

# گام به گام ریاضی هشتم

## فصل پنجم

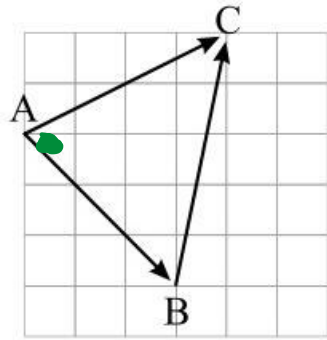
علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

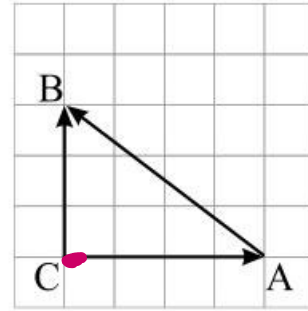
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

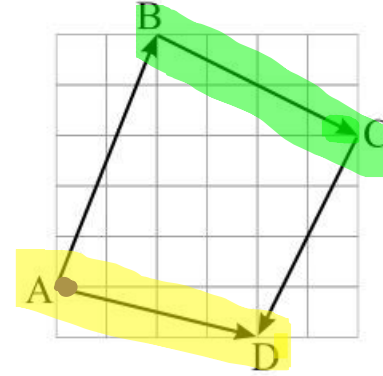
در هر شکل یکی از بردارها، حاصل جمع بردارهای دیگر است. برای هر شکل، یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی بنویسید.



(۳)



(۲)



(۱)

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

$$\vec{CA} + \vec{AB} = \vec{CB}$$

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{AD}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

اگر  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  و  $\vec{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$  باشد، بردار  $x$  را از معادله؟ زیر پیدا کنید.

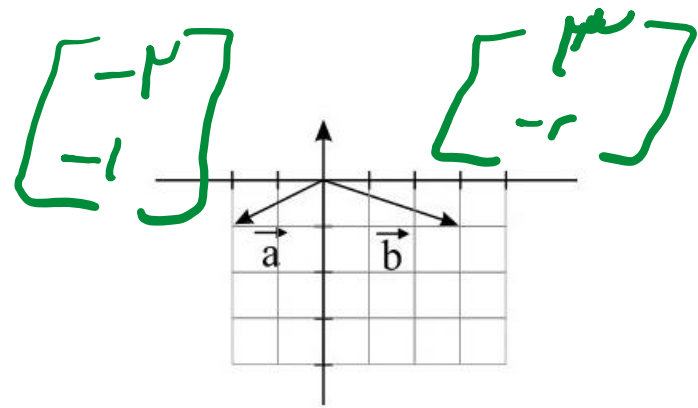
$$2\vec{x} - \vec{j} = 2\vec{a} - \vec{b}$$

$$2x - \underline{j} = \underline{2i} - \underline{6j} + \underline{i} - \underline{2j} = 3i - 8j$$

$$2x = 3i - 8j + j = 3i - 7j$$

$$\rightarrow x = \frac{3}{2}i - \frac{7}{2}j = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{7}{2} \end{bmatrix}$$

با توجه به شکل زیر، مختصات بردار  $c$  را با دو روش زیر پیدا کنید. الف) رسم شکل و نوشتن مختصات  $\vec{c}$  از روی

