

آموزش حسابان دوازدهم

تبدیل نمودار توابع

(فصل اول - درس اول)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$y = a f(bx + c) + d$$

(۳)
(۲)
(۱)
(۴)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{+}{=} \\ \frac{-}{=} \end{array} \right\} \leftarrow c \quad (1) \underline{\underline{x}}$$

دامنه کوچک

$$\left. \begin{array}{l} b > 1 \\ 0 < b < 1 \end{array} \right\} \leftarrow b \quad (2) \underline{\underline{x}}$$

دامنه بزرگ

$$\left. \begin{array}{l} \ominus \\ \oplus \end{array} \right\} \leftarrow d \quad (4) \underline{\underline{y}}$$

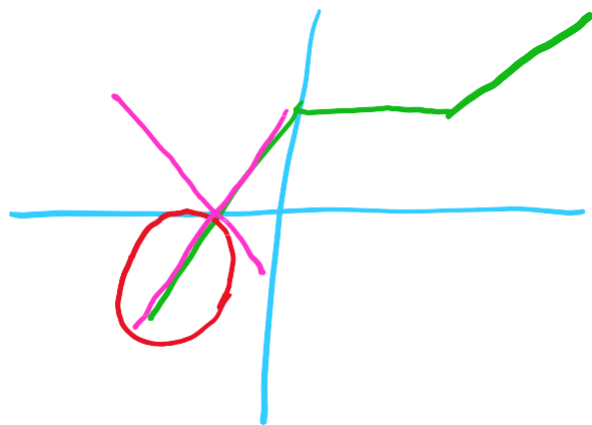
(۳)
(۴)

۱) $y = f(\underline{\underline{-x}})$ →

قرینه به محور y ها

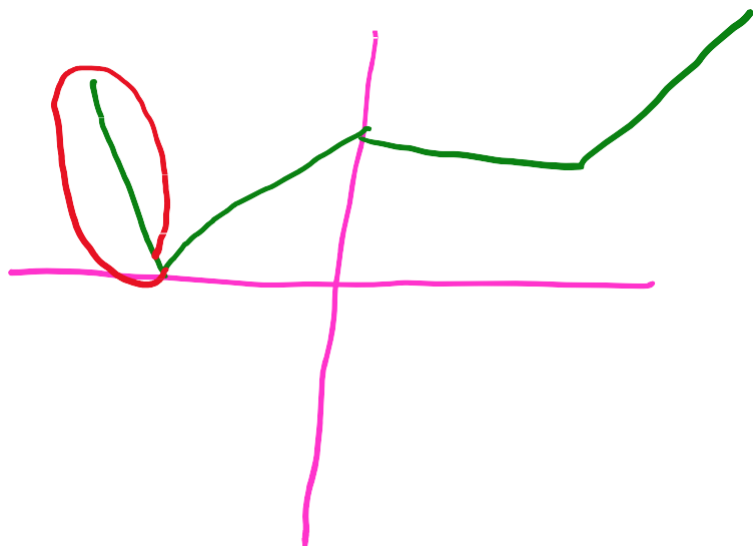
۲) $y = -f(x)$ →

قرینه به محور x ها



$f(x)$

الف) $|f(x)|$

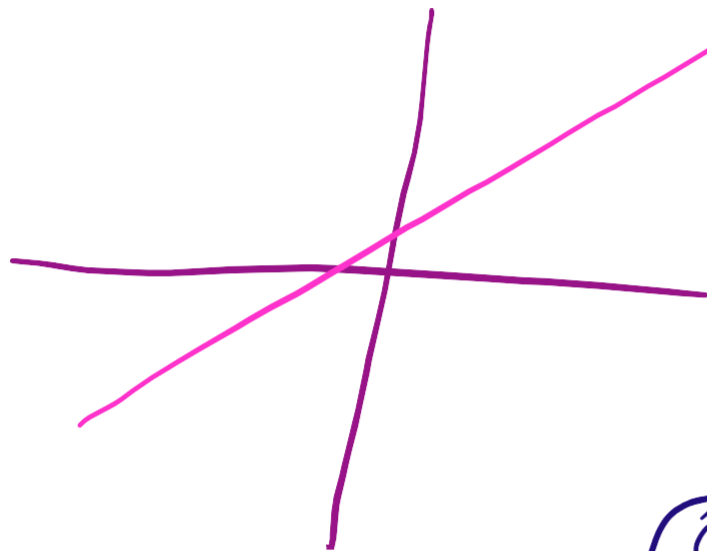


ب) $f(|x|)$

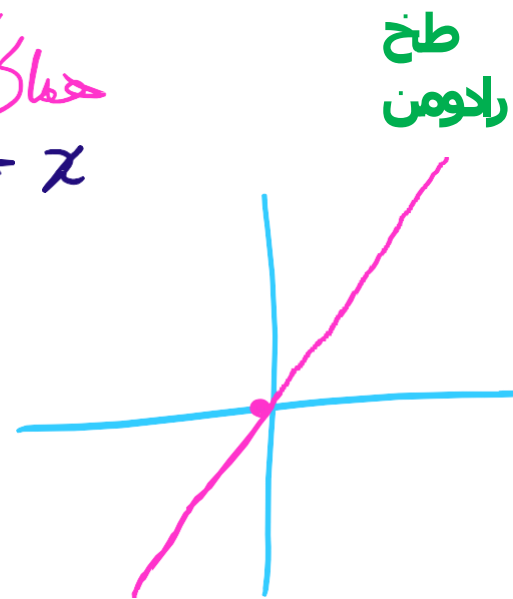


$$y = ax + b$$

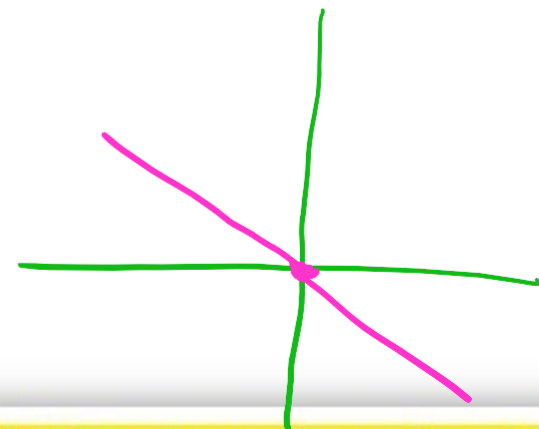
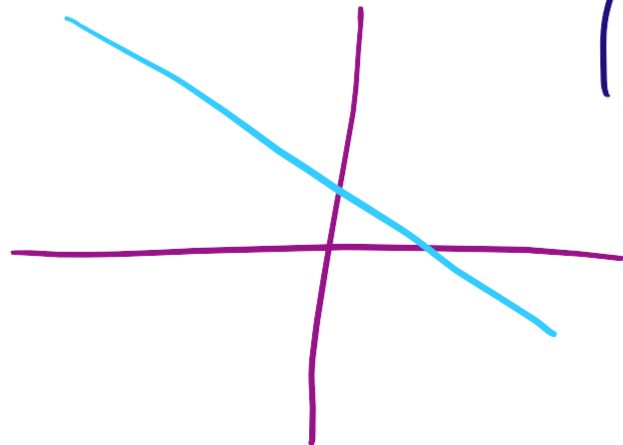
$a > 0$



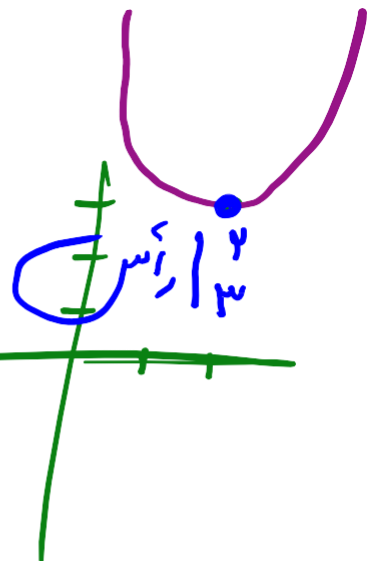
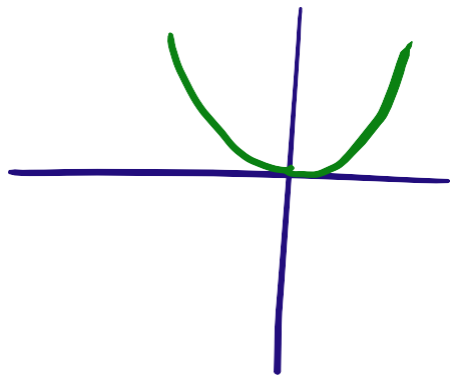
همه جا
 $y = x$ نسبت مساوی است



