

آموزش حسابان دوازدهم

حل تمرین های فصل اول

(تابع)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

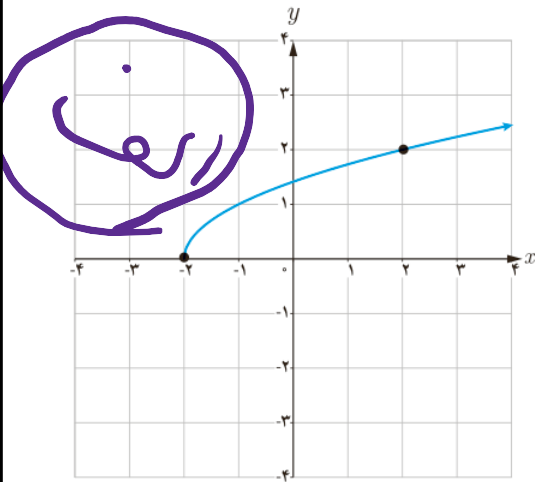
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

ALIGEBRA.COM

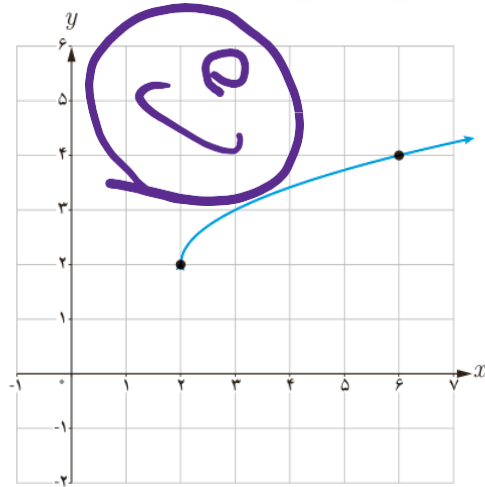
کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

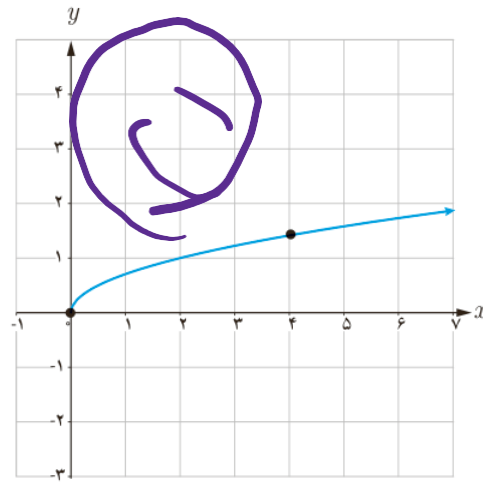
۱ هر یک از توابع زیر، تبدیل یافته تابع $y = \sqrt{x}$ هستند. هر یک از آنها را به نمودارش نظیر کنید.



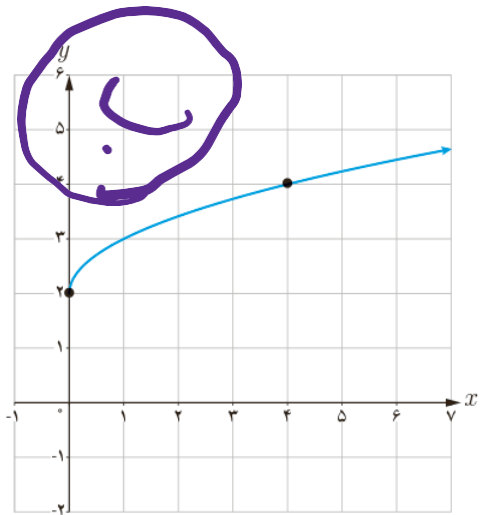
(a)



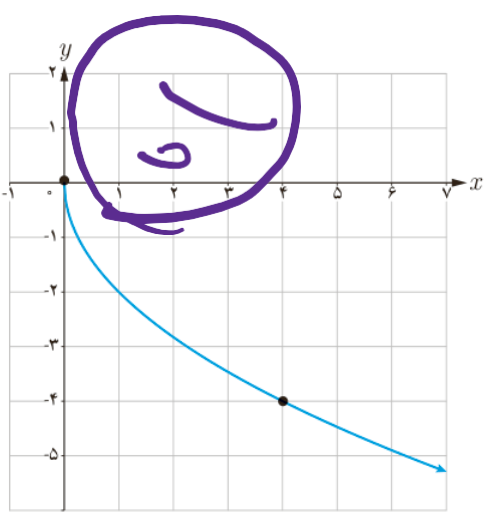
(b)



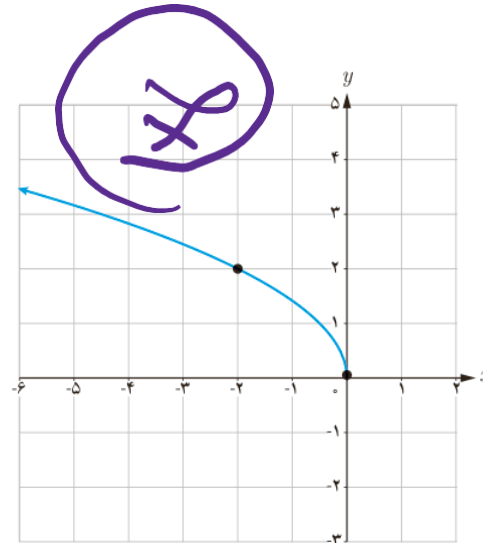
(c)



(d)



(e)



(f)