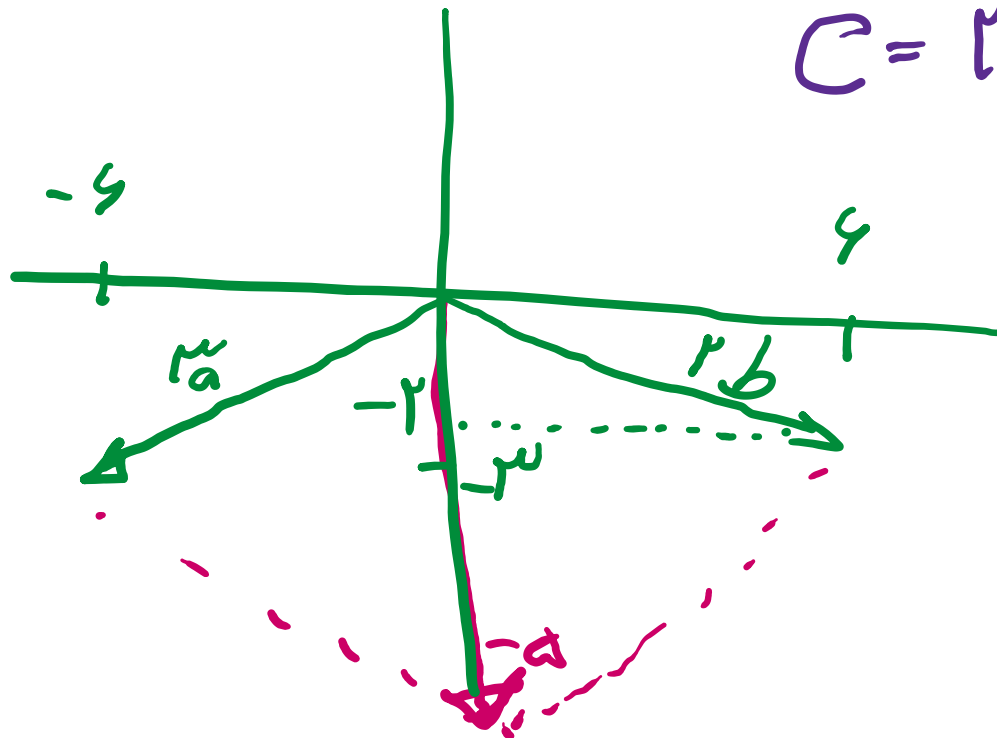


شکل  $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$

ب) پیدا کردن مختصات  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و قرار دادن آنها در تساوی زیر.

$$\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b} = 3 \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

ویژگی‌های هر روش را بیان کنید.  $c = 3 \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$



$$= \begin{bmatrix} -6 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$$

در هر تساوی،  $x$  و  $y$  را به دست آورید.

$$\text{الف) } \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5+x \\ 6+y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} 5+x=2 \rightarrow x=-3 \\ 6+y=-1 \rightarrow y=-7 \end{cases}$$

$$\text{ب) } \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+x \\ -4-2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} 3+x=7 \rightarrow x=4 \\ y=-6 \end{cases}$$

$$\text{ج) } \begin{bmatrix} x+1 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ y-1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x+1=-1 \rightarrow x=-2 \\ y-1=5 \rightarrow y=6 \end{cases}$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

با توجه به شکل، مختصات بردار  $c$  را پیدا کنید.

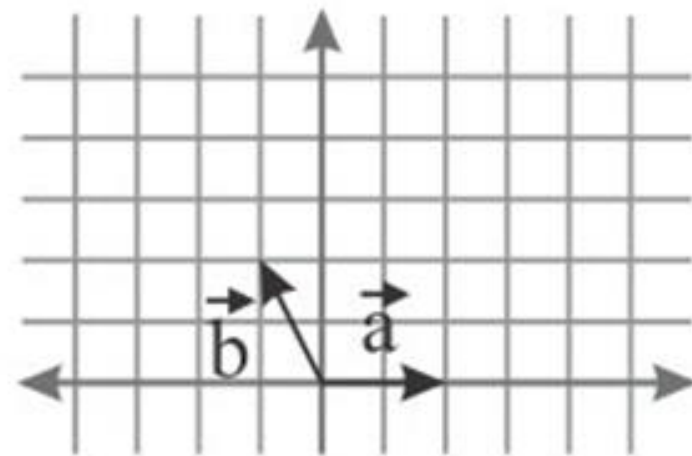
$$\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$$

$$\vec{a} = 2\vec{i} \quad \vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$c = 2(2i) - (-i + 2j)$$

$$c = 4i + i - 2j = 5i - 2j$$

$$C = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$



اگر  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j}$  و  $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$  باشد، مختصات بردار  $x$  را پیدا کنید.

$$2\vec{a} - \vec{b} = 3\vec{x}$$

$$2(\vec{i} - \vec{j}) - (2\vec{i} + 5\vec{j}) = 3\vec{x}$$

$$2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{i} - 5\vec{j} = 0\vec{i} - 7\vec{j} = 3\vec{x}$$