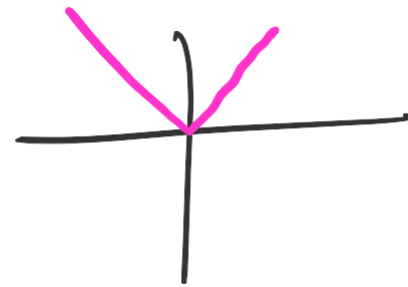
$a < 0$
 $y = -x$ نسبت مساوی است



$$f = \underline{\underline{x^2}}$$



$$f = |x|$$

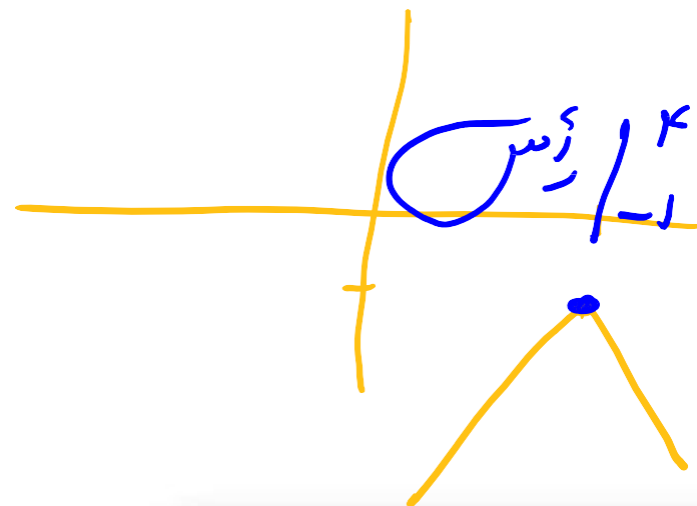


یونس رادومن

$$f = +(x-2)^2 + 3$$



$$f = -|x-4|-1$$

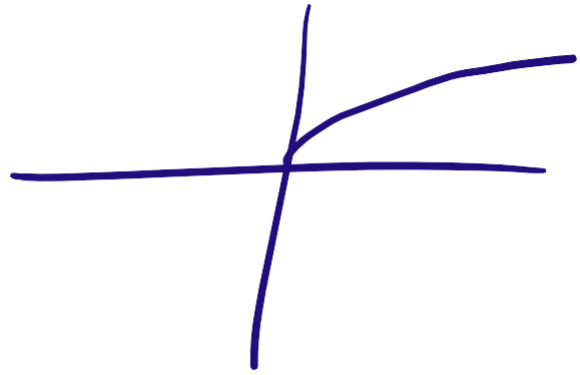


$$f = \ominus (x+1)^2 + 2$$

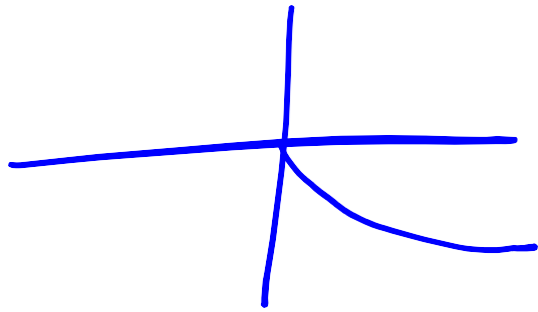
سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۹

