

آموزش حسابان دوازدهم

توابع یکنوا

(فصل اول - درس دوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

البداء بعد

البداء التوکی

هم مور و هم نردکی $y = 6$

مور

توکی

عب

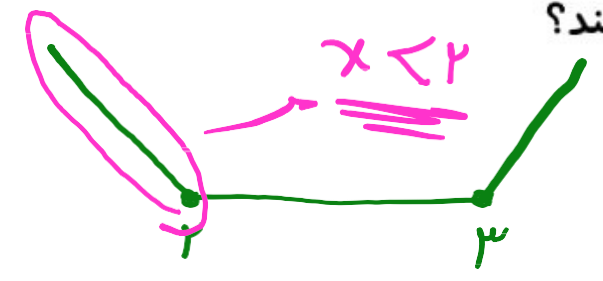
سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۹

در بازه‌ای که تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |x - 2| + |x - 3|$ اکیداً نزولی است، نمودار آن با نمودار تابع $g(x) = 2x^2 - x - 10$ در چند

نقطه مشترک هستند؟

$$f(x) = |x - 2| + |x - 3| \rightarrow \begin{cases} x = 2 \rightsquigarrow f = 1 \\ x = 3 \rightsquigarrow f = 1 \end{cases}$$



$$x < 2 \rightarrow f(x) = -x + 2 - x + 3 = -2x + 5$$

$$2x^2 - x - 10 = -2x + 5 \rightarrow 2x^2 + x - 15 = 0$$

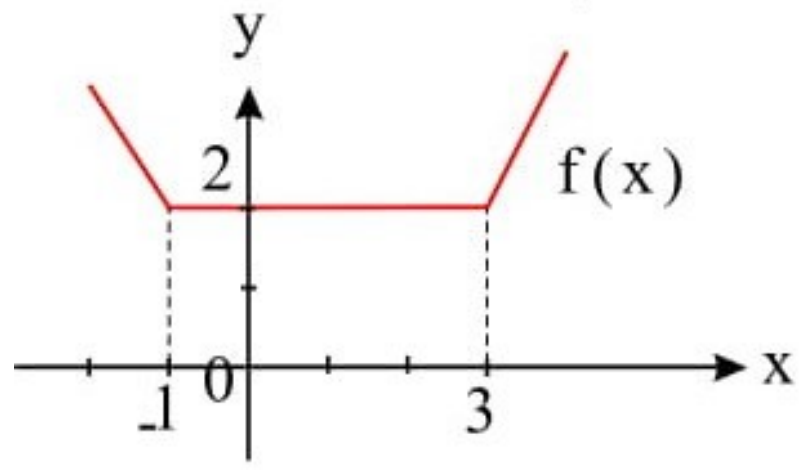
$$\Delta = 1 - 4(2)(-15) = 121$$

$$x = \frac{-1 + 11}{2 \times 2} = \frac{10}{4} = 2.5 \quad \times$$

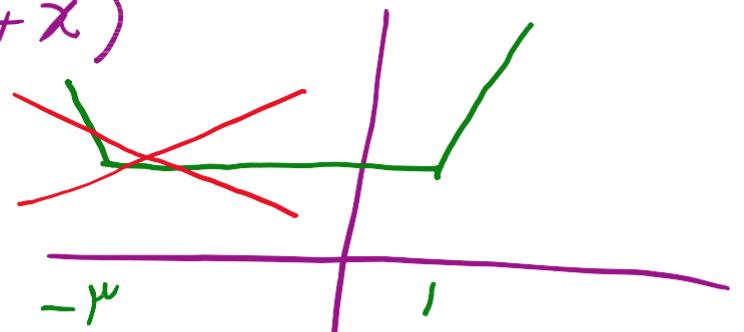
$$x = \frac{-1 - 11}{2 \times 2} = -3 \quad \checkmark$$