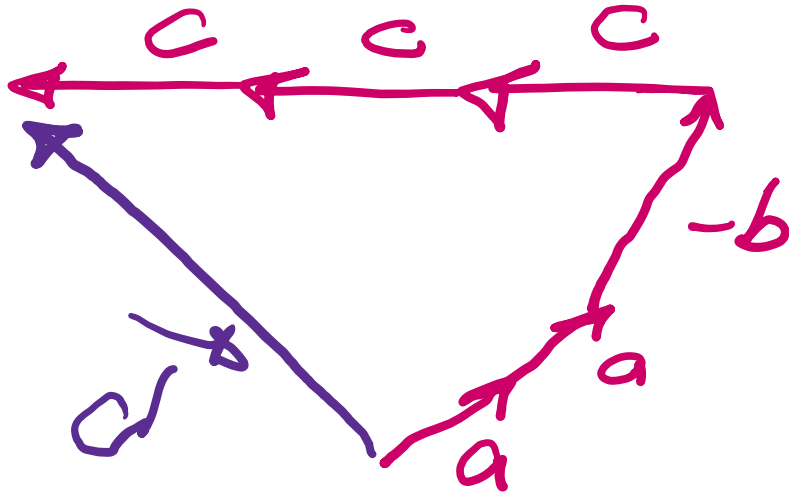
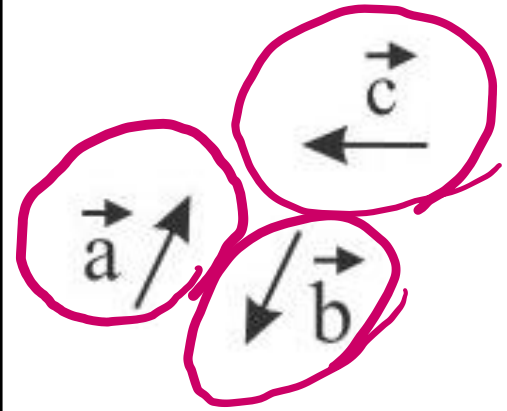
$$\vec{x} = \frac{0}{3}\vec{i} - \frac{7}{3}\vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{7}{3} \end{bmatrix} = -\frac{7}{3}\vec{j}$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

با توجه به بردارهای  $a$  و  $b$  و  $c$ ، بردار  $d$  را رسم کنید.

$$\vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$$



**ALIGEBRA.COM**

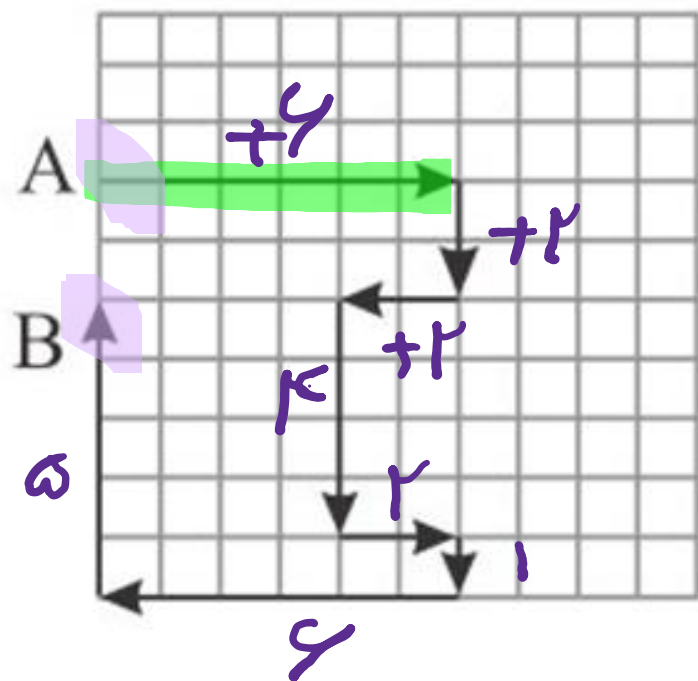
۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



در صفحه؟ شطرنجی زیر، یک خودرو با نقطه  $A$  مشخص شده است. این خودرو مسیری را طی کرده است تا به