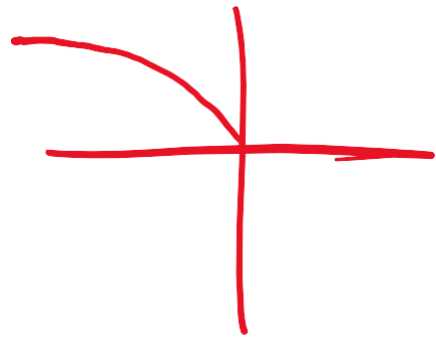
$$y = \sqrt{x}$$



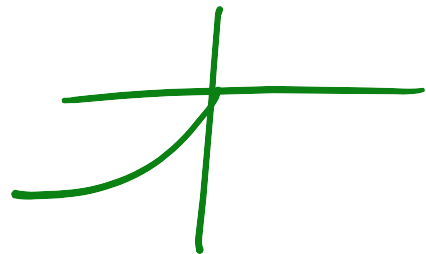
$$y = -\sqrt{x}$$



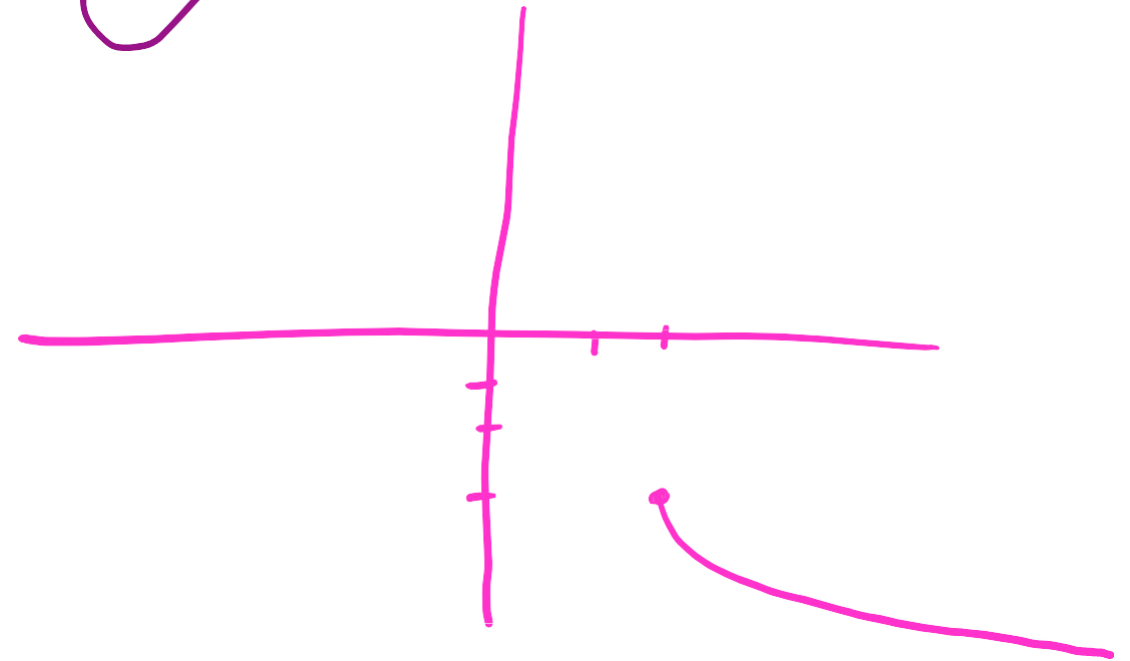
$$y = \sqrt{-x}$$



$$y = -\sqrt{-x}$$

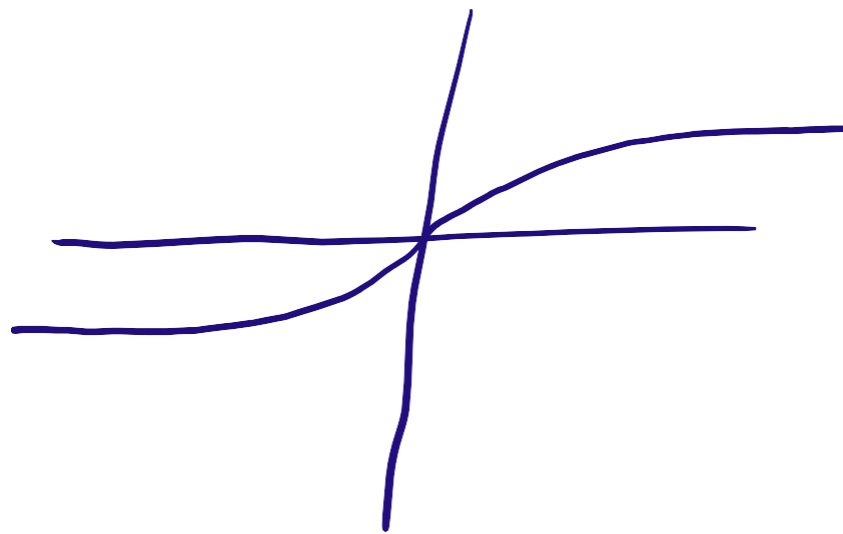


$$y = -\sqrt{x-2} - 3$$

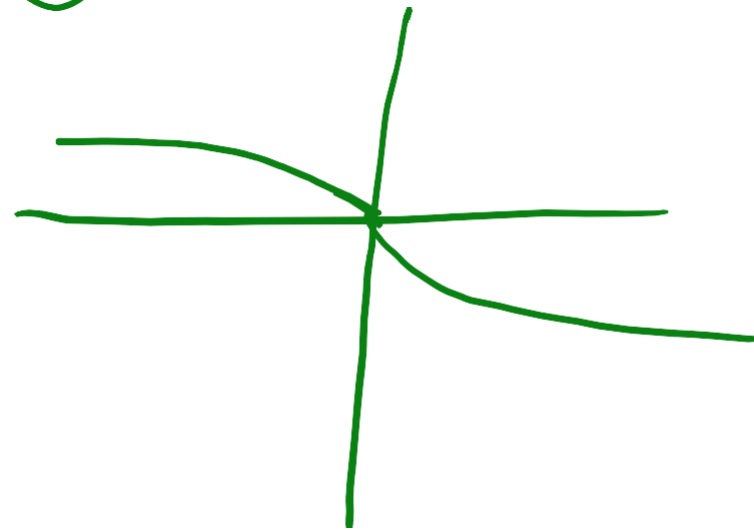


درف هجر فلكير رادومن

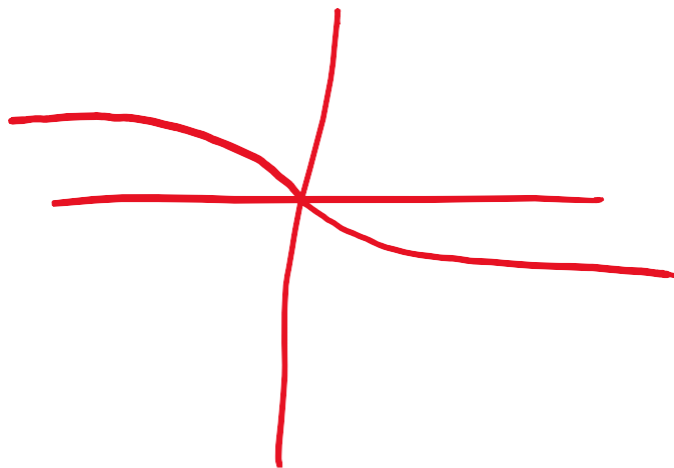
$$y = \sqrt[3]{x}$$



$$y = \sqrt[3]{-x}$$



$$y = -\sqrt[3]{x}$$



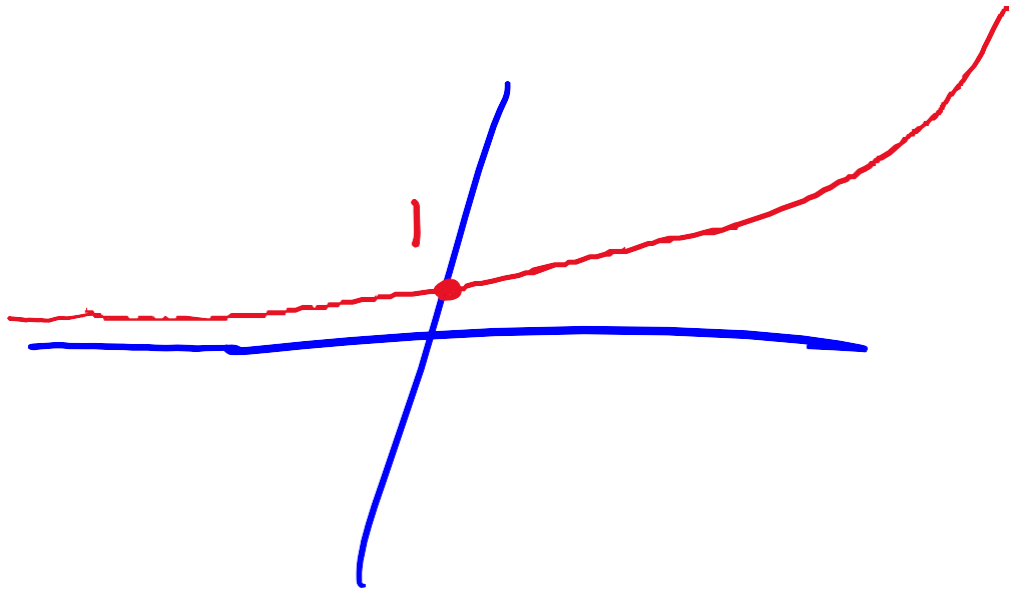
$$-\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{-x}$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

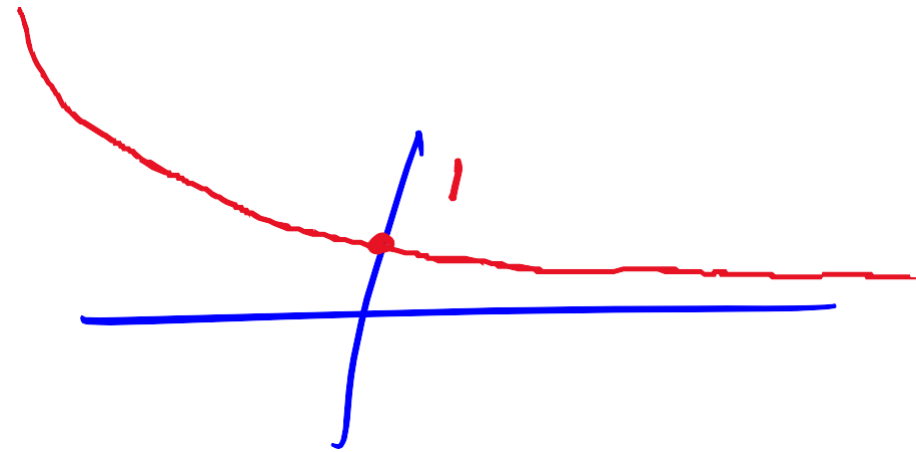
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$y = a^x \rightarrow a > 0, a \neq 1$$