$$x = -3$$

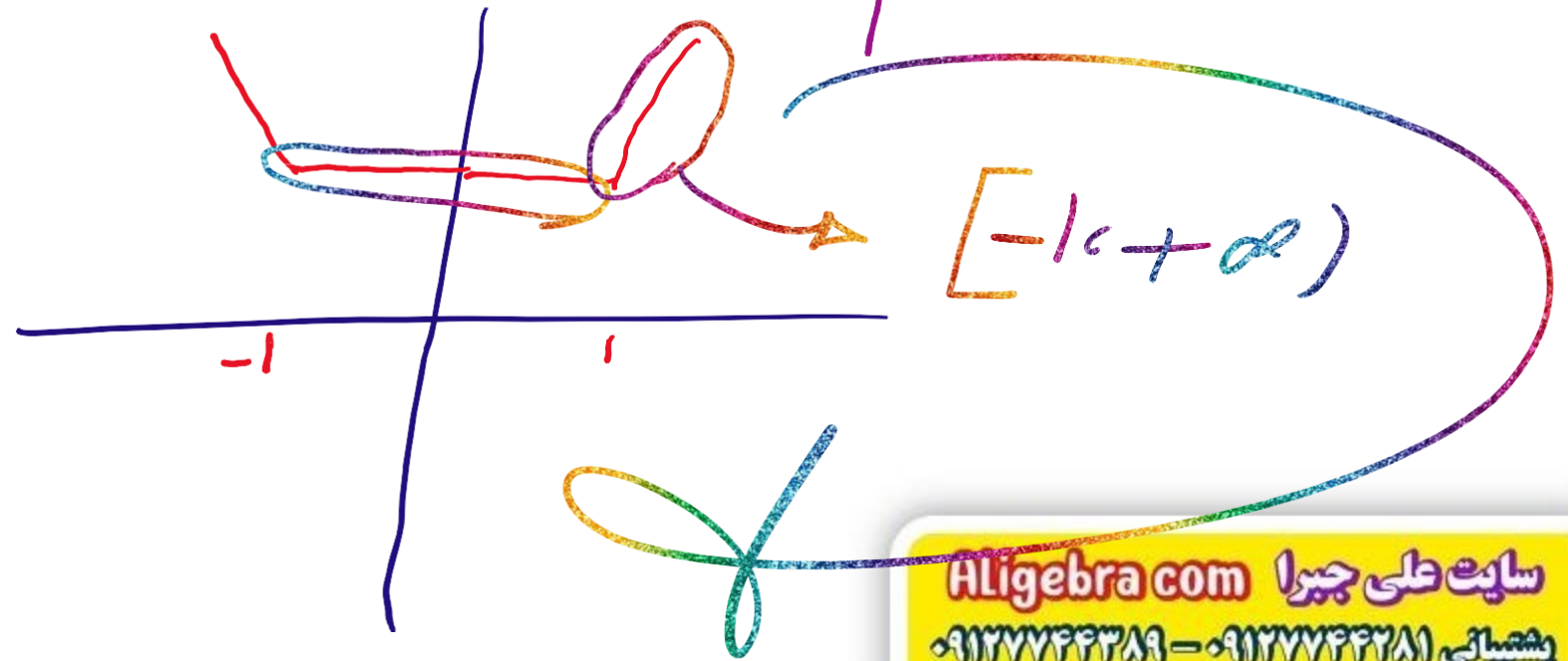
اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $y = f(2 + |x|)$ در آن صعودی باشد، کدام است؟



$y = f(2 + |x|)$



$y = f(2 + |x|)$



اگر تابع f در بازه اعداد حقیقی اکیداً نزولی باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{f(|x+3|) - f(|x-2|)}$ کدام است؟

$$f(|x+3|) - f(|x-2|) \geq 0 \Rightarrow f(|x+3|) \geq f(|x-2|)$$

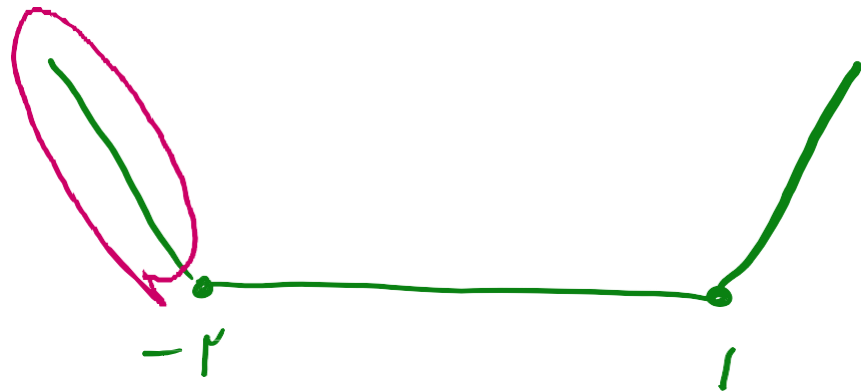
$$\Rightarrow |x+3| \leq |x-2| \quad \begin{matrix} \text{تقریب} \\ \text{تقریب} \end{matrix} \Rightarrow \cancel{x+9} + 9 \leq \cancel{x-4} + 4$$

$$\Rightarrow 10x \leq -5 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{2} \Rightarrow D_g = (-\infty, -\frac{1}{2}]$$

$$f(a) \geq f(b) \Rightarrow \begin{matrix} \text{فرد} \\ \text{تقریب} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} a \geq b \\ a \leq b \end{matrix}$$

۴ تابع با ضابطه $f(x) = |x + ۲| + |x - ۱|$ در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

$$\begin{aligned} x + ۲ = 0 &\rightarrow x = -۲ \rightarrow f = ۳ \\ x - ۱ = 0 &\rightarrow x = ۱ \rightarrow f = ۳ \end{aligned}$$