الف) $y = \sqrt{2+x}$

ب) $y = 2 + \sqrt{x}$

پ) $y = -2\sqrt{x}$

ت) $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$

ث) $y = 2 + \sqrt{x-2}$

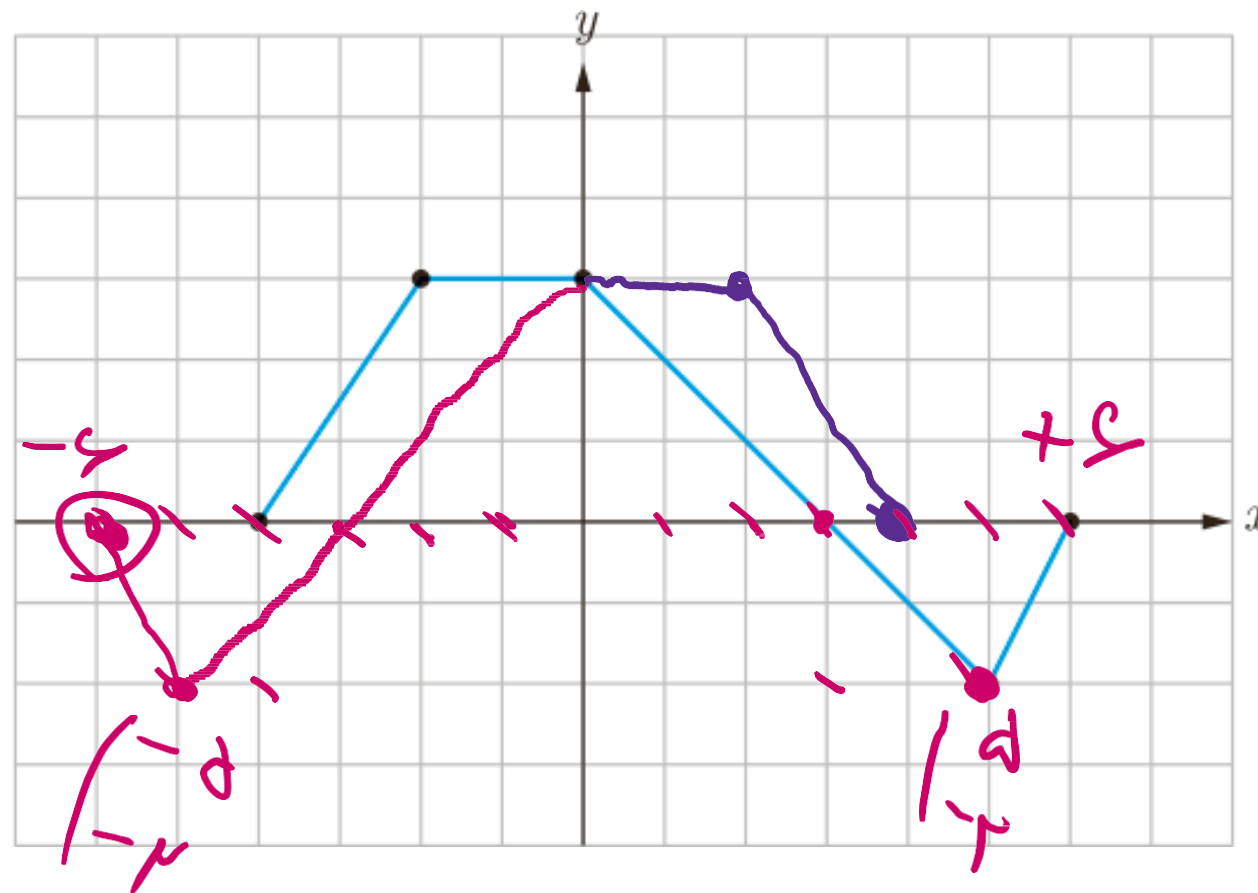
ج) $y = \sqrt{-2x}$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

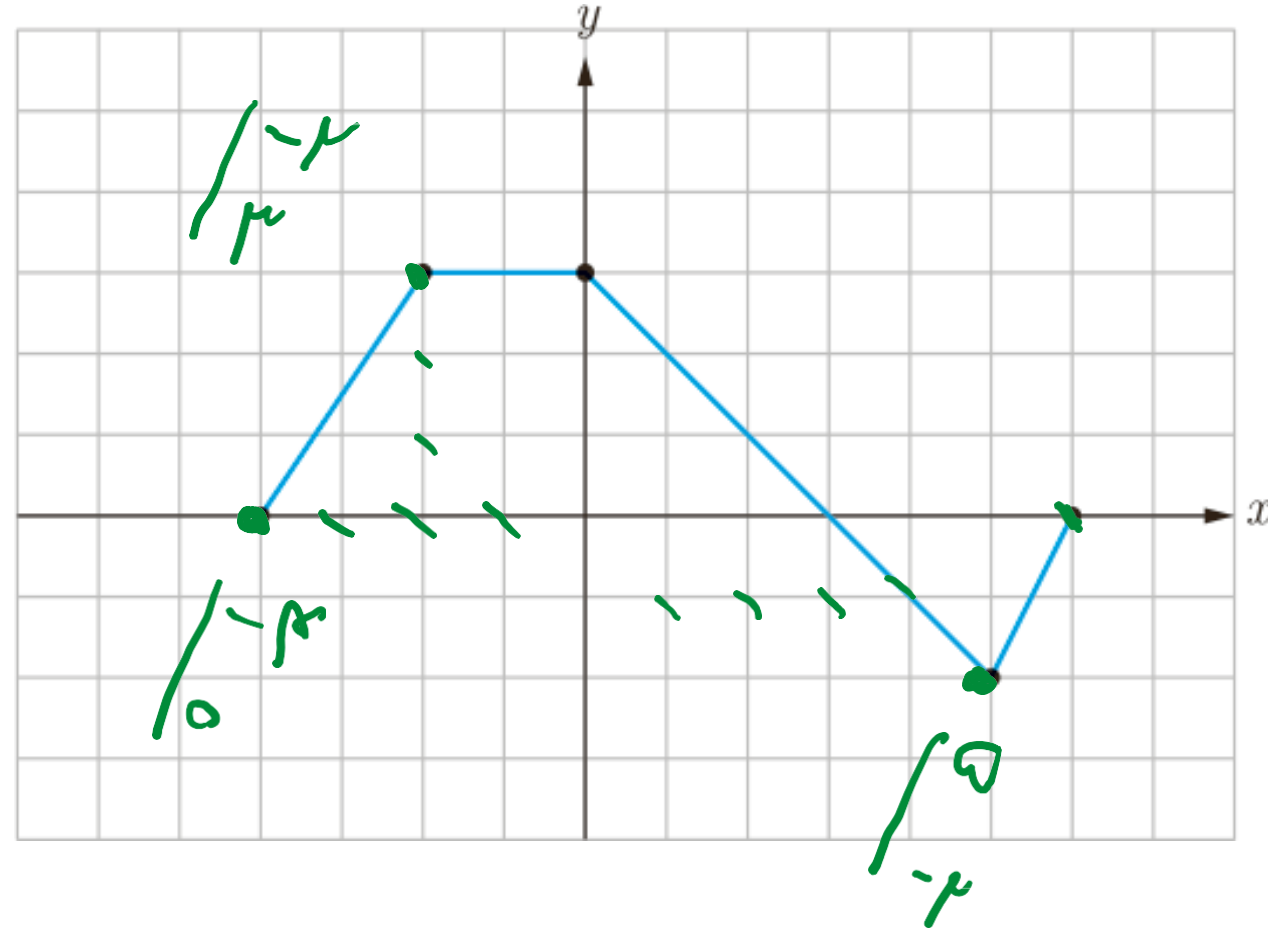
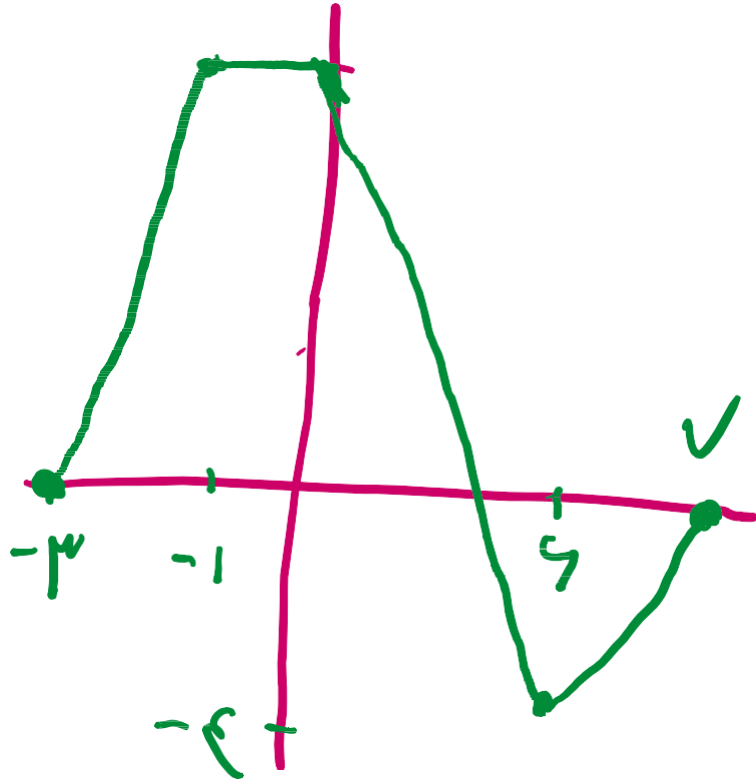
۲ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار هریک از توابع زیر را رسم کنید.