نقطه  $B$  برسد؛ در کل به اندازه؟ چند واحد حرکت کرده است؟

خودرو از نقطه  $A$  به  $B$  در راستای عمودی چند واحد جابه‌جا شده است؟



$$\text{جابجایی} = 2$$

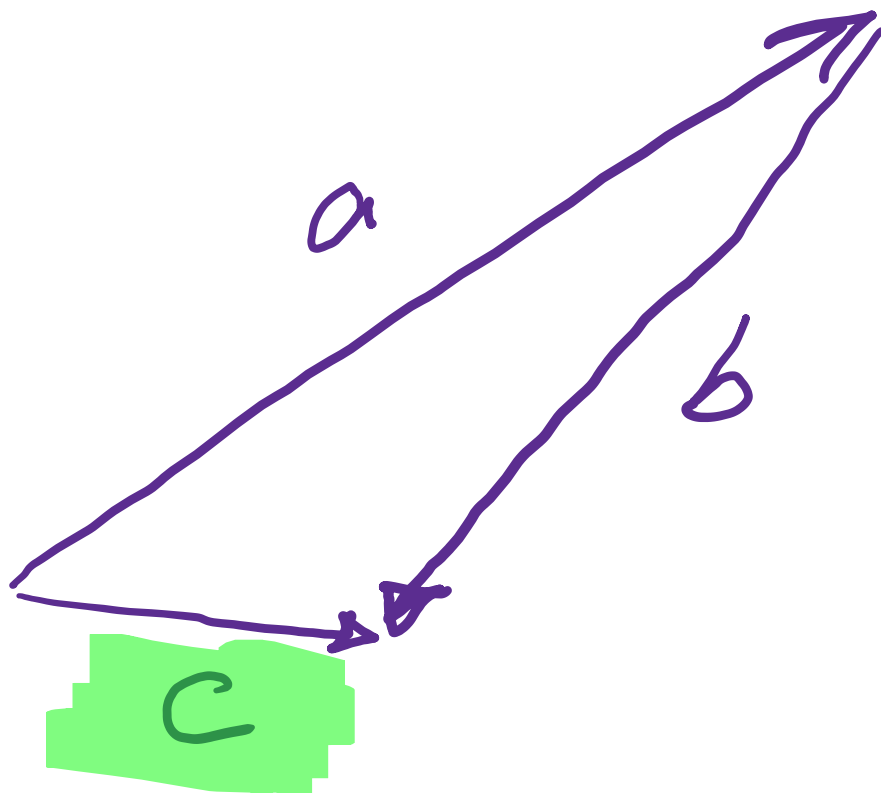
$$\text{مسافت} = 4 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2$$

$$\Delta = 11$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

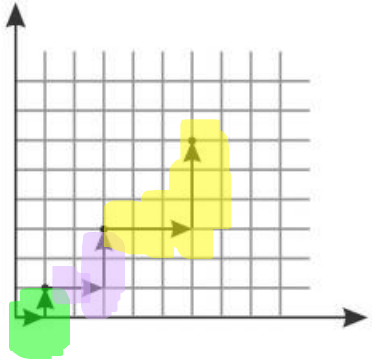
حمیده با خود فکر می‌کرد که اگر چند بردار با هم جمع شوند، بردار حاصل جمع از همه؟ آنها بزرگ‌تر است. آیا او درست فکر کرده است؟ با کشیدن شکل توضیح دهید.



**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

یک ربات برنامه‌ریزی شده به صورت زیر از مبدأ مختصات حرکت می‌کند. با مشاهده؟ سه حرکت اول این ربات، الگویی برای حرکت آن کشف کنید و توضیح دهید. ربات پس از حرکت پنجم به کدام نقطه می‌رسد؟ (هر حرکت ربات، شامل دو قسمت افقی و عمودی است)



$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

مجموع اعداد طبیعی =  $\frac{n(n+1)}{2}$

مختصات نقطه =  $\begin{bmatrix} \frac{5 \times 6}{2} \\ \frac{5 \times 6}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 15 \end{bmatrix}$

با توجه به علامت طول و عرض بردار، شکل تقریبی آن را مانند نمونه رسم کنید.