الف) $a > 1$



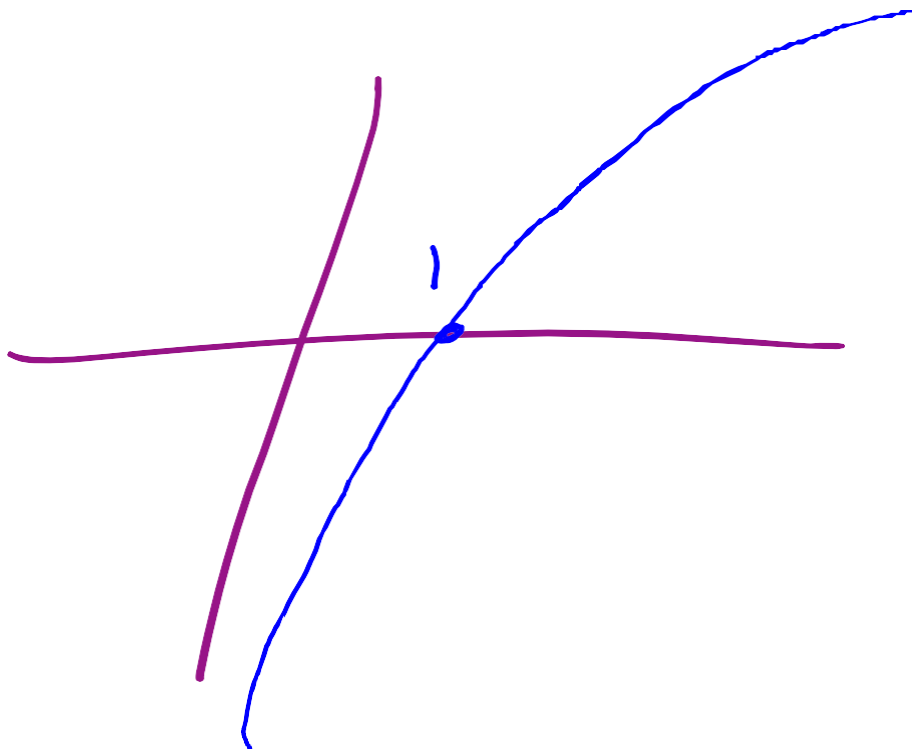
ب) $0 < a < 1$



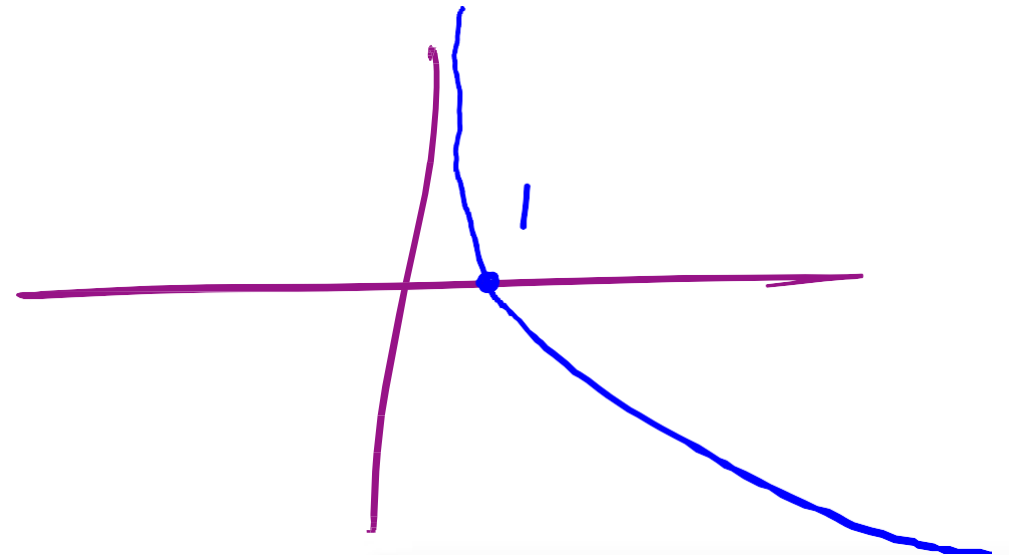
$$y = \log_a x$$

$$a > 0, a \neq 1$$

الف) $a > 1$



ب) $0 < a < 1$



۱) قرینه‌ی نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ‌ها تعیین کرده، سپس ۲ واحد به طرف x ‌های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل نمایشاز ناحیه‌ی اول و سوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$1) f(x) = \sqrt{-x} \rightarrow 2) f(x) = \sqrt{-(x-2)} = \sqrt{-x+2}$$

$$\sqrt{-x+2} = x \rightarrow -x+2 = x^2 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = 1 \quad \checkmark$$
$$x = -2 \quad \times$$

$$x = 1$$

نمودار تابع $y = \left| \frac{1}{2}x \right| - 2$ را، ۴ واحد به طرف x های منفی و یک واحد به طرف y های مثبت انتقال می دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه، با کدام طول متقاطع اند؟

۱) $y = \left| \frac{1}{2}(x+4) \right| - 2 \rightarrow$ ۲) $y = \left| \frac{1}{2}x + 2 \right| - 1$

$\left| \frac{1}{2}x + 2 \right| - 1 = \left| \frac{1}{2}x \right| - 2 \xrightarrow{\times 2} |x+4| - 2 = |x| - 4$

$\rightarrow \left| \frac{x+4}{-4} \right| - \left| \frac{x}{0} \right| = -2$



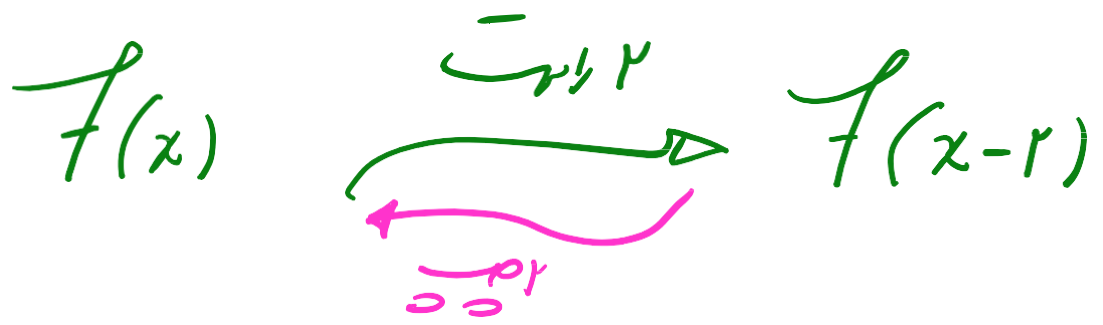
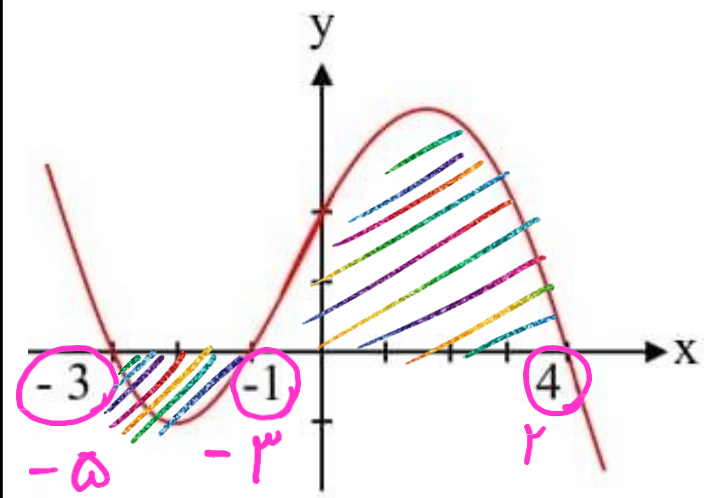
$x \leq -4 \rightarrow -x - 4 + x = -2 \quad X$

$-4 \leq x \leq 0 \rightarrow x + 4 + x = -2 \rightarrow 2x = -6 \rightarrow x = -3$

$x \geq 0 \rightarrow x + 4 - x = -2 \quad X$

شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x - 2)$ است: دامنه‌ی تعریف تابع با ضابطه‌ی $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟

۳



$$x f(x) \geq 0 \rightarrow [0, 2] \cup [-5, -3]$$



۴) نمودار تابع $y = -x^2 + 2x + 5$ را ۳ واحد به طرف x های مثبت، سپس ۲ واحد به طرف y های منفی انتقال می دهیم. نمودار جدید در کدام

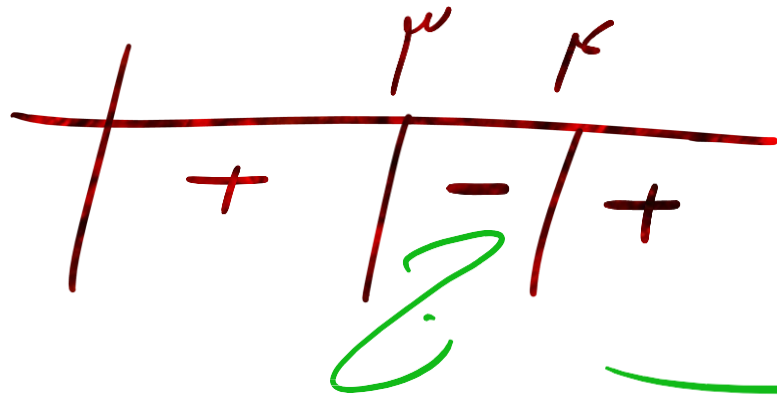
بازه، بالای نیمساز ربع اول است؟

$$\text{نپ } f = - (x-3)^2 + 2(x-3) + 5 - 2 = -x^2 + 1x - 12$$

$$y = x$$

$$-x^2 + 1x - 12 > x \rightarrow x^2 - 7x + 12 < 0$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow (x-3)(x-4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=4 \end{cases}$$