$$x < -۲$$

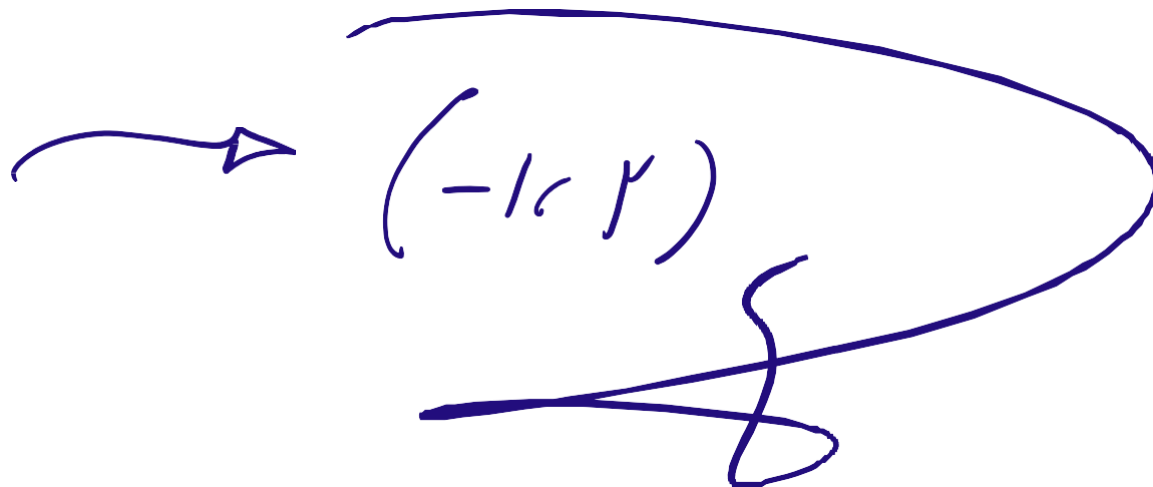
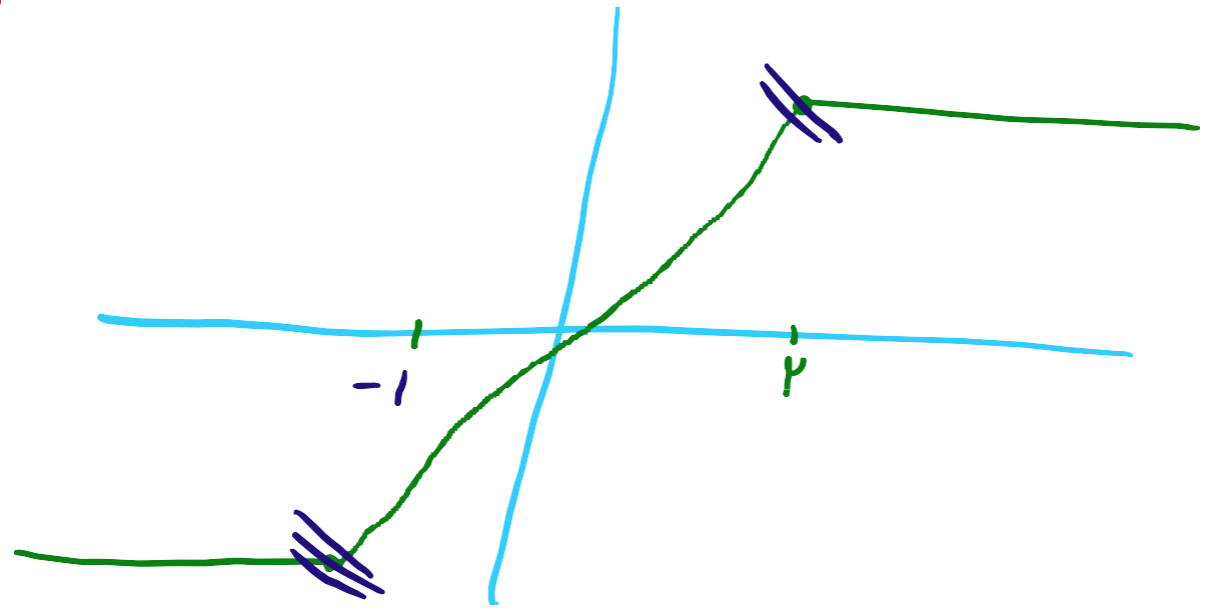
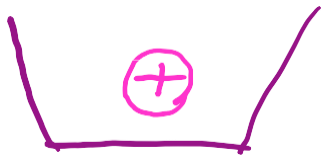
سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵ تابع با ضابطه $f(x) = |x + 1| - |x - 2|$ در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

$$x = -1 \rightarrow f = -3$$

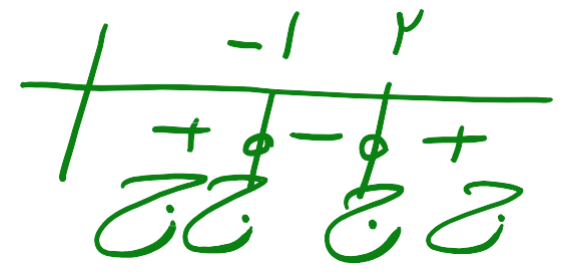
$$x = 2 \rightarrow f = 3$$



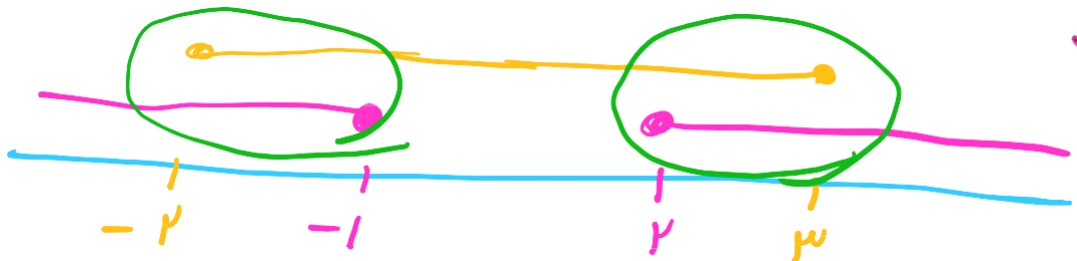
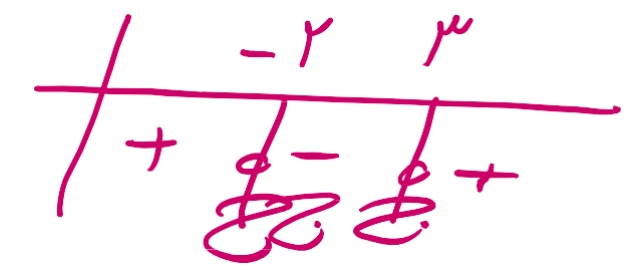
حدود m کدام باشد تا تابع $f = \{(5, 6), (3, m^2 - m), (-4, 2), (4, m^2 - m)\}$ یک تابع صعودی باشد؟

$$f = \{(-4, 2), (3, m^2 - m), (4, m^2 - m), (5, 6)\}$$

$$m^2 - m \geq 2 \rightarrow m^2 - m - 2 \geq 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