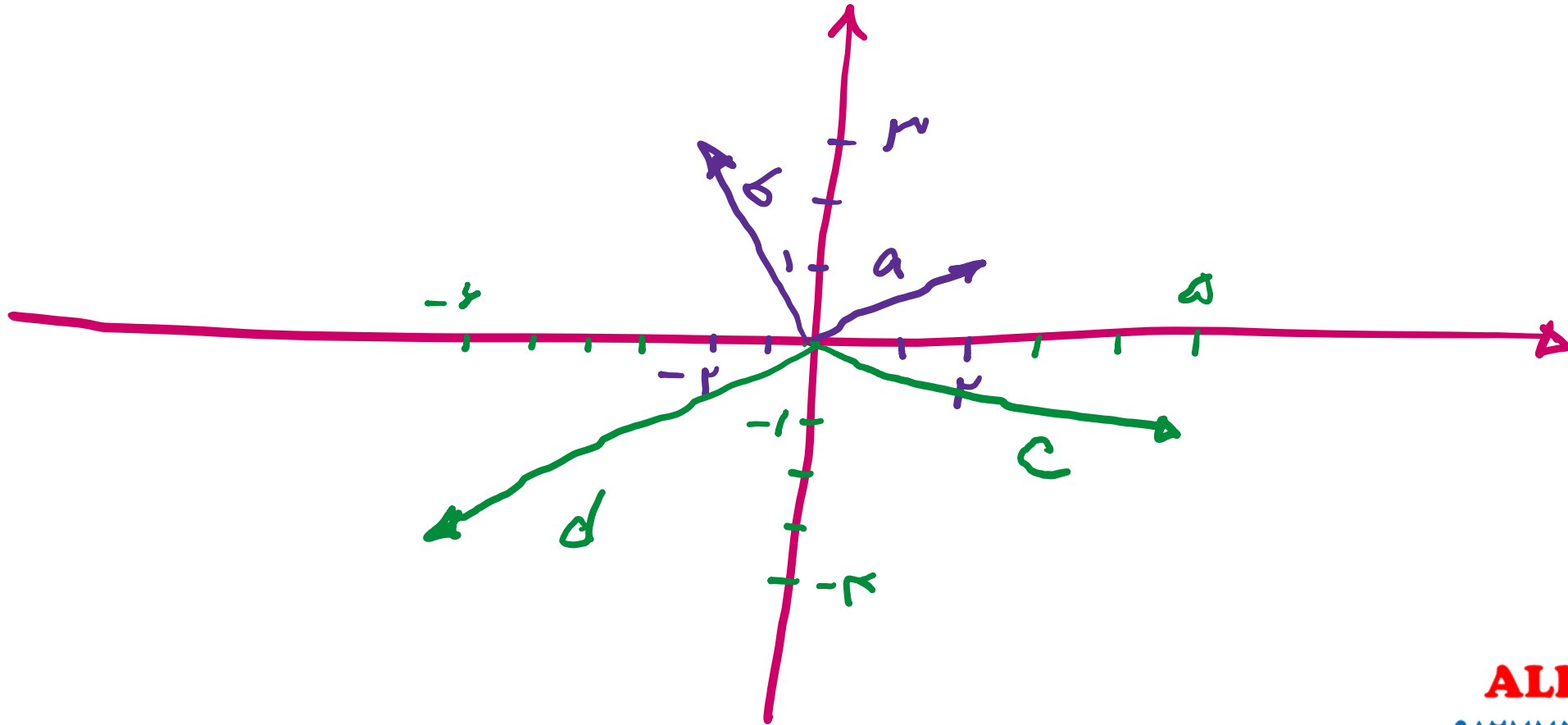
طول				
عرض				
شکل تقریبی				

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

دو محور عمود برهم رسم کنید و بردارهای واحد مختصات را روی آنها مشخص کنید. آنگاه بردارهای زیر را روی آن دستگاه مختصات رسم کنید و هر بردار را بر حسب بردارهای واحد  $i$  و  $j$  بنویسید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \vec{d} = \begin{bmatrix} -6 \\ -4 \end{bmatrix}$$



طرف دیگر تساوی‌ها را بنویسید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} =$$

$$3\vec{i} + 7\vec{j}$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix} =$$

$$-2\vec{i} - 4\vec{j}$$

$$\vec{e} = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$-5\vec{i} + 0\vec{j}$$