الف) $y = f(-x)$



۲ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار هریک از توابع زیر را رسم کنید.

ب) $y = 2f(x-1)$

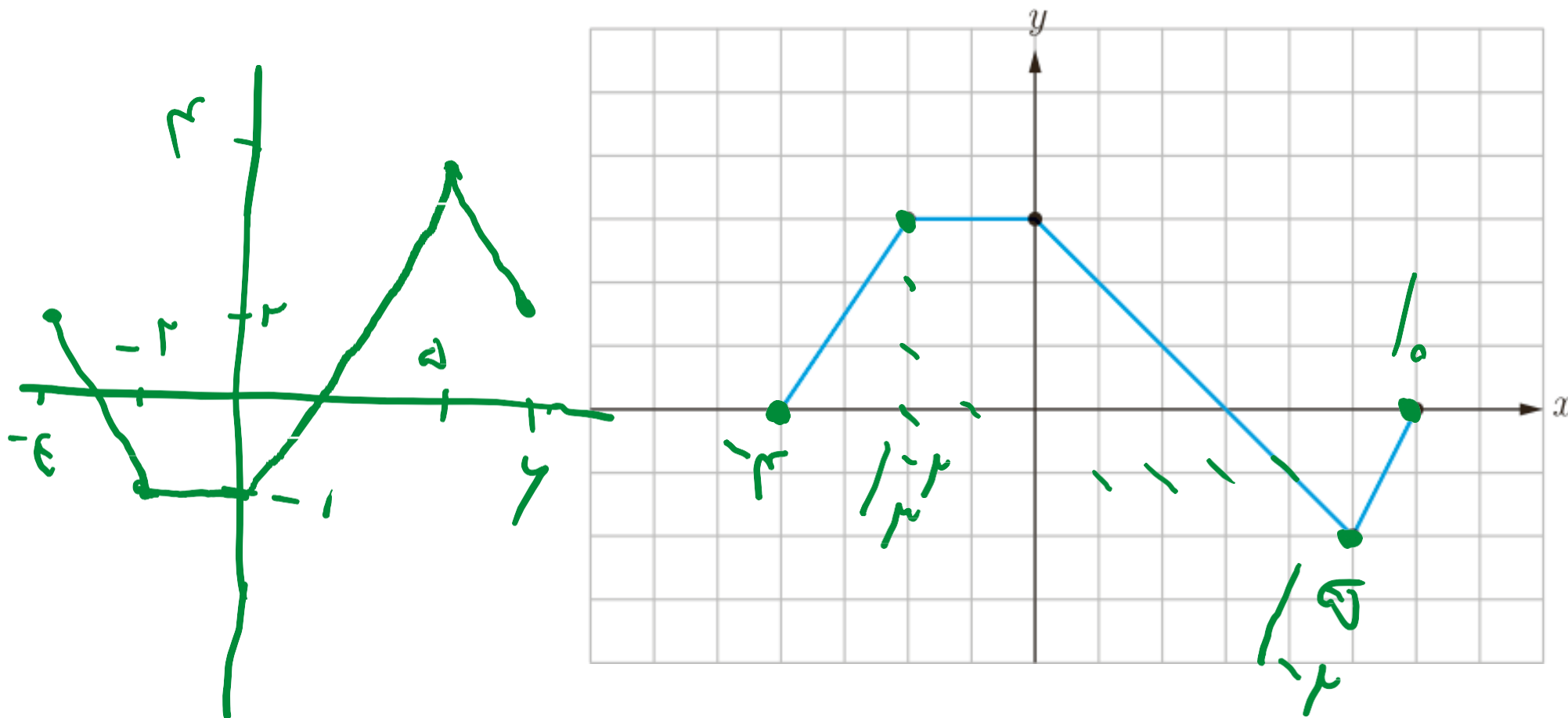


ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

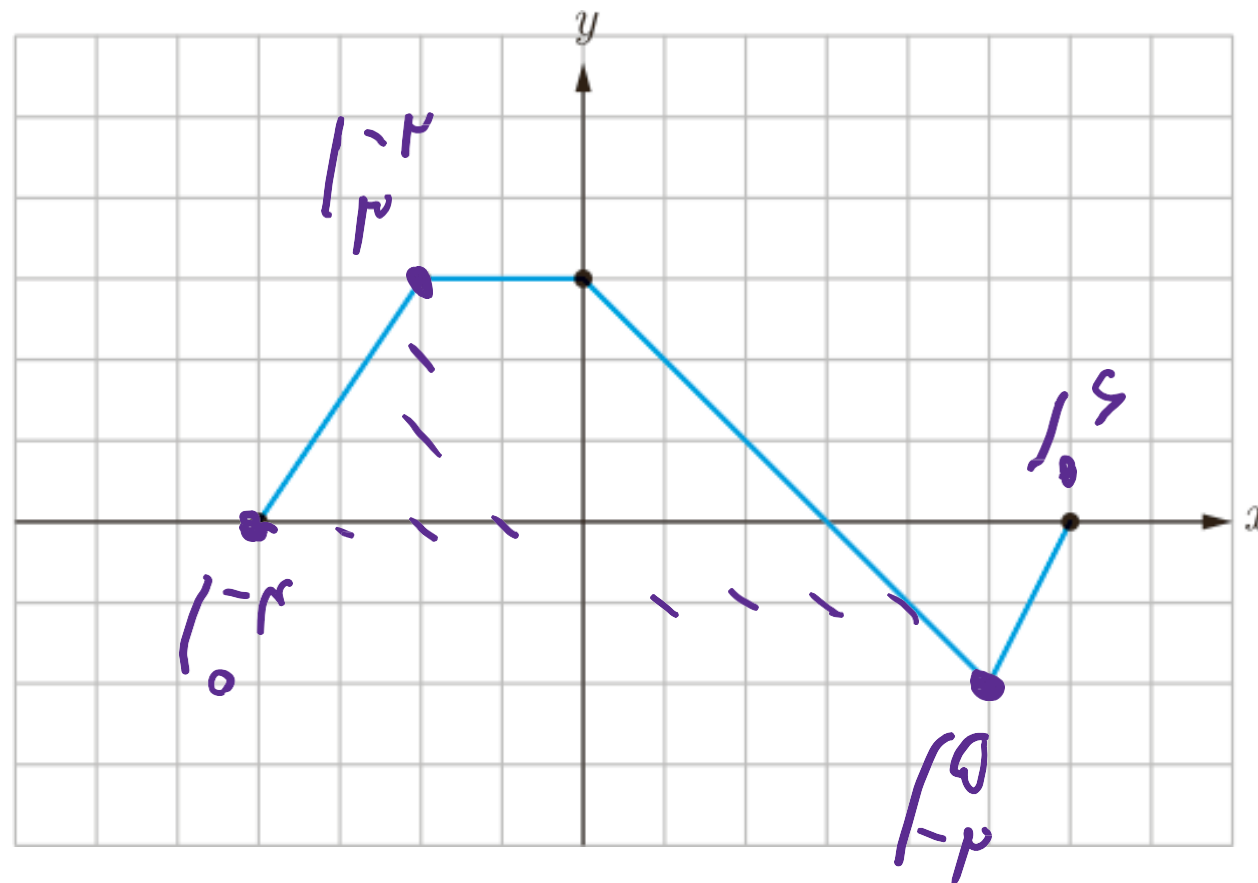
