنید.

$$\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\mu x = \mu k\pi + \frac{\pi}{2} - x \rightarrow x = \frac{\mu k\pi}{\mu} + \frac{\pi}{2}$$

$$\mu x = \mu k\pi - \frac{\pi}{2} + x \rightarrow x = \mu k\pi - \frac{\pi}{2}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱ معادلات زیر را حل کنید.

$$\text{چ) } \tan(2x-1) = 0$$

$$2x-1 = k\pi \rightarrow 2x = k\pi + 1 \rightarrow x = \frac{k\pi + 1}{2}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$\text{ح) } \tan^3 x = \tan \pi x$$

۱ معادلات زیر را حل کنید.

$$\mu = kr + rn \rightarrow x(\mu - r) = kr$$

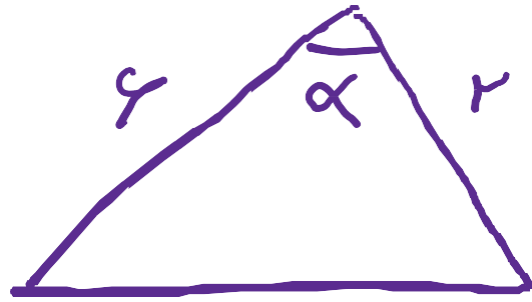
$$\rightarrow x = \frac{kr}{\mu - r}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲ مثلی با مساحت ۳ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۶ سانتی متر باشند، آنگاه چند مثلث با

این خاصیت ها می توان ساخت؟



$$\frac{1}{2} \times 6 \times 2 \times \sin \alpha = 3 \rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\alpha = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

$$k=0 \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \quad \vee \quad \alpha = \frac{5\pi}{6}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