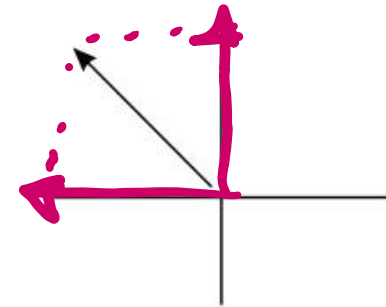
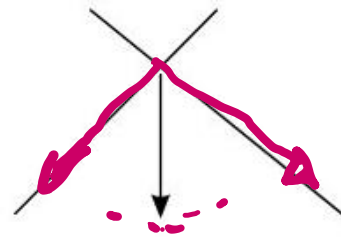
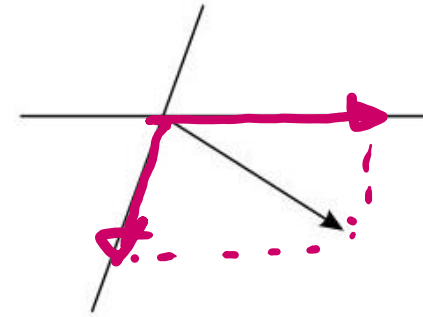
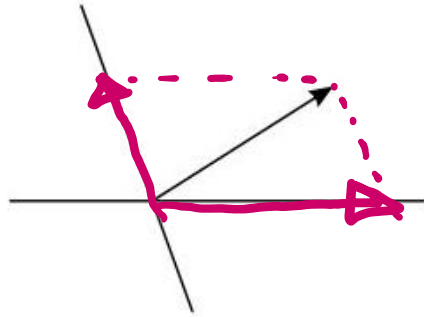
$$\vec{f} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} = -2\vec{j}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

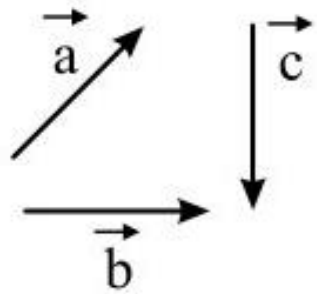
بردارهای داده شده را روی امتدادهای رسم شده تجزیه کنید.



**ALIGEBRA.COM**

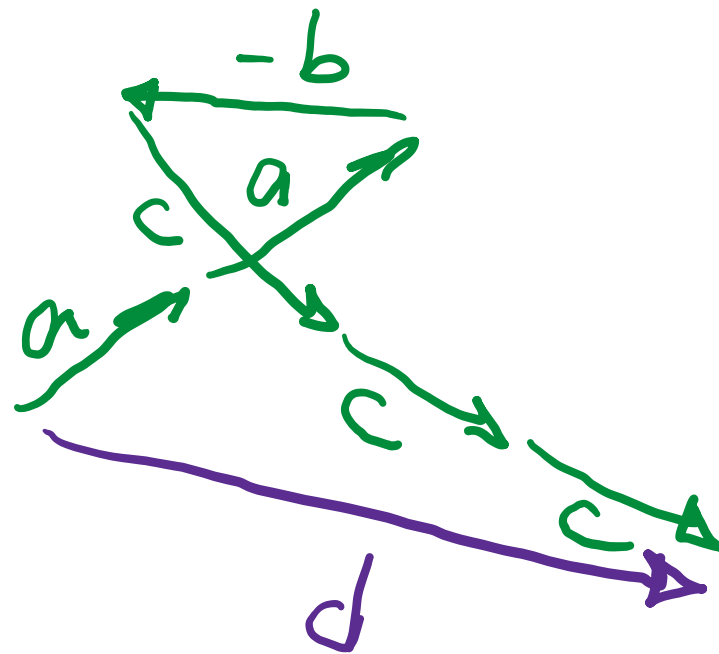
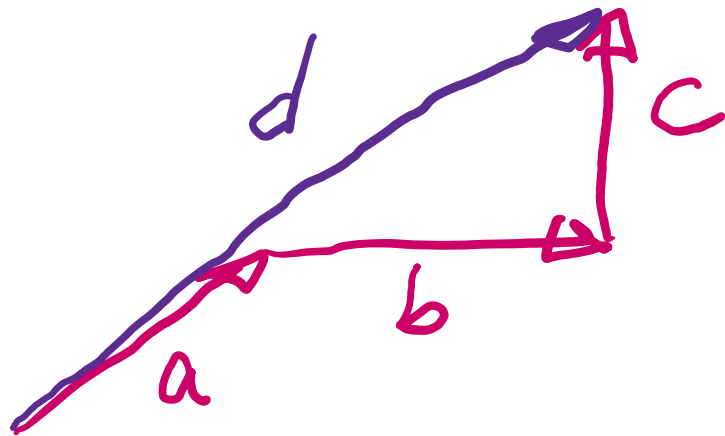
۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

با توجه به بردارهای  $a$  و  $b$  و  $c$ ، بردار  $d$  را رسم کنید.



