

آموزش حسابان دوازدهم

بخش پذیری و تقسیم

(فصل اول – درس دوم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$f(x) = x^3 - 1$$

مقسوم

$$g(x) = x - 1$$

مقسوم علیه

$$\begin{array}{r} x^3 - 1 \\ -(x^3 - x^2) \\ \hline x^2 - 1 \\ -(x^2 - x) \\ \hline x - 1 \\ -(x - 1) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$R(x) = 0$$

باقیمانده

$$\frac{x^3}{x} = x^2$$

$$\frac{x^2}{x} = x$$

$$\frac{x}{x} = 1$$

نتیجه

$$f(x) = g(x) \cdot q(x) + R(x)$$

$$f(x) = g(x) \cdot q(x) + R(x)$$

$$f(x) = x^3 + 2x - 5x + 1$$

$$\underline{\underline{x-1}}$$

$$x-1=0 \rightarrow x=1 \checkmark$$

$$f(1) = 1 + 2 - 5 + 1 = 1 \checkmark$$

$$\underline{\underline{f(x)}} = (\underline{\underline{x-1}}) \cdot \cancel{g(x)} + \underline{\underline{R}}$$

۱) اگر باقی مانده تقسیم عبارت $p(x)$ بر $x^2 + 3x + 2$ ، $2x + 1$ باشد، باقی مانده تقسیم عبارت $p(x-1) - p(x-2)$ بر x کدام است؟

$$\underline{P(x)} = (\underline{x^2 + 3x + 2}) \cdot q(x) + 2x + 1$$

$$x=0 \rightarrow P(0-1) - P(0-2) = P(-1) - P(-2) = -1 + 3 = 2$$

$$P(-1) = (0) \cancel{q(-1)} + 2(-1) + 1 = -1 \quad \checkmark$$

$$P(-2) = (0) \cancel{q(-2)} + 2(-2) + 1 = -3 \quad \checkmark$$

۲) اگر باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x-1$ و $x+1$ به ترتیب $\underline{3}$ و $\underline{-2}$ باشد، k کدام باشد تا $\underline{x^2} - \underline{3kx}$ $f(x) = \underline{p(x+1)} - \underline{2p(x+3)} + \underline{x^2} - \underline{3kx}$ بر $\underline{x+2}$ بخش پذیر باشد؟

$$x-1=0 \rightarrow x=1 \rightarrow P(1)=3$$

$$x+1=0 \rightarrow x=-1 \rightarrow P(-1)=-2$$

$$x+2=0 \rightarrow x=-2 \rightarrow f(-2)=0$$

$$f(-2) = \underbrace{P(-1)}_{-2} - 2 \underbrace{P(1)}_3 + 4 + 4k = 0 \rightarrow 4k = 2$$

$$\rightarrow k = \frac{1}{2}$$

۳) باقی مانده تقسیم $p(x) = \underline{x^7 - 3x^4 + ax - 1}$ بر $x - 1$ برابر ۲ و خارج قسمت آن $q(x)$ است. $q(-1)$ کدام است؟

$$x-1=0 \rightarrow x=1 \rightarrow P(1)=2 \rightarrow 1-3+a-1=2 \rightarrow a=5$$

$$P(x) = (x-1) \cdot q(\underline{x}) + 2$$

$$\begin{array}{l} \downarrow x=-1 \\ \rightarrow P(-1) = -1q(-1) + 2 \end{array}$$

$$\rightarrow -1 - 3 - 5 - 1 = -1q(-1) + 2$$

$$\rightarrow q(-1) = 9$$

اگر $f(x) = 2x^3 + ax^2 + 4x - 3$ بر $x + 1$ بخش پذیر باشد، مجموع مجذورات صفرهای $f(x)$ کدام است؟