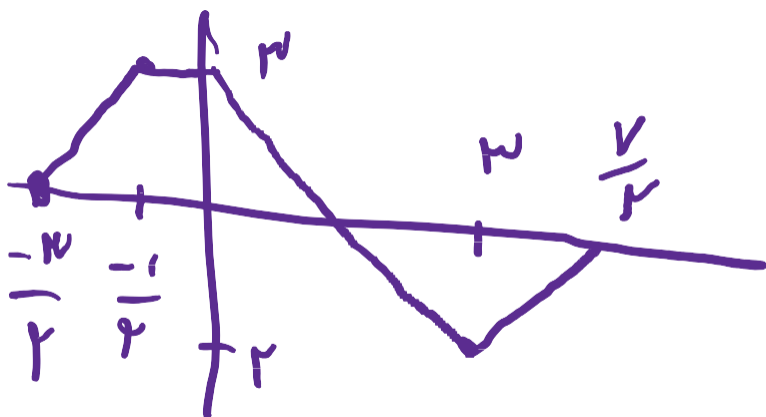
۲ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

پ) $y = -f(x) + 2$



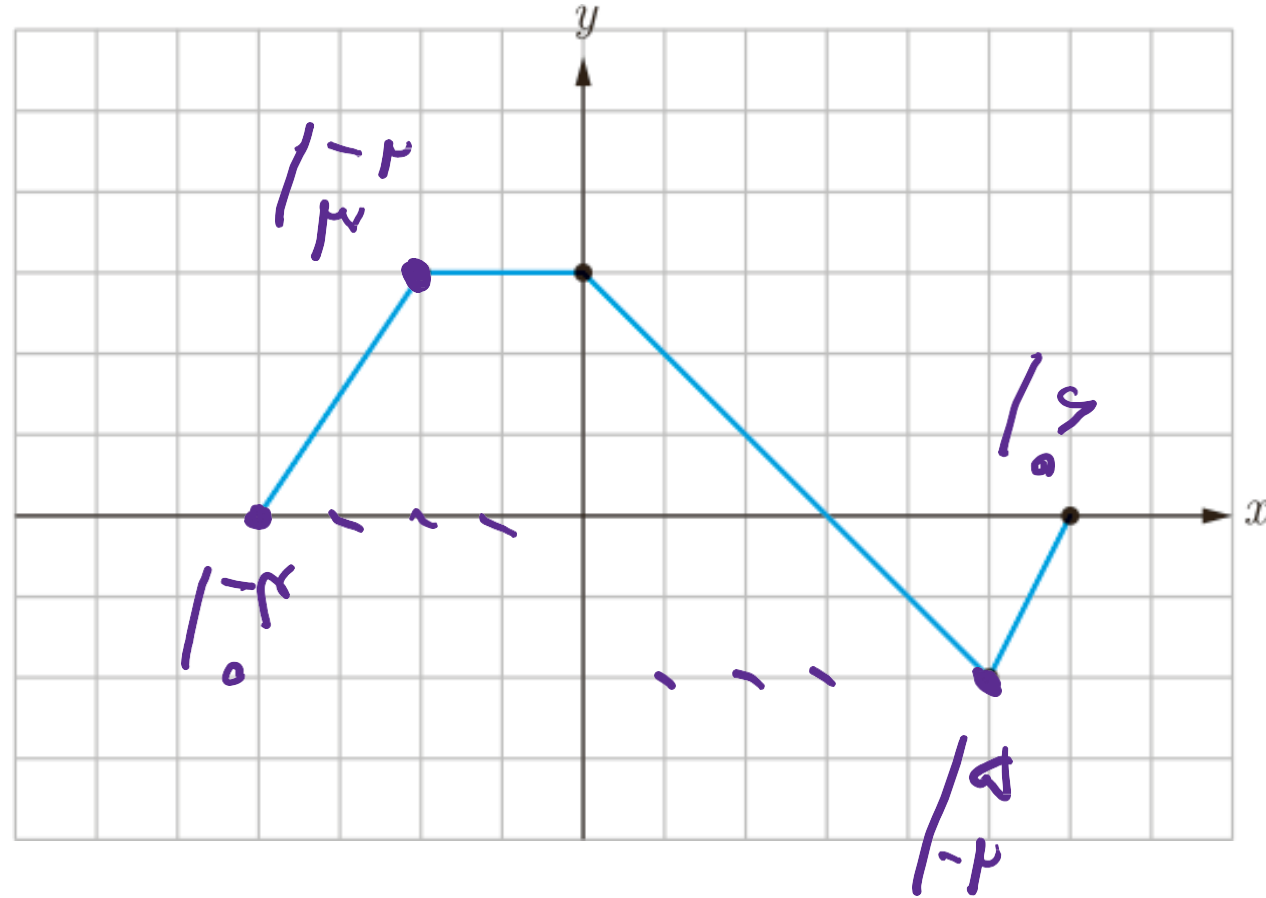
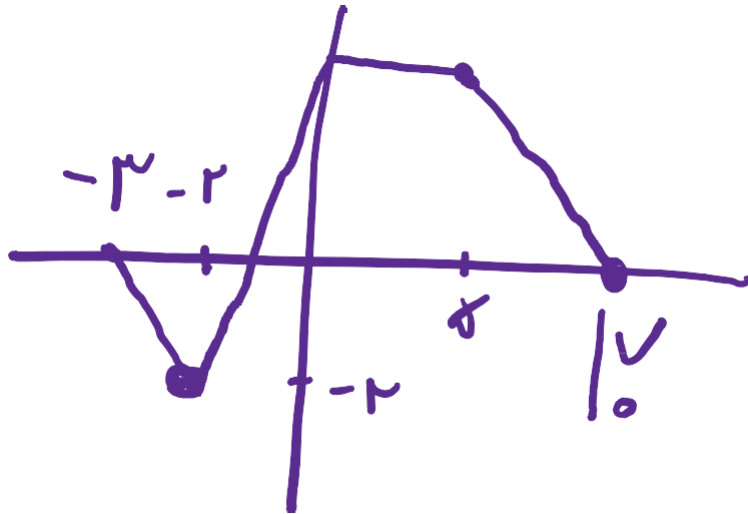
۲ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