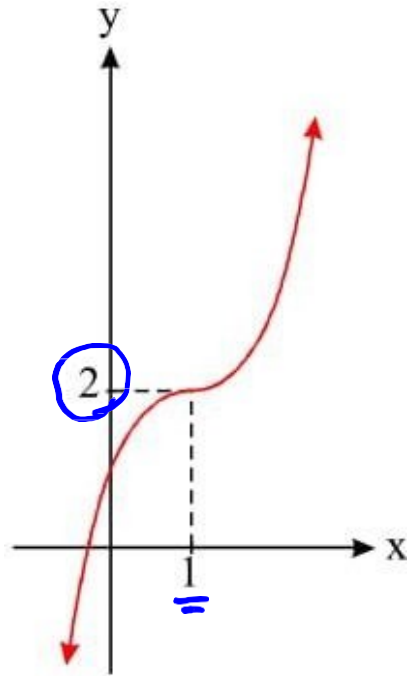


$$m^2 - m \leq 4 \rightarrow m^2 - m - 4 \leq 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$$

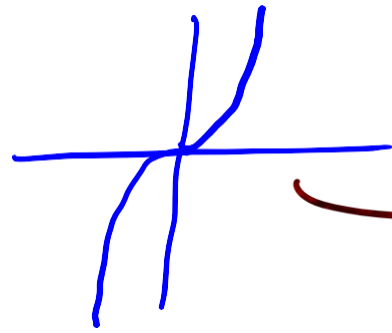


جواب: $= [-1, -1] \cup [2, 3]$

نمودار تابع با ضابطه $y = (x - a)^3 + b$ به صورت زیر است. حاصل $a \cdot b$ کدام است؟



$$y = x^3$$



رشد / صورت

$$y = (x - 1)^3 + \underline{2} = (x - a)^3 + \underline{b}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow a \cdot b = 2$$

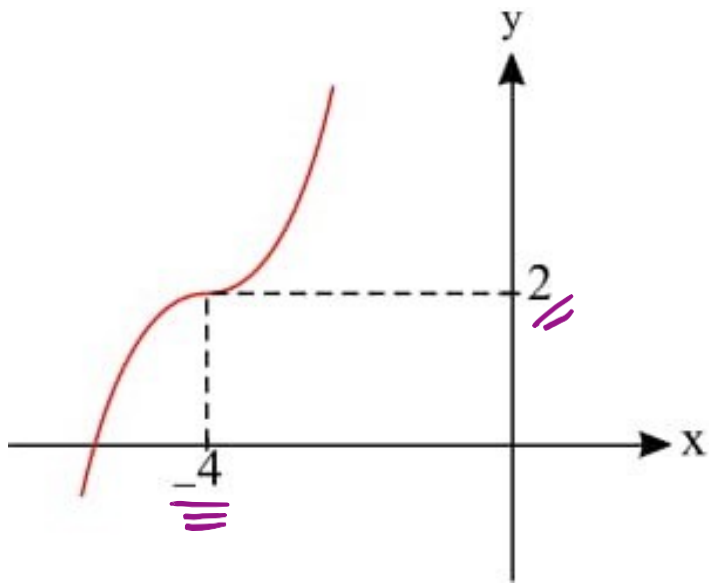
اگر تابع f نزولی و دامنه آن \mathbb{R} باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{f(2) - f(|x-1|)}$ کدام است؟

$$f(2) - f(|x-1|) \geq 0 \rightarrow f(|x-1|) \leq f(2)$$

$$\rightarrow |x-1| \geq 2 \rightarrow \begin{cases} x-1 \geq 2 \rightarrow x \geq 3 \\ x-1 \leq -2 \rightarrow x \leq -1 \end{cases}$$