$$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$$

$$\vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$$



**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



با توجه به بردارهای  $a$  و  $b$ ، مختصات بردار  $c$  را به دست آورید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$$

$$c = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+4 \\ 1-6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$c = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = -3\vec{a} - 4\vec{b}$$

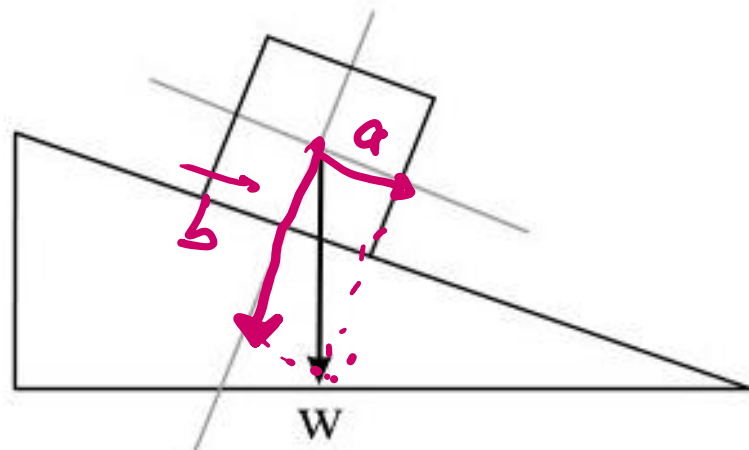
$$c = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

در شکل روبه‌رو، نیروی وزن جعبه، که روی سطح شیب داری قرار گرفته، نشان داده شده است. این بردار را روی دو امتداد رسم شده تجزیه کنید.



**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹


معادله‌های مختصات زیر را حل کنید.

$$4x = \begin{bmatrix} 12 \\ -8 \end{bmatrix}$$


$$x = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$-3x = \begin{bmatrix} 15 \\ -9 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} -5 \\ +3 \end{bmatrix}$$


$$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix}$$


$$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + x = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$(-1) \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -10 \end{bmatrix}$$

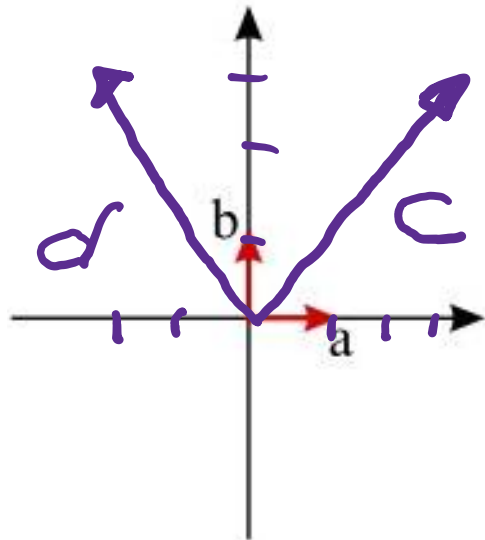
$$(-4) \begin{bmatrix} -5 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ -28 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ -27 \end{bmatrix}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \begin{bmatrix} 12 \\ -8 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 42 \\ 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36 \\ 22 \end{bmatrix}$$

**ALIGEBRA.COM**

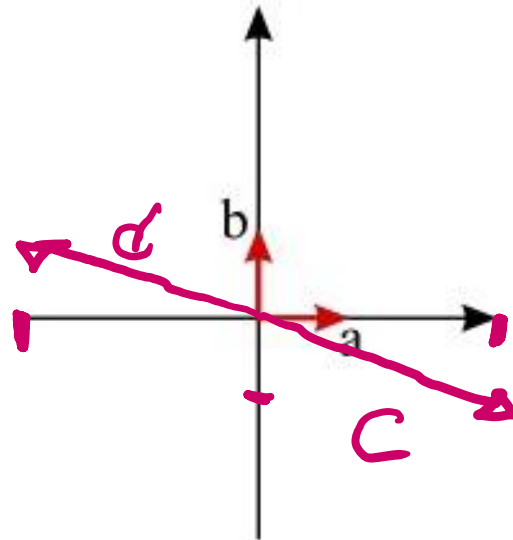
۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

با توجه به بردارهای  $a$  و  $b$ ، بردارهای  $c$  و  $d$  را رسم کنید.