ت) $y = f(2x - 1)$



۲ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

ث) $y = f(3-x)$

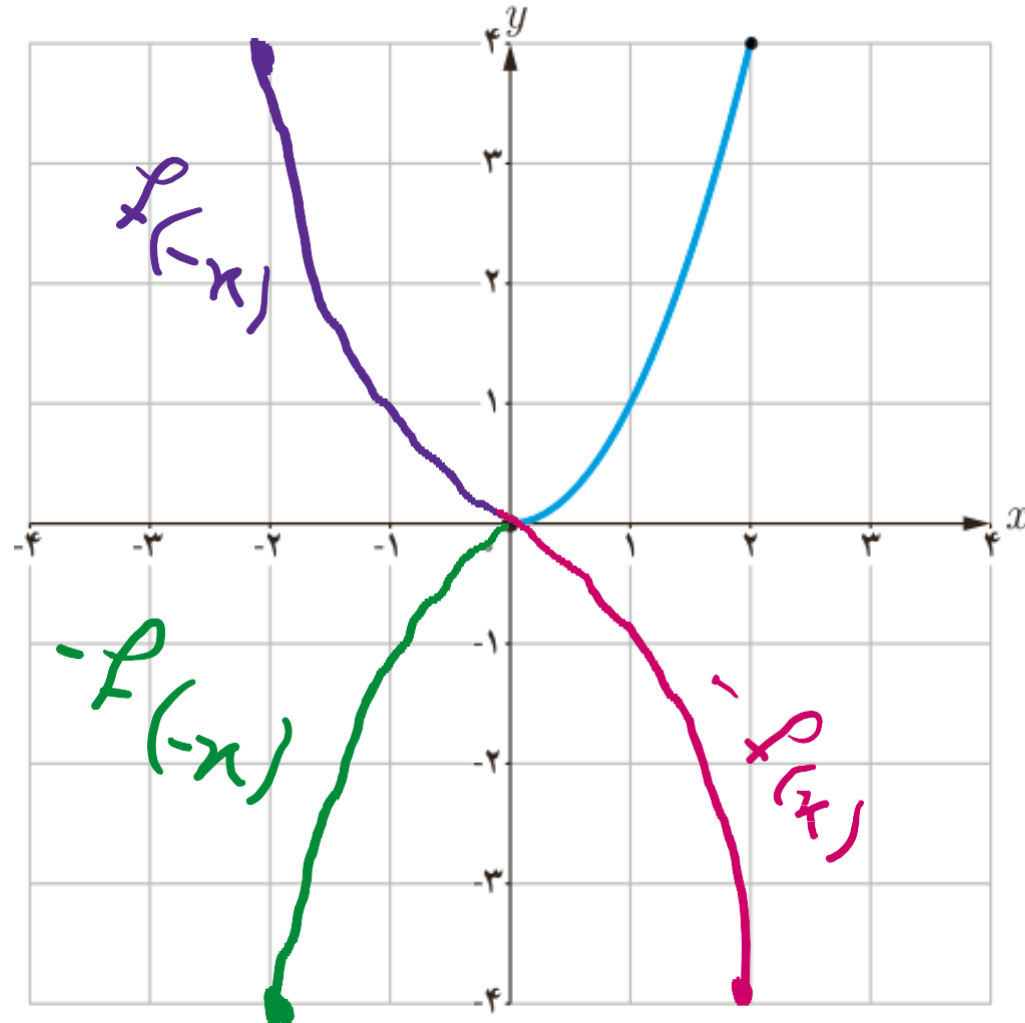


۳ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار توابع زیر را رسم کنید و آنها را با نمودار f مقایسه کنید.