$$D_f = (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$$

۹ اگر نمودار $y = (x + a)^3 + b$ بصورت مقابل باشد، حاصل $a \times b$ است؟



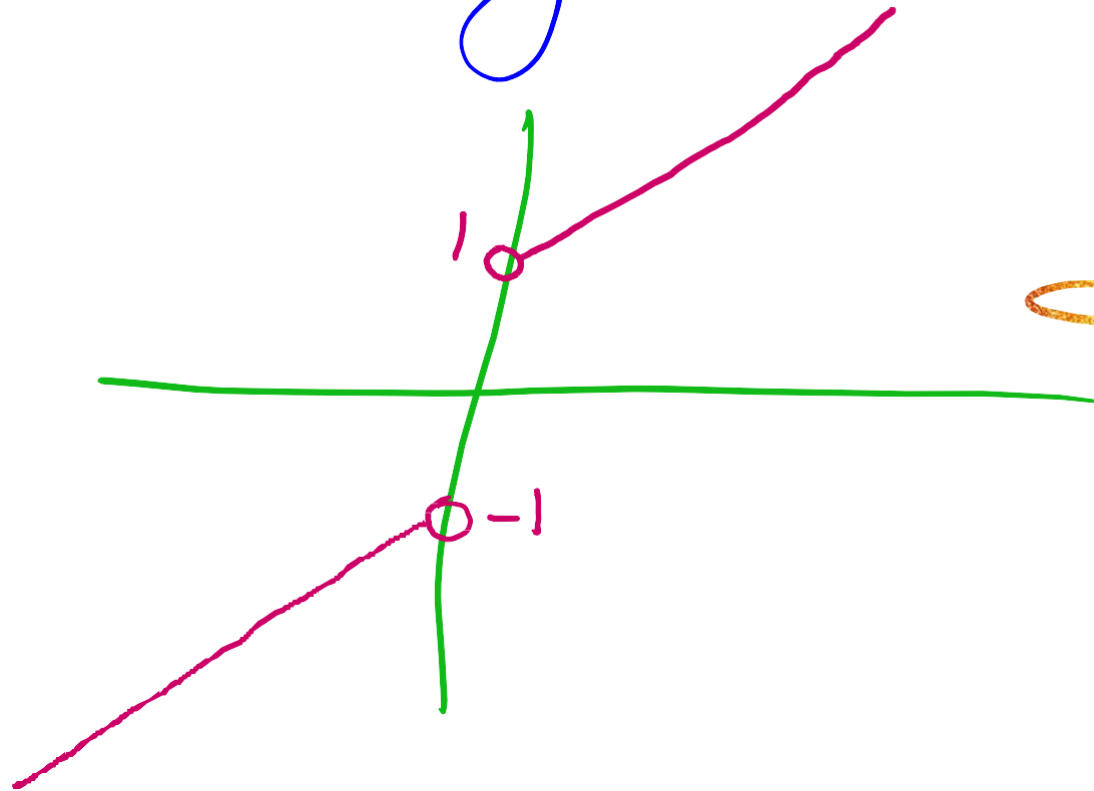
$$y = x^3$$
$$\rightarrow y = (x + \underline{4})^3 + \underline{2}$$

$$a = 4$$
$$b = 2$$

$$\rightarrow a \cdot b = 1$$

تابع $y = 2x + \frac{|x|}{x}$ در دامنه خود چگونه است؟ (۱۰)

$$f = \begin{cases} x > 0 \rightarrow y = 2x + 1 \\ x < 0 \rightarrow y = 2x - 1 \end{cases}$$



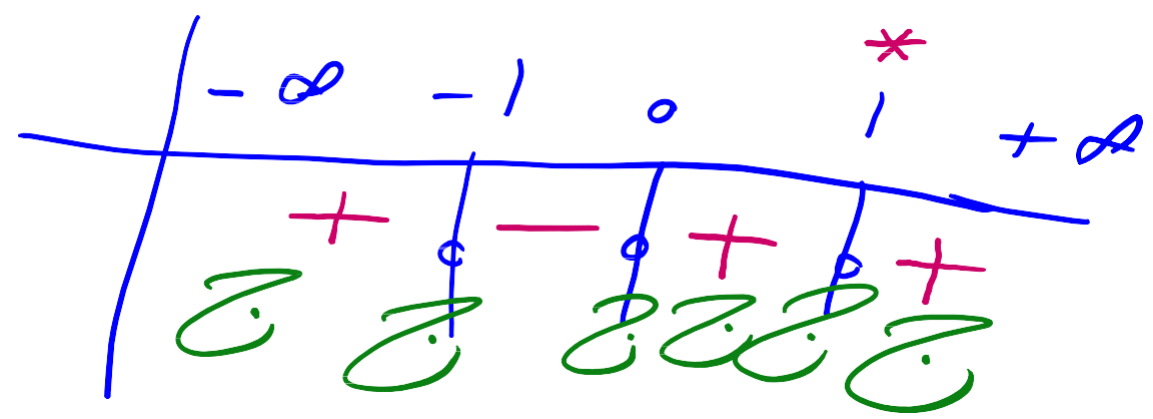
سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

اگر تابع f اکیداً صعودی و $f(1) = 0$ باشد، آن گاه دامنه $g(x) = \sqrt{(x^3 - x)f(x)}$ برابر $\mathbb{R} - (a, b)$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟

$(x^3 - x)f(x) \geq 0$

- 1) $x^3 - x = 0 \rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$
- 2) $f(x) = 0 \rightarrow x = 1$



$D = \mathbb{R} - (-1, 0)$

f
 $a = -1$
 $b = 0$
 $\rightarrow a + b = -1$

۱۲) اگر تابع $f = \{(3, \underline{5}), (\sqrt{10}, \underline{4}), (4, \underline{a}), (5, -\underline{a+4})\}$ اکیداً نزولی باشد، حدود a کدام است؟