$(3, 4)$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

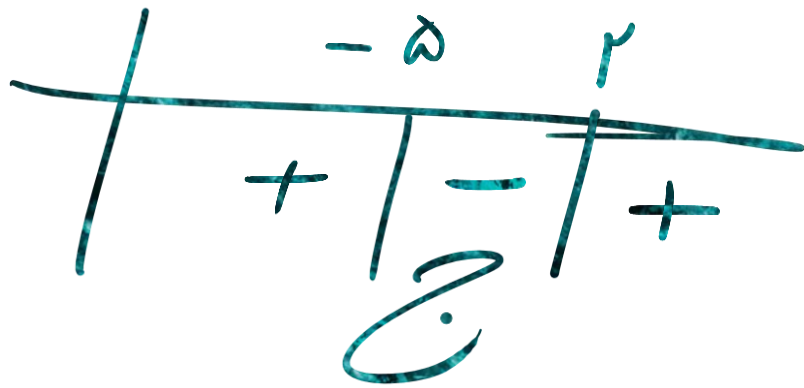
۵) نمودار تابع $y = x^2 - x - 3$ را ۲ واحد به طرف x های منفی سپس ۹ واحد به طرف y های منفی انتقال می دهیم. نمودار جدید، در کدام بازه،

زیر محور x ها است؟

$$y_{\text{جدید}} = (x+2)^2 - (x+2) - 3 - 9 = x^2 + 3x - 10$$

$$y < 0 \rightarrow x^2 + 3x - 10 < 0 \rightarrow (-5, 2)$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \rightarrow (x-2)(x+5) = 0 \rightarrow \begin{array}{l} x=2 \\ x=-5 \end{array}$$



سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$A \Big|_{\mu}^{\nu}$$

$$y = \nu f \left(\cancel{\nu x + 1} \right) + \nu$$

~~ν~~

برابر ویرگول کینکت

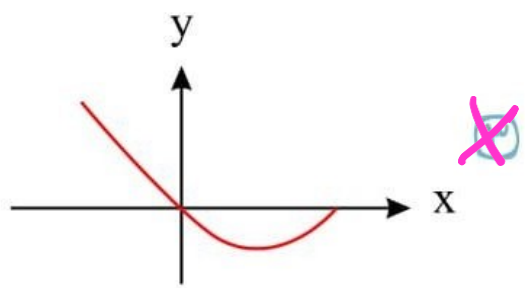
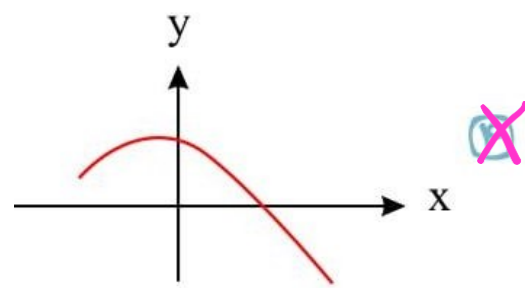
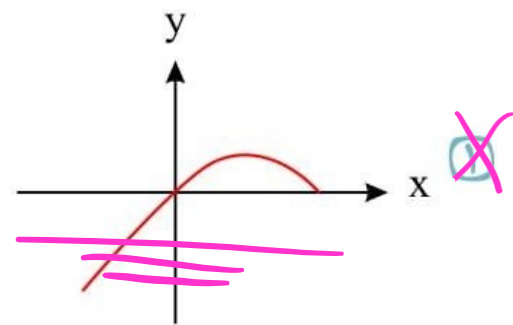
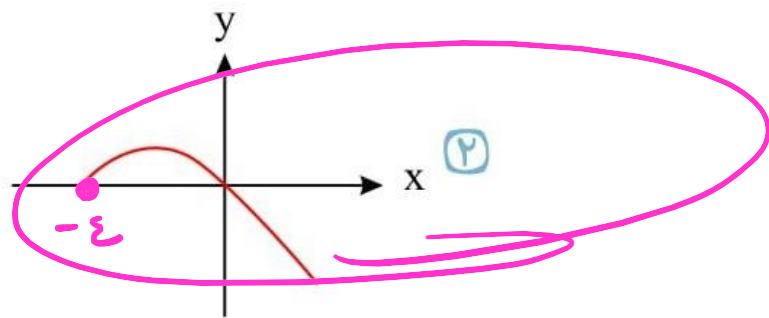
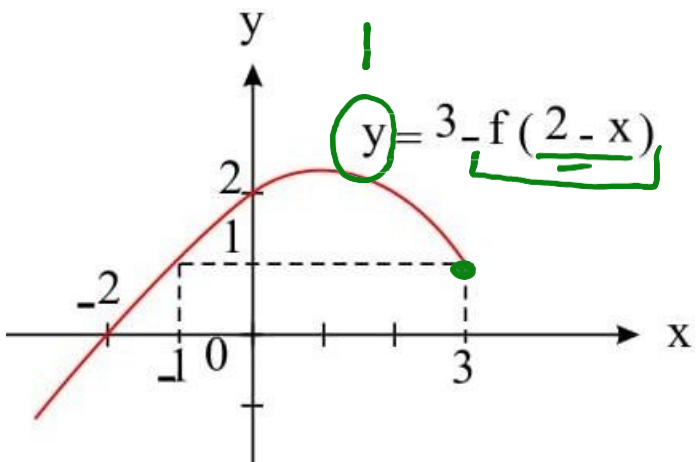
$$A \Big|_{-\nu}^{-\mu}$$

$$y = -\nu f \left(\cancel{-x + \nu} \right) - 1$$

$$x = \nu \rightarrow \nu = -x + \nu \rightarrow x = -\nu$$

$$y = \nu \rightarrow \nu f + \nu = \nu \rightarrow f = \frac{1}{\nu} \rightarrow y = -\nu \left(\frac{1}{\nu} \right) - 1$$

با توجه به نمودار $y = 3 - f(2 - x)$ ، نمودار تابع $y = 2 - f(x + 3)$ کدام است؟



A / 1 3

$f = 1 \Rightarrow x + 3 \rightarrow x = -4$
 $f = 2 \rightarrow y = 0$

در نمودار تابع $f(x) = x^2$ به ترتیب چهار عمل انجام می‌دهیم؛ انتقال ۴ واحد به طرف x های منفی - قرینه نسبت به محور x ها - دو برابر کردن برد - انتقال ۳ واحد به طرف y های منفی - معادله‌ی نمودار حاصل کدام است؟

$$1) f_1 = (x+4)^2$$

$$3) f_3 = -2(x+4)^2$$

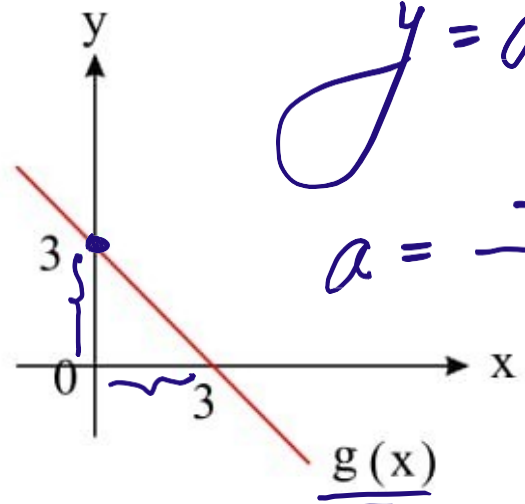
$$2) f_2 = -(x+4)^2$$

$$4) f_4 = -2(x+4)^2 - 3$$

$$\text{نقطه } f = -2(x^2 + 1x + 16) - 3 = -2x^2 - 14x - 32 - 3$$

$$\rightarrow f = -2x^2 - 14x - 35$$

نمودار $g(x) = \underline{f(x)} - 2$ به صورت مقابل است. مساحت ناحیه محدود به نمودار $h(x) = 3f(2x - 1)$ و محورهای مختصات چقدر است؟



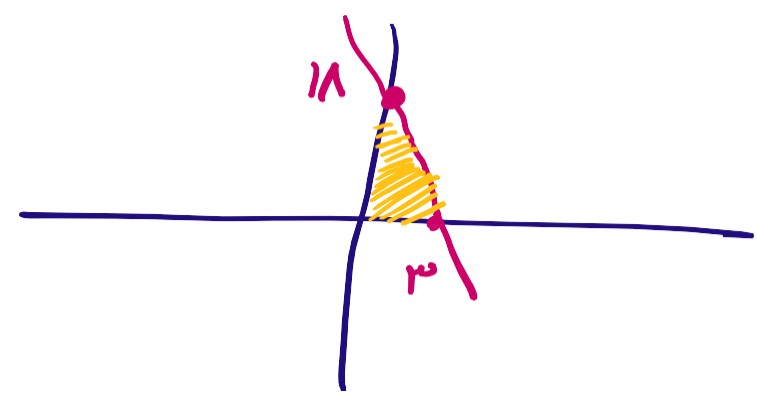
$$y = ax + b \rightarrow g(x) = -x + 3$$

$$a = \frac{-3}{3} = -1 \quad b = 3$$

$$f(x) = g(x) + 2$$

$$\rightarrow f(x) = -x + 5$$

$$h(x) = 3 \left(- (2x - 1) + 5 \right) = 3 \left(-2x + 1 + 5 \right) = \underline{\underline{-6x + 18}}$$



$$\begin{matrix} x=0 \\ y=18 \\ x=3 \\ y=0 \end{matrix}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 18 \times 3 = 27$$