الف) $y = f(-x)$

ب) $y = -f(x)$

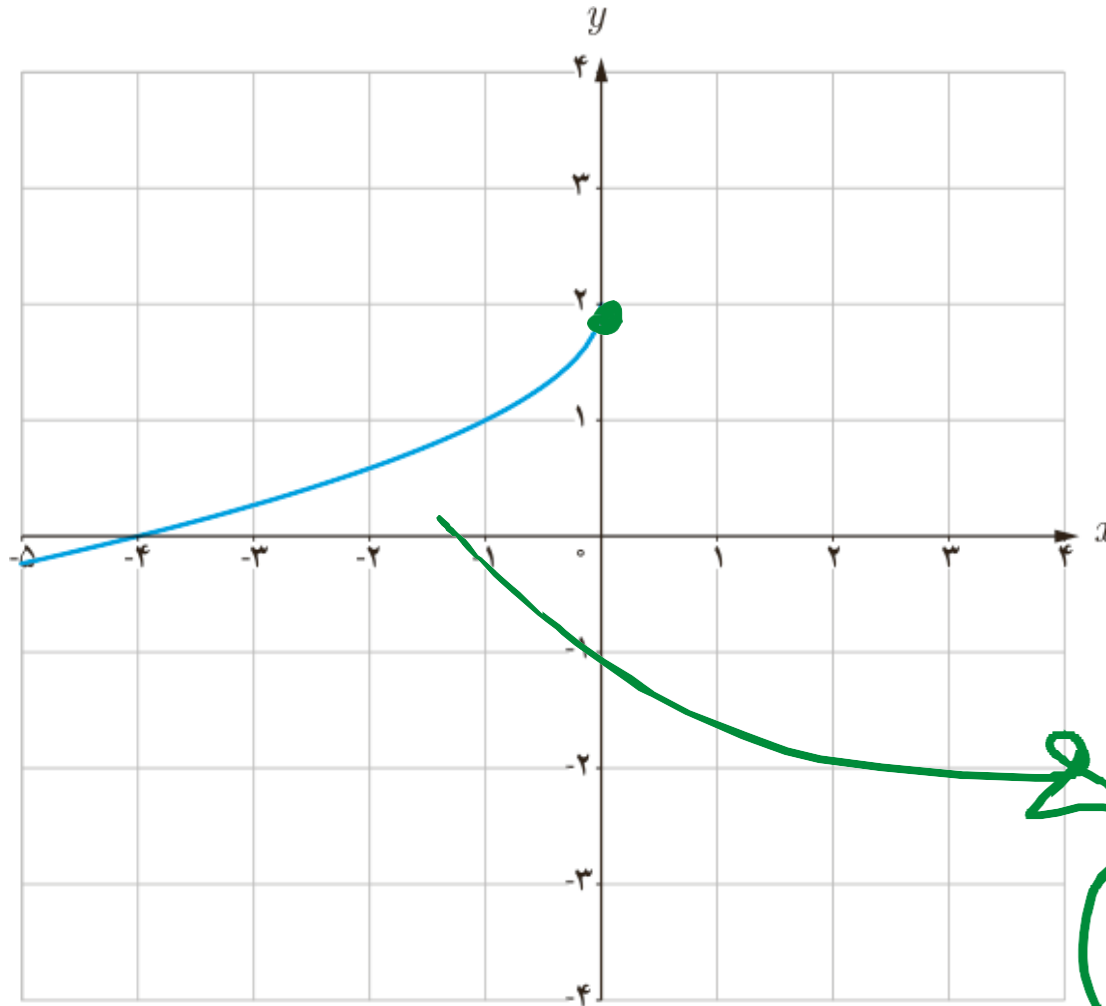
پ) $y = -f(-x)$



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴ نمودار تابع مقابل فقط از قرینه‌یابی و انتقال نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ به دست آمده است. ضابطه این تابع را بنویسید.



$$y = -\sqrt{x-4} + 2$$

ALIGEBRA.COM

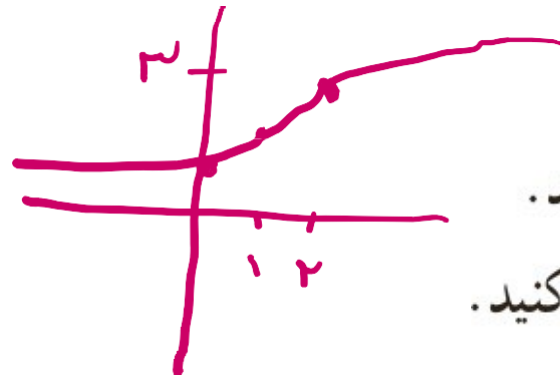
۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱ تابع $f(x) = (x-2)^3 + 1$ را در نظر بگیرید.

الف) نمودار تابع f را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم کنید.

ب) نشان دهید که f وارون پذیر است و نمودار f^{-1} را رسم کنید.

پ) ضابطه f^{-1} را به دست آورید.



$$f/1 \rightarrow f^{-1}/1$$

$$f/0 \rightarrow f^{-1}/0$$

$$f/2 \rightarrow f^{-1}/2$$

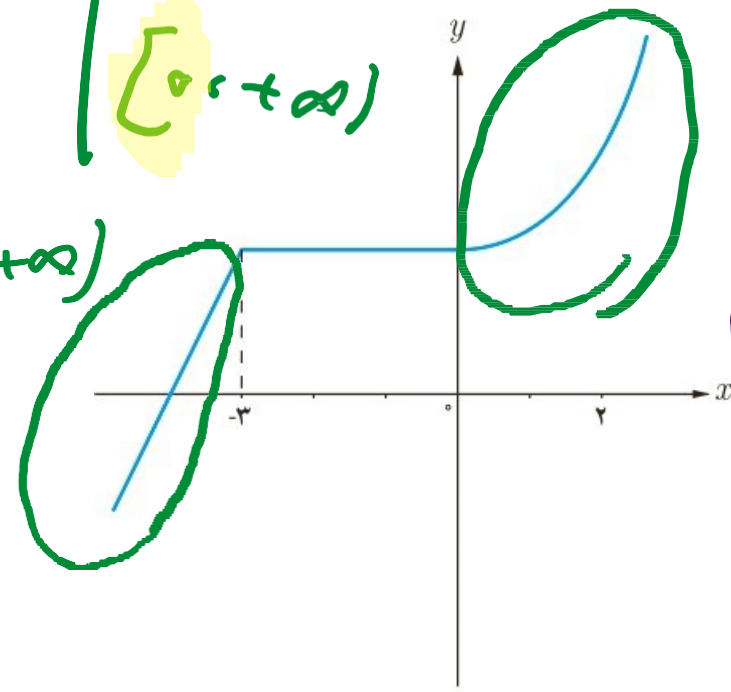
$$y-1 = (x-2)^3 \rightarrow \sqrt[3]{y-1} = x-2 \rightarrow \sqrt[3]{y-1} + 2 = x$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2$$

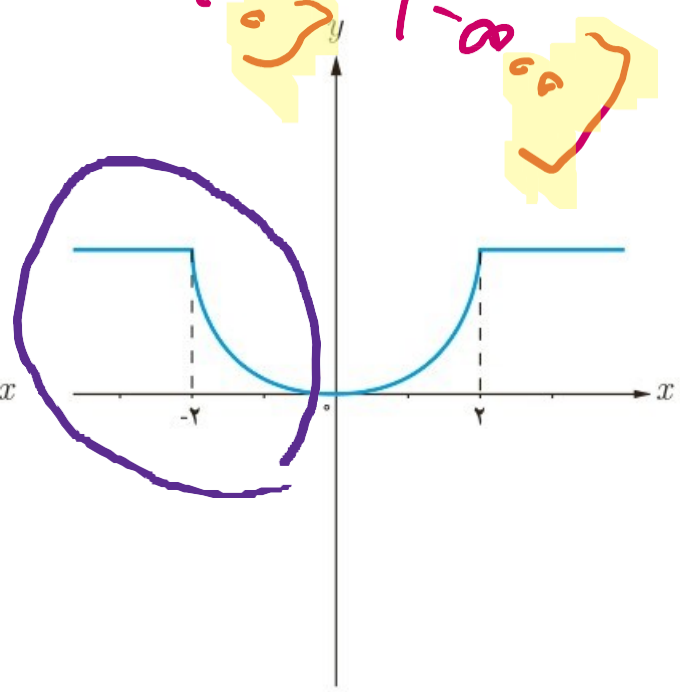
۲ نمودار توابع f ، g و h در زیر رسم شده‌اند.