$$-a+4 < a < 4 < 5$$

$$1) -a+4 < a \rightarrow -2a < -4 \rightarrow \underline{a > 2}$$

$$2) \underline{a < 4}$$

$$2 < a < 4$$

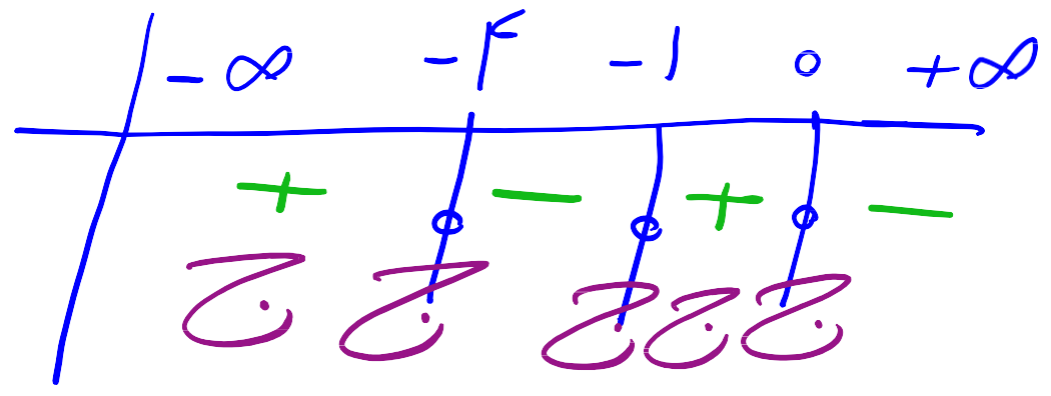
$$2 < a < 4$$

تابع f در کل اعداد حقیقی اکیداً نزولی است و $f(-1) = 0$ دامنه تابع $g(x) = \sqrt{(x^2 + 4x)f(x)}$ کدام است؟

$(x^2 + 4x)f(x) \geq 0$

1) $x^2 + 4x = 0 \rightarrow x = 0$
 $x = -4$

2) $f(x) = 0 \rightarrow x = -1$



$D_g = (-\infty, -4] \cup [-1, 0]$

به ازای چند مقدار صحیح m تابع $f(x) = \left(\frac{3m+1}{4}\right)^x$ نزولی است؟

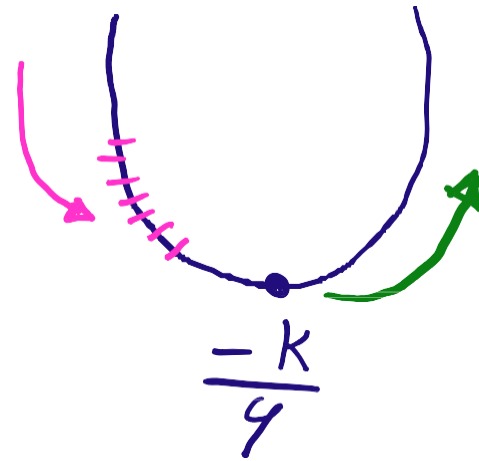
$y = a^x$ → $a > 1$ → صعودی
 $0 < a < 1$ → نزولی

$0 < \frac{3m+1}{4} < 1$ → $0 < 3m+1 < 4$ → $-1 < m < 1$

$\div 3$ → $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{3}$

۱۵ تابع $f(x) = 3x^2 + kx + 3k^2$ در بازه $[-2, +\infty)$ صعودی است. حدود k کدام است؟

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-k}{6}$$



$$-2 \geq \frac{-k}{6} \rightarrow -12 \geq -k \rightarrow k \geq 12$$

۱۶) بزرگ‌ترین بازه برای k که در آن تابع نمایی $y = \left(\frac{5-k}{1-3k}\right)^x$ همواره اکیداً صعودی باشد، کدام است؟