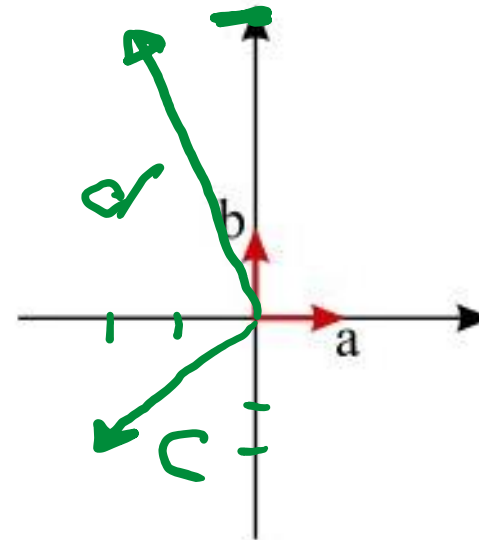
$$\vec{c} = 3\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$\vec{d} = (-2)\vec{a} + 3\vec{b}$$



$$\vec{c} = 4\vec{a} - 2\vec{b}$$

$$\vec{d} = -4\vec{a} + \vec{b}$$



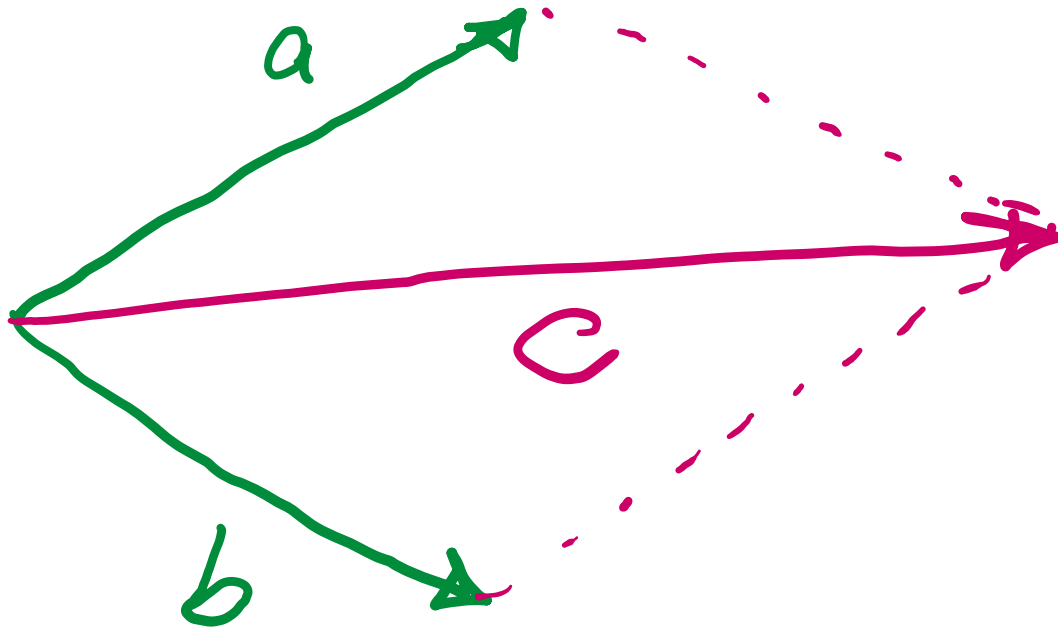
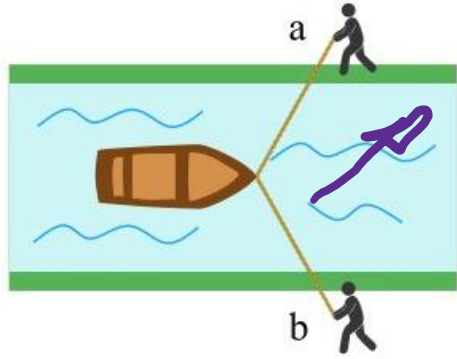
$$\vec{c} = -2\vec{a} - 2\vec{b}$$

$$\vec{d} = -\vec{a} + 5\vec{b}$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

دو نفر در کنار رودخانه با دو طناب، قایقی را در خلاف جهت آب می‌کشند. الف) قایق به کدام سمت حرکت می‌کند؟ ب) اگر نیروی  $a$  بیشتر باشد، قایق به کدام طرف متمایل می‌شود؟



**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت [Algebra.com](http://Algebra.com) است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.