نقطه $A(-1, 3)$ روی نمودار تابع $f(x)$ و نقطه متناظر با آن یعنی $A'(a, b)$ روی نمودار تابع $y = 3f(2x - 5) - 7$ قرار دارد. $a - b$

$$A \mid \begin{array}{l} x = -1 \\ y = 3 \end{array}$$

$$\rightarrow A' \mid \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 2 \end{array}$$

$$a - b = 2 - 2 = 0$$

$$x = -1 \rightarrow -1 = 2x - 5 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2$$

$$y = f = 3 \rightarrow y = 3(2) - 7 = 6 - 7 = -1$$

۱۰ اگر نقطه $A(3, -2)$ متعلق به تابع $y = f(\underline{x-1}) + 3$ باشد، نقطه متناظر آن در تابع $y = 2f(-\frac{x}{2}) + 1$ کدام است؟

$$A \begin{array}{l} / \\ 3 \\ -2 \end{array}$$



$$A' \begin{array}{l} / \\ x = -5 \\ y = -9 \end{array}$$



$$A' \begin{array}{l} (\\ -4, -9 \end{array}$$

$$x = 3 \rightarrow y = \frac{-x}{2} \rightarrow x = -5$$



$$y = -2 \rightarrow f + 3 = -2 \rightarrow f = -5 \rightarrow y = 2(-5) + 1 = -9$$

۱۱) نمودار تابع $f(x) = \log(ax + b)$ با دامنه $(-\infty, 1)$ را ۲ واحد به سمت چپ انتقال می دهیم و سپس آن را نسبت به محور x ها قرینه می کنیم. اگر طول نقطه ی برخورد نمودار حاصل با نمودار f ، برابر $-\sqrt{5}$ باشد، آنگاه $f(-19)$ کدام است؟

$$\textcircled{a} x + b > 0 \rightarrow x > \frac{-b}{a} \rightarrow \left(\frac{-b}{a}, +\infty \right) \rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{a} = 1 \rightarrow b = -a \\ a < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \log(ax - a) = \log a(x - 1) \checkmark$$

$$1) \log a(x + 1 - 1) = \log a(x + 1) \rightarrow 2) y = -\log a(x + 1)$$

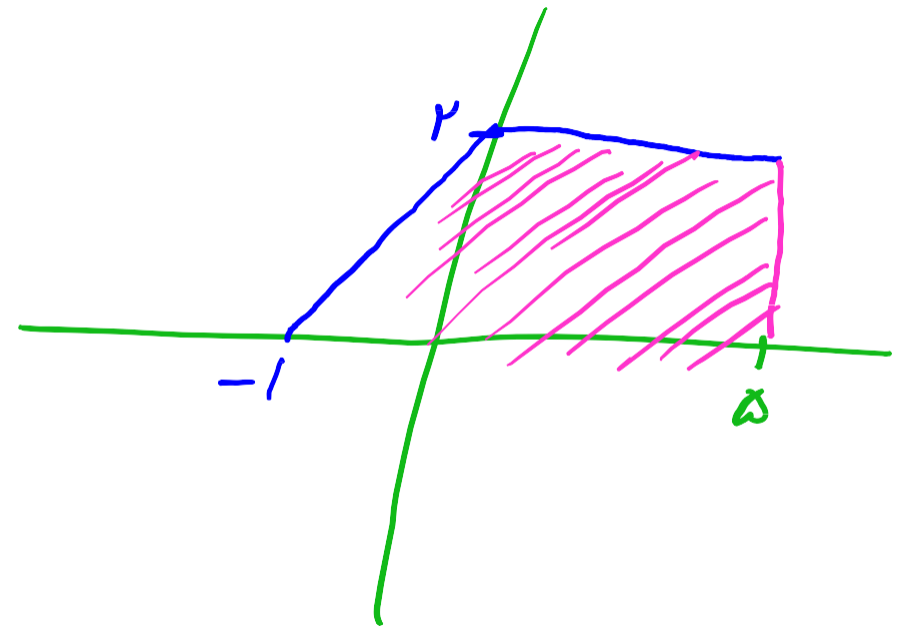
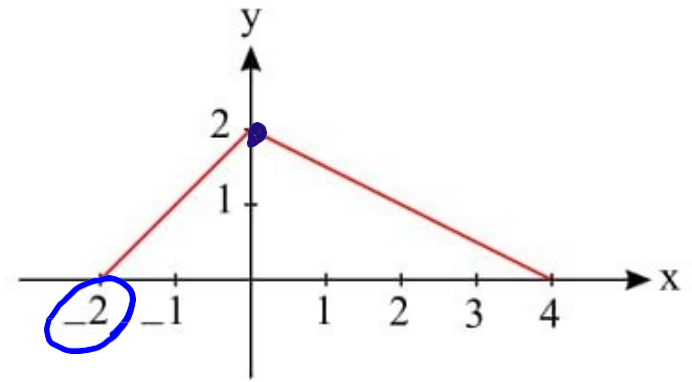
$$\log a(x - 1) = -\log a(x + 1) \rightarrow \log a^x(x - 1) = 0 \xrightarrow{x = -\sqrt{5}} \log \underline{\underline{a^x}} = 0$$

$$a^x = 1 \rightarrow a^x = \frac{1}{x} \rightarrow a = \pm \frac{1}{x} \xrightarrow{a < 0} a = -\frac{1}{x} \checkmark$$

$$f(-19) = \log \frac{-1}{x} \times (-10) = \log \frac{10}{x} = 1$$

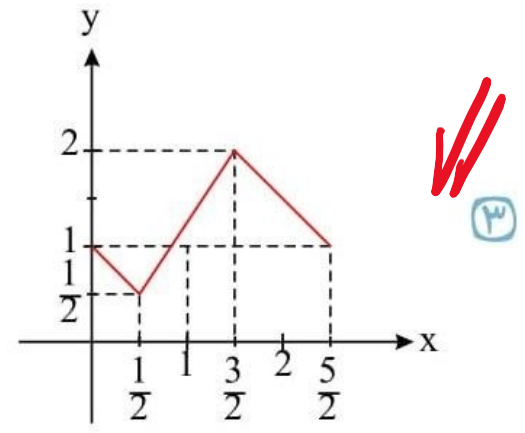
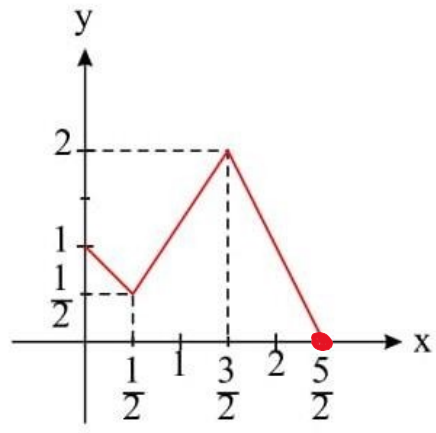
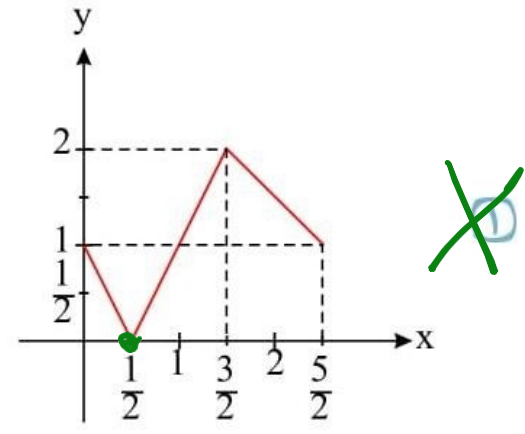
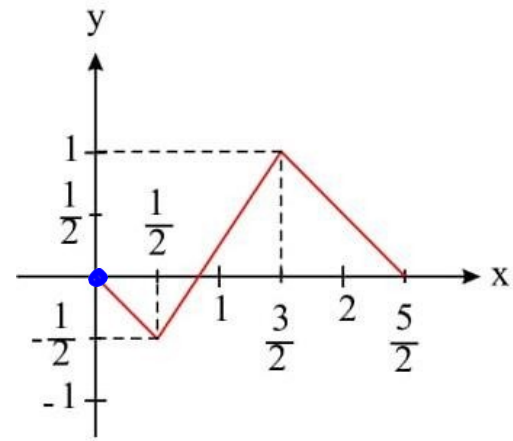
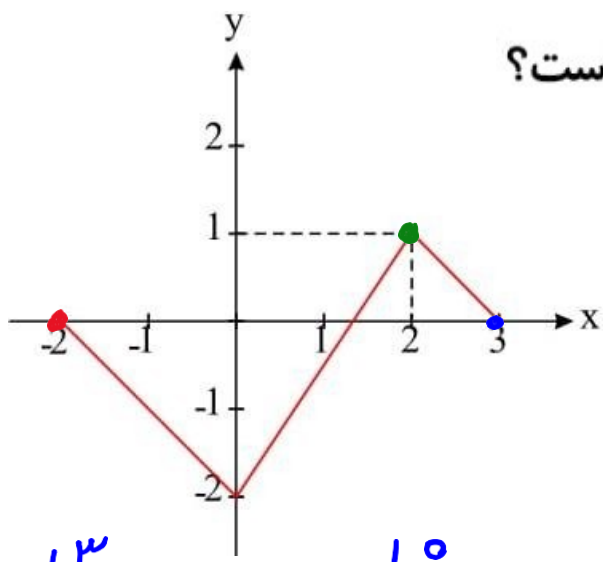
اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، مساحت سطح محصور بین نمودار تابع $y = f(x - |x|)$ محور x ها و خط $x = 5$