$$\frac{5-k}{1-3k} > 1$$

$$\frac{5-k}{1-3k} - 1 > 0$$

$$\frac{5-k-1+3k}{1-3k} > 0$$

$$\frac{4+2k}{1-3k} > 0$$

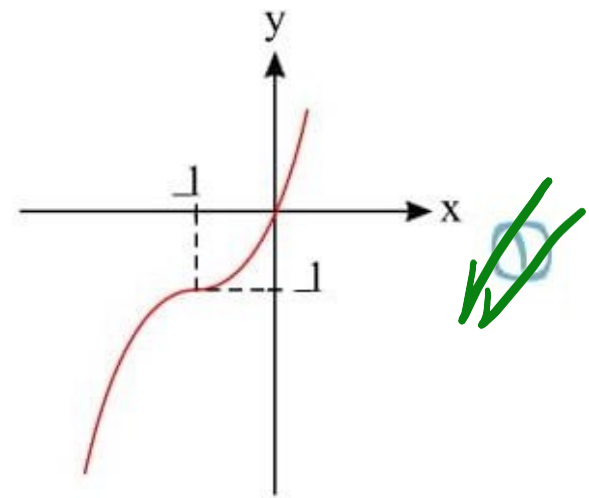
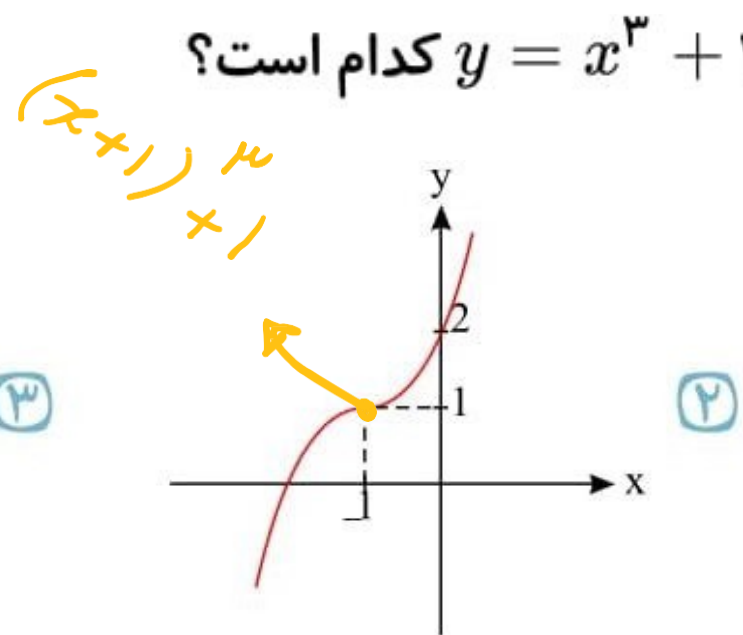
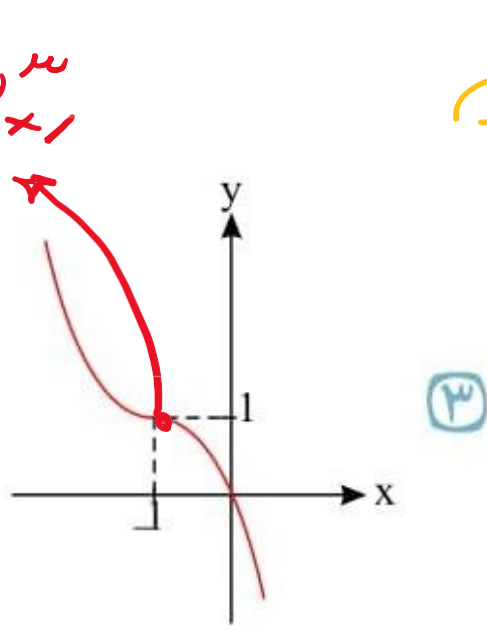
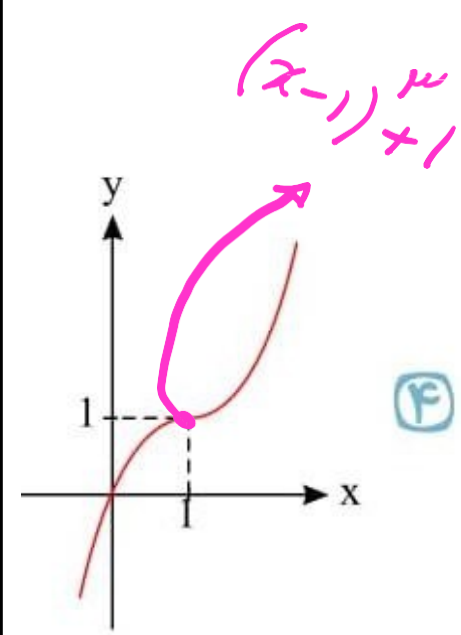
$$2k+4=0 \rightarrow k=-2$$

$$1-3k=0 \rightarrow k=\frac{1}{3}$$

	-2	$\frac{1}{3}$	
	-	+	-

$$-2 < k < \frac{1}{3}$$

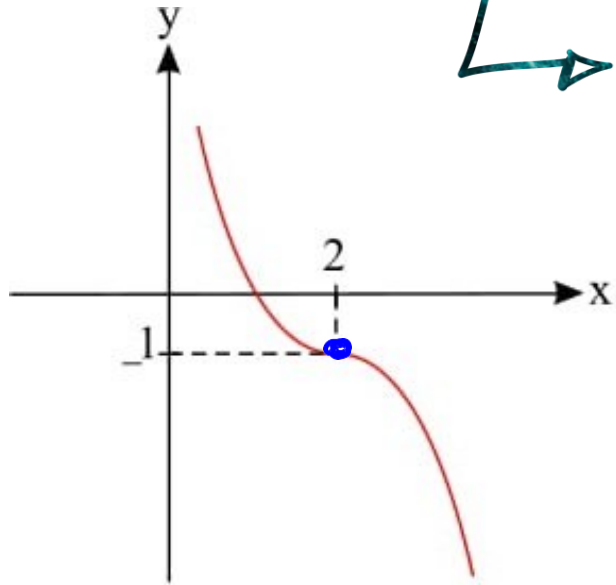
۱۷) نمودار تابع $y = x^3 + 3x^2 + 3x$ کدام است؟



$$f = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 1 = \underline{\underline{(x+1)^3 - 1}}$$

۱) واحد ۳
۲) واحد ۳

۱۸) اگر نمودار تابع $y = \underline{-x^3} + \underline{ax^2} + \underline{bx} + \underline{c}$ بصورت مقابل باشد، حاصل $a - b + 2c$ کدام است؟



$$\rightarrow 9 + 12 + 12 = 12 \quad \checkmark$$

$$y = x^3 \rightarrow y = -x^3 \rightarrow y = -(x-2)^3 - 1$$

$$-(x^3 - 9x^2 + 12x - 1) - 1 = \underline{-x^3} + \underline{9x^2} - \underline{12x} + \underline{1}$$

$$a = 9 \quad \checkmark$$

$$b = -12 \quad \checkmark$$

$$c = 1 \quad \checkmark$$

کدام یک از توابع زیر در طول دامنه تعریف خود نزولی است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