نقطه‌های پریم (نقطه‌های)

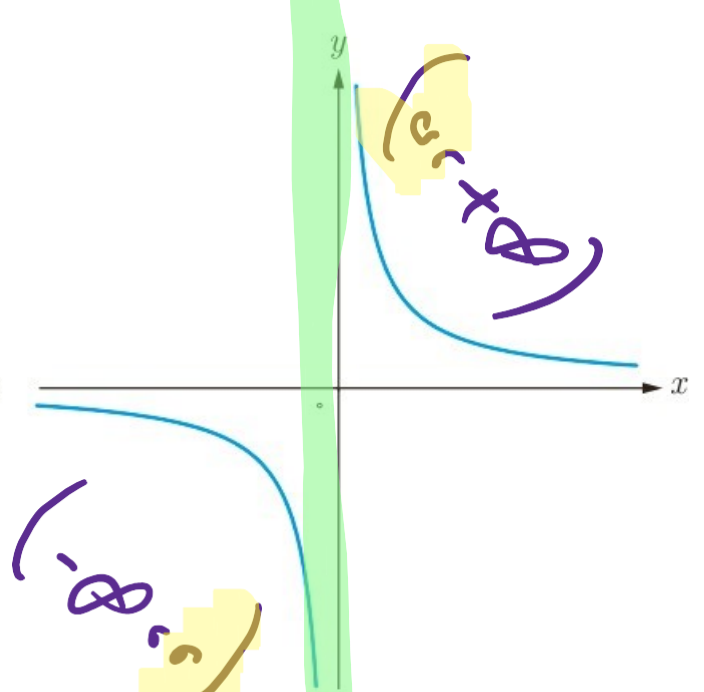
$[-3, +\infty)$
 $[0, +\infty)$
 $(-\infty, +\infty)$: محور



$y = f(x)$



$y = g(x)$



$y = h(x)$

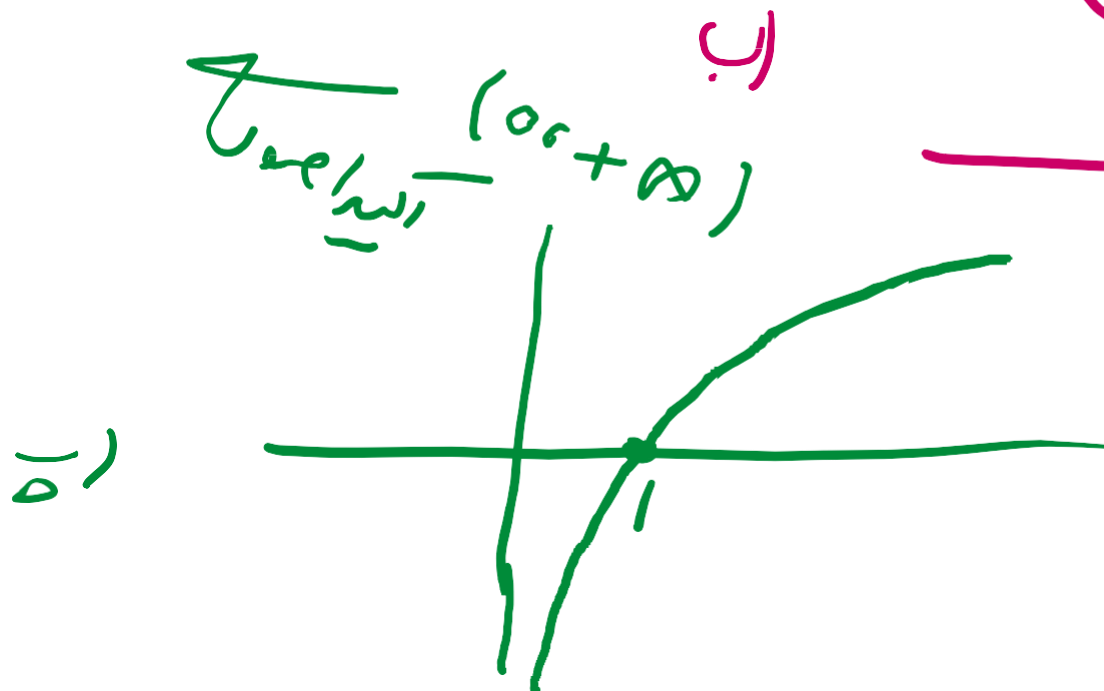
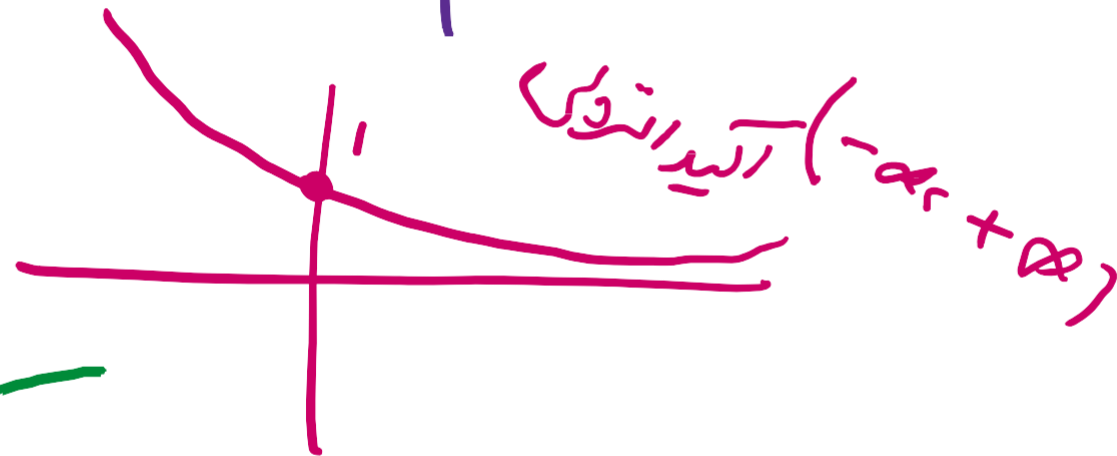
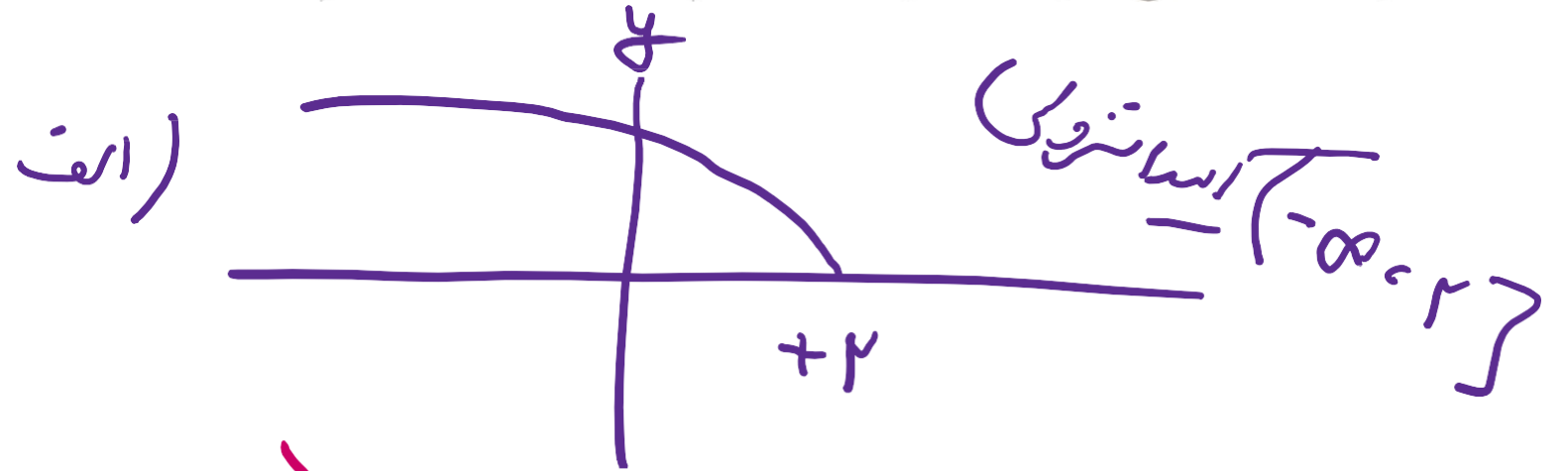
- الف) تابع f در چه فاصله‌هایی اکیداً صعودی و در چه فاصله‌هایی صعودی است؟
 ب) تابع g در چه فاصله‌هایی اکیداً نزولی و در چه فاصله‌هایی نزولی است؟
 پ) تابع h در چه فاصله‌هایی اکیداً نزولی است؟