$$\begin{aligned} x > 0 &\rightarrow y = f(x - x) = f(0) = 2 \\ x < 0 &\rightarrow y = f(x + x) = f(2x) \end{aligned}$$



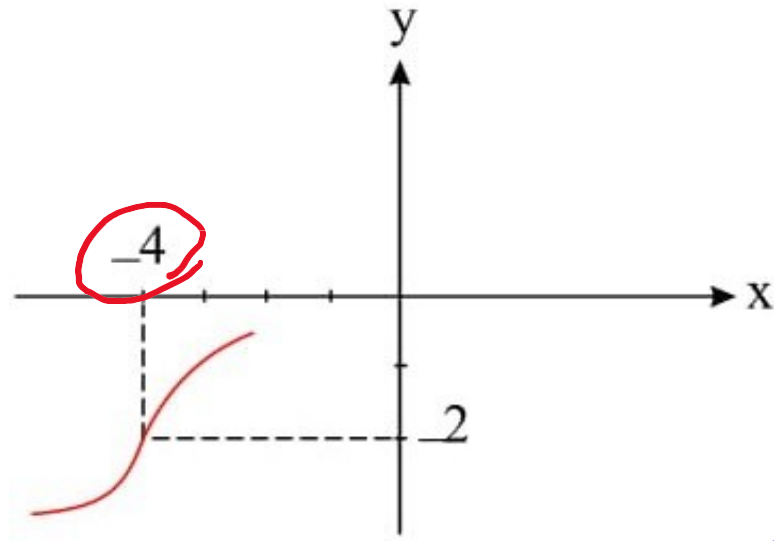
$$S = \frac{1}{2} (5 + 4) \times 2 = 11$$

نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = -\frac{1}{2}f(3-2x) + 1$ کدام است؟



$A \Big|_0^3 \rightarrow A' \Big|_{-1}^1$
 $B \Big|_1^2 \rightarrow B' \Big|_{1/2}^{3/2}$
 $C \Big|_0^{-2} \rightarrow C' \Big|_{-1}^{5/2}$

۱۴ اگر نمودار تابع $y = \sqrt[3]{x - b} + a$ بصورت مقابل باشد، حاصل $a \times b$ کدام است؟



$$f = \sqrt[3]{x}$$

$$f = \sqrt[3]{x + \underline{4}} - \underline{2}$$

$$b = -4$$

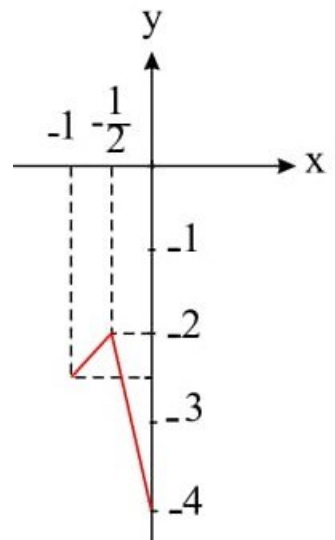
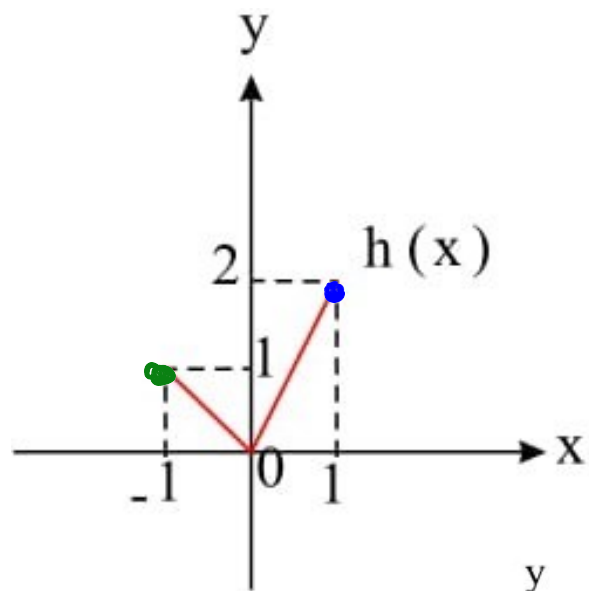
$$a = -2$$

$$a \times b = 8$$

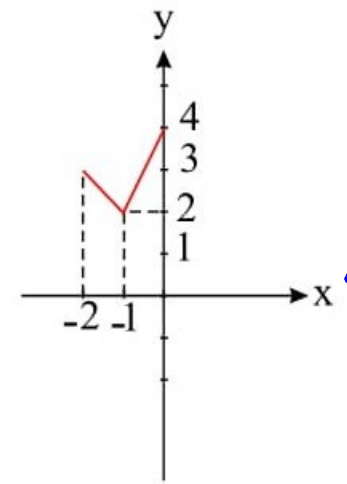
۱۵ نمودار تابع $h(x) = f(x-1) - 2$ مطابق شکل روبه رو است. کدام گزینه نمودار تابع $y = -f(\frac{x}{2})$ را به درستی نشان می دهد؟

$A/1 \rightarrow A'/0 = \frac{x}{2} \rightarrow x=0$
 $A'/2 = f-2 \rightarrow f=2 \rightarrow y=-2$

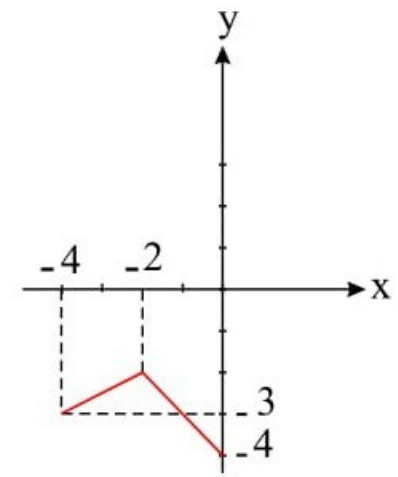
$B/-1 \rightarrow B'/-2 = \frac{x}{2} \rightarrow x=-2$
 $B'/1 = f-2 \rightarrow f=3 \rightarrow y=-3$