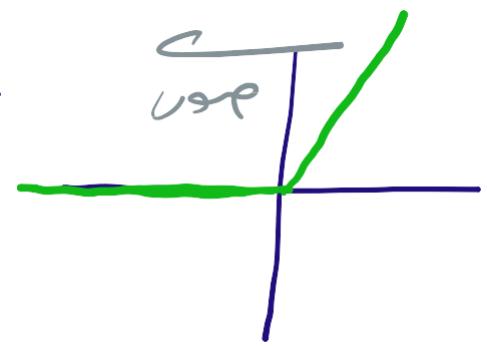
$x \in \mathbb{Z} \rightarrow c$
 $x \notin \mathbb{Z} \rightarrow -1$
 $y = x \left(\frac{1}{[x] + [-x]} \right)$ (۴)

$y = |x| + |x - 1|$ (X)

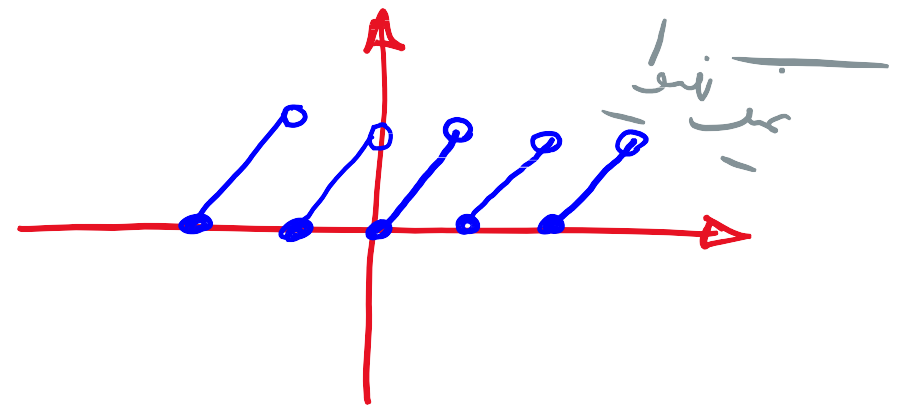
$y = x - [x]$ (X)

$y = x + |x|$ (X)

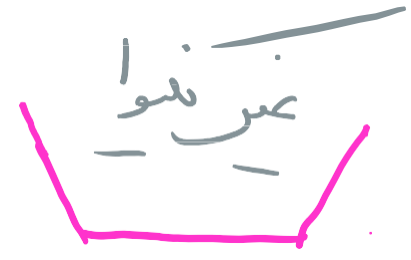
۱) $x \geq 0 \rightarrow y = 2x$
 $x < 0 \rightarrow y = 0$



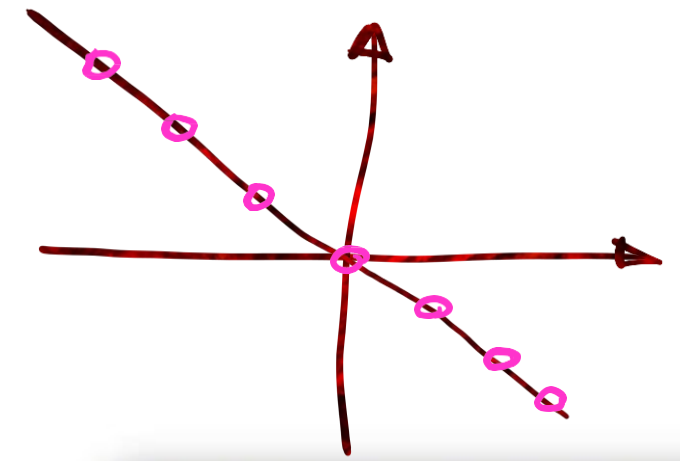
۲)



۳) $x = 0 \rightarrow y = 1$
 $x = 1 \rightarrow y = 1$

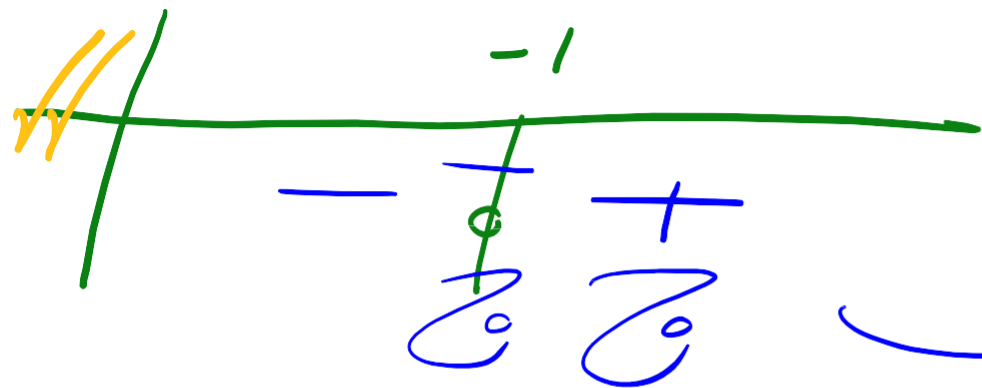


۴) $y = -x$
 $x \in \mathbb{Z}$



۲۰ اگر تابع پیوسته $y = f(x)$ با دامنه \mathbb{R} اکیداً نزولی باشد و داشته باشیم: $f(3) = 0$; آن گاه دامنه $g(x) = \sqrt{(x-3)^2 f(2-x)}$

$$f(2-x) \geq 0 \rightarrow f(2-x) = 0 \rightarrow 2-x = 3 \rightarrow x = -1$$



$$D = [-1, +\infty)$$

$$f(x) \rightarrow f(2-x)$$