۳ نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید. کدام یک از آنها در تمام دامنه خود، اکیداً یکنواست؟

الف) $f(x) = \sqrt{2-x}$

ب) $g(x) = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

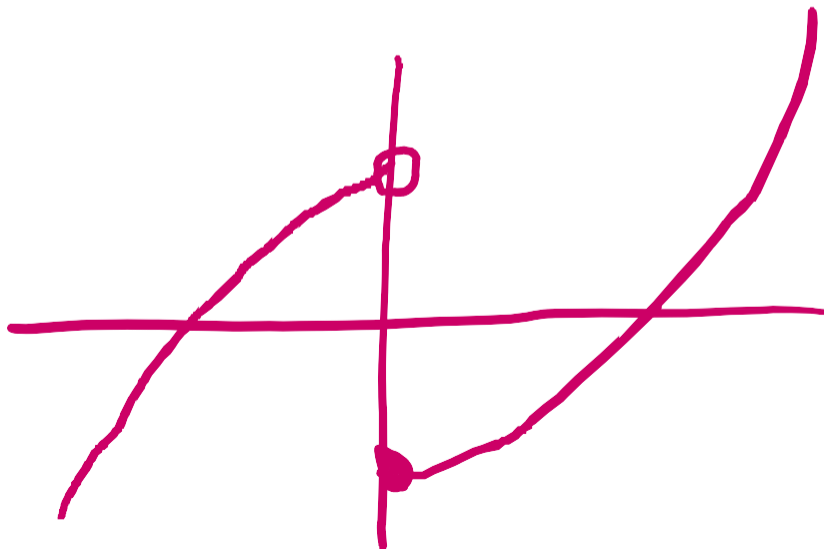
پ) $h(x) = \log_2 x$



الف) آیا تابعی وجود دارد که در یک فاصله، هم صعودی و هم نزولی باشد؟
 ب) نمودار تابعی را رسم کنید که در هریک از بازه‌های $(-\infty, 0)$ و $[0, +\infty)$ اکیداً صعودی باشد ولی در $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی نباشد.

$$y = a \quad (\text{بف})$$

$$y = a$$



۵ اگر توابع f و g در یک فاصله اکیداً صعودی باشند، نشان دهید که تابع $f + g$ نیز در این فاصله اکیداً صعودی است. برای تابع $f - g$ چه می توان گفت؟

$$\begin{aligned} n_1 < n_2 &\rightarrow f(n_1) < f(n_2) \\ n_1 < n_2 &\rightarrow g(n_1) < g(n_2) \end{aligned} \rightarrow f(n_1) + g(n_1) < f(n_2) + g(n_2)$$

$$\begin{aligned} &\left\{ \begin{array}{l} f(n) = \varepsilon n \\ g(n) = 2n \end{array} \right. \rightarrow f - g = 2n \quad \text{رشد کند} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left\{ \begin{array}{l} f(n) = 2n \\ g(n) = \varepsilon n \end{array} \right. \rightarrow f - g = -2n \quad \text{رشد کند} \end{aligned}$$

۶ اگر باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $x^3 + kx^2 + 2$ بر $x - 2$ برابر با ۶ باشد، k را تعیین کنید.

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

$$(2)^3 + k(2)^2 + 2 = 6 \rightarrow k = -1$$

۷ مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow 1 + a + 2b + 1 = 0 \rightarrow a + 2b = -2$$

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow -1 + a - b + 1 = 0 \rightarrow a = b$$

$$\begin{aligned} a &= -\frac{2}{3} \\ b &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

۸ هر یک از چند جمله‌ای‌های زیر را بر حسب عامل‌های خواسته شده تجزیه کنید.

الف) $x^6 - 1$ با عامل $x - 1$

ب) $x^6 - 1$ با عامل $x + 1$

پ) $x^5 + 32$ با عامل $x + 2$

الف) $x^5 - 1 = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$

ب) $x^5 - 1 = (x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$

پ) $x^5 + 32 = (x + 2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$

الف) فرض کنید تابع f در یک بازه اکیداً نزولی باشد و a و b متعلق به این بازه باشند. اگر $f(a) \leq f(b)$ نشان دهید که $a \geq b$.

ب) اگر $\frac{1}{64} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2}$ ، حدود x را به دست آورید.

برهان ضعیف

$$a < b \rightarrow f(a) > f(b)$$

خلاف فرض

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} < \left(\frac{1}{2}\right)^4 \rightarrow 3x-2 > 4 \rightarrow x > \frac{1}{3}$$

$$f(a) \geq f(b) \rightarrow \begin{matrix} \text{نزولی} \\ \text{فرض} \end{matrix} \rightarrow a \geq b$$