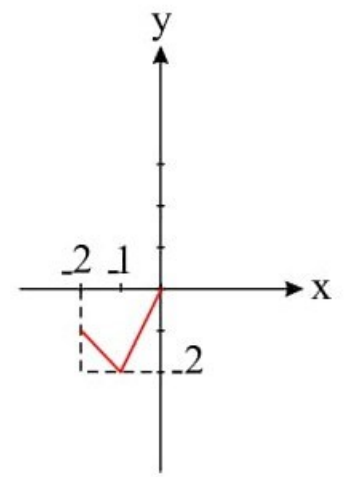
~~A~~



~~B~~



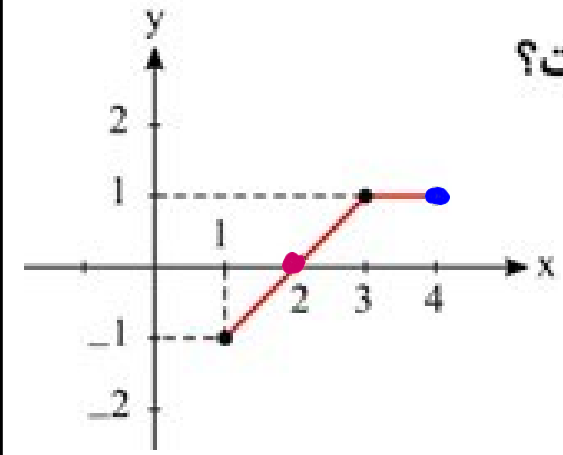
~~C~~



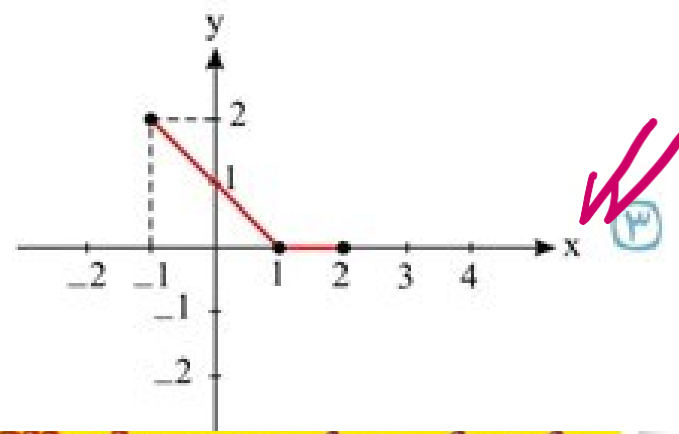
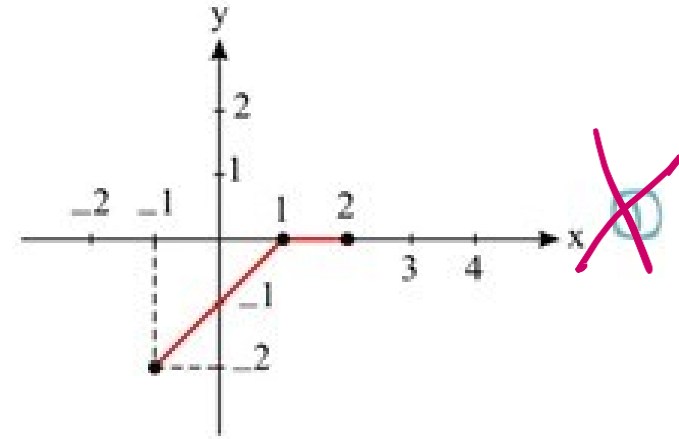
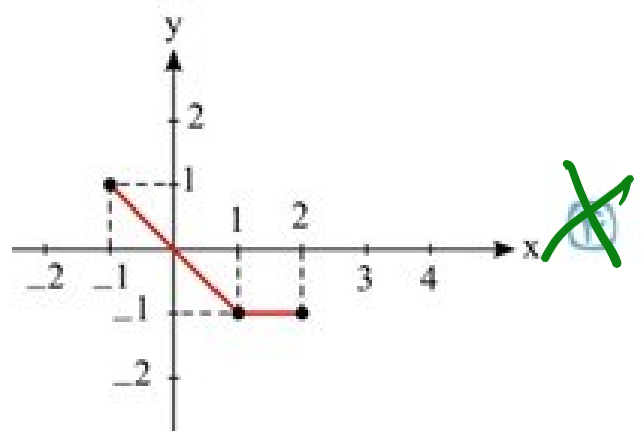
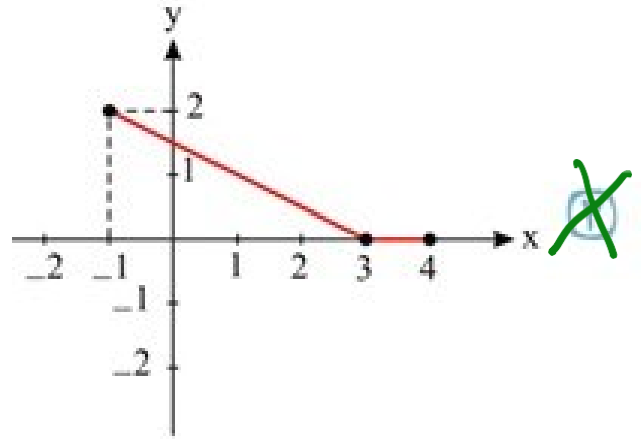
~~D~~

۱۶ شکل مقابل نمودار تابع $y = f(x - 2) + 1$ را نشان می دهد. نمودار تابع $y = -f(x)$ کدام است؟

$$0 = f + 1 \rightarrow f = -1$$



$A / 1^k \rightarrow A' / 1^0$
 $B / 0^r \rightarrow B' / 1^0 \checkmark$



۱۷) اگر برد تابع $y = f(x)$ به صورت $R_f = \underline{\underline{(-4, 5]}}$ باشد، برد تابع $g(x) = -2f(3x) + 7$ کدام است؟

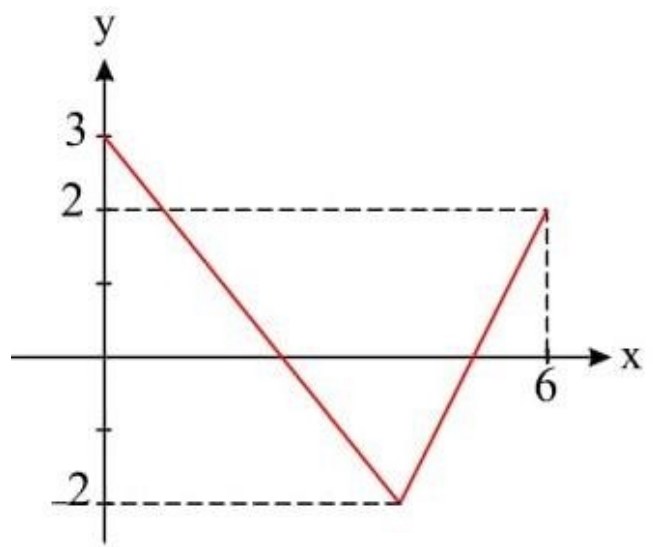
$f(x) = -4 \rightarrow y = -2(-4) + 7 = 1 + 7 = \underline{\underline{15}}$

$f(x) = 5 \rightarrow y = -2(5) + 7 = -10 + 7 = \underline{\underline{-3}}$

$R = \underline{\underline{[-3, 15]}}$

برد

شکل مقابل نمودار تابع $y = 1 + f(3x + 4)$ است. برد تابع $y = f(2 - 5x)$ کدام است؟



$$-2 \leq 1 + f \leq 3$$

$$\xrightarrow{-1} -3 \leq f \leq 2$$

$$\text{بر } f = [-3, 2]$$

۱۹ اگر دامنهٔ تعریف تابع $y = f(\underline{2-x})$ بازه $[-1, 2]$ باشد، دامنهٔ تعریف تابع $g(x) = f(\underline{3x+4})$ کدام است؟

$$\begin{aligned} x = -1 &\rightarrow 3 = 3x + 4 \rightarrow x = \frac{-1}{3} \\ x = 2 &\rightarrow 0 = 3x + 4 \rightarrow x = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

حدها = $\left[-\frac{4}{3}, \frac{-1}{3} \right]$

۲۰) نقطه $A(3, -6)$ متعلق به تابع $y = f(x)$ است، نقطه متناظر آن در تابع $g(x) = -2f(2x - 4) + 3$ کدام است؟

$$A \begin{array}{l} | \\ \hline -6 \end{array} \begin{array}{l} \mu \\ \\ \end{array}$$

$$\rightarrow A' \begin{array}{l} | \\ \hline 15 \end{array} \begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ \\ \end{array}$$

$$\rightarrow A' \begin{array}{l} | \\ \hline 15 \end{array} \begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ \\ \end{array}$$

$$x = 3$$

$$\rightarrow 2x - 4 = 3$$

$$\rightarrow x = \frac{7}{2}$$

$$y = -6 \rightarrow f = -6$$

$$\rightarrow y = -2(-6) + 3 = 15$$