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow f(-1) = 0 \rightarrow -2 + a - 4 - 3 = 0 \rightarrow a = 9 \checkmark$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 9x^2 + 4x - 3 \\ \hline x+1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x^2 + 7x - 3 \end{array} \rightarrow f(x) = (x+1)(2x^2 + 7x - 3)$$

$$\alpha + \beta = (a + \beta) - \alpha\beta = \left(\frac{-7}{2}\right) - 2\left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{49}{4} + 3 = \frac{61}{4} \checkmark$$

$$\alpha + \beta + (-1) = \frac{61}{4} + 1 = \frac{65}{4}$$

۵ اگر $(x-1)$ یک عامل عبارت $p(x) = x^4 - x^3 + ax + 1$ باشد، معادله $p(x) = 0$ چند ریشه دیگر دارد؟

$$x-1=0 \rightarrow x=1 \rightarrow p(1)=0 \rightarrow 1-1+a+1=0 \rightarrow a=-1 \checkmark$$

$$\underline{x^4 - x^3 - 1x + 1 = 0} \rightarrow x^3(\underline{x-1}) - 1(\underline{x-1}) = 0$$

$$\rightarrow (x-1)(x^3-1) = 0$$

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & x-1=0 \rightarrow x=1 \checkmark \\ & x^3-1=0 \rightarrow x^3=1 \rightarrow x=\underline{1} \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

اگر چند جمله‌ای $x^3 + ax^2 - (b-1)x - b$ بر $x+3$ و $x-2$ بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم آن بر $x+4$ کدام است؟

$$x+3=0 \rightarrow x=-3 \rightarrow f(-3)=0 \rightarrow -27+9a+3b-3-b=0$$

$$x-2=0 \rightarrow x=2 \rightarrow f(2)=0 \rightarrow 1+4a-2b+2-b=0$$

$$\begin{cases} 9a+2b=30 \\ 4a-3b=-10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=4 \end{cases}$$

$$x+4=0 \rightarrow x=-4 \rightarrow f(-4) = -64+16+10-4 = -11$$

۷

اگر چندجمله‌ای $p(x) = x^3 - ax^2 + bx + 1$ بر چندجمله‌ای‌های $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر چندجمله‌ای $2x - 1$ کدام است؟

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow P(2) = 0 \rightarrow 1 - 4a + 2b + 1 = 0$$

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow P(-1) = 0 \rightarrow -1 - a - b + 1 = 0$$

$$\begin{cases} 4a - 2b = 2 \\ a + b = 0 \end{cases} \rightarrow a = \frac{2}{3} \rightarrow b = -\frac{2}{3}$$

$$2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \rightarrow P\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + 1 = 0$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۸ اگر باقی مانده تقسیم $p(x-2) + 4$ بر $x-3$ برابر با ۷ باشد، مقدار m کدام باشد تا عبارت $g(x) = x^6 + 5p(\underline{x+2}) - m$ بر $\underline{x+1}$ بخش پذیر باشد؟

$$x-3=0 \rightarrow x=3 \rightarrow p(1)+4=7 \rightarrow p(1)=3$$

$$x+1=0 \rightarrow x=-1 \rightarrow g(-1)=0 \rightarrow 1+5p(1)-m=0$$

$$\rightarrow 1+5x^3-m=0 \rightarrow m=14$$

۹) باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $x^4 + kx^3 + 2x^2 - 5x + 2$ بر $x - 1$ برابر با -4 است. باقی مانده تقسیم این چندجمله‌ای بر

$x^2 - x - 2$ کدام است؟

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow f(1) = -4 \rightarrow 1 + k + 2 - 5 + 2 = -4 \rightarrow k = -6$$

$$f(x) = (x^2 - x - 2)q(x) + \boxed{ax + b}$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \rightarrow \begin{array}{l} x = 2 \\ x = -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f(2) = 0 + 2a + b \\ f(-1) = 0 - a + b \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 2a + b = 1 \\ -a + b = 2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 4 \end{array}$$

$$R(x) = ax + b = 2x + 4$$

۱۰) باقی مانده تقسیم عبارت $y(x) = x^4 - kx^2 - 3x + 1$ بر $x - 2$ برابر ۳ شده است. باقی مانده تقسیم $y(x)$ بر $x + 1$ کدام است؟

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow y(2) = 3 \rightarrow 16 - 4k - 6 + 1 = 3 \rightarrow k = 2$$

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow y(-1) = 1 - 1 + 3 + 1 = 3$$