

آموزش حسابان یازدهم

پیوستگی تابع جز صحیح

(فصل پنجم – درس پنجم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت Aligebra.com است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$y = [x] \quad (0, 5)$$

$$x=1 / x=2 / x=3 / x=4$$

$$y = [x] \quad \xrightarrow{[0, 5]} \quad \xrightarrow{0+}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} [x] = [0+] = 0 \quad f(0) = 0 \quad \text{لبسته راست}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5-} [x] = [5-] = 4 \quad f(5) = 5 \quad \text{لبسته چپ}$$

$$x=1 / x=2 / x=3 / x=4 / x=5$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

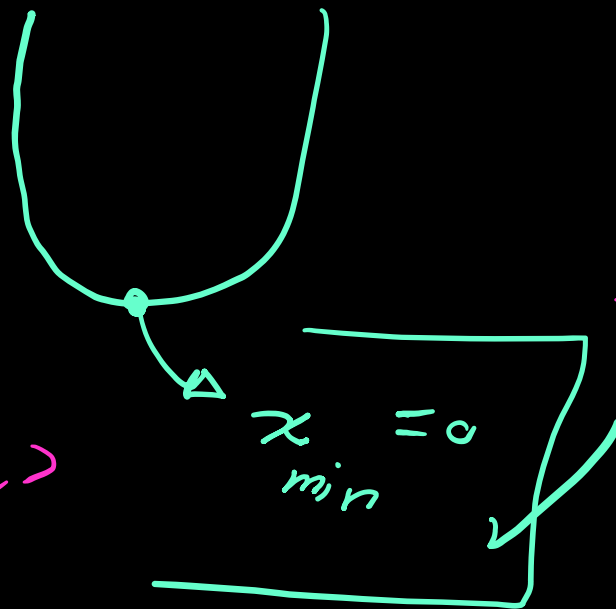
ALIGEBRA.COM

$$y = [x^r]$$

$$(-\sqrt{\mu}, \sqrt{\mu}) = (-\sqrt{\mu}, \sqrt{\mu})$$

$$-\sqrt{\mu} < -\sqrt{\mu} < -1 < \underline{\underline{0}} < 1 < \sqrt{\mu} < \sqrt{\mu}$$

$$y = x^r$$



$x=0$ هو نقطة الحد

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [x^r] = [0^+] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} [x^r] = [0^+] = 0$$

$$f(0) = 0$$

على جبر |سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

$$f = (\underline{x^2 - x}) [x] \quad (-1, 3)$$

$$\cancel{x=0} / \cancel{x=1} / \underline{\underline{x=2}}$$

ناموتی

۱- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = [4\sin^2 \pi x]$ روی بازه‌ی $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [4\sin^2 \pi x] = [0^+] = 0 \quad f(0) = [0] = 0 \quad \text{پیوسته}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} [4\sin^2 \pi x] = [4^-] = 3 \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = [4] = 4 \quad \text{ناپیوسته}$$

$$\underline{\underline{x = \frac{1}{6}}} \quad \underline{\underline{x = \frac{1}{4}}} \quad \underline{\underline{x = \frac{1}{3}}} \quad \underline{\underline{x = \frac{1}{2}}}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۲- تابع $f(x) = [x^2]$ در بازه $(-1, \underline{\underline{k}})$ فقط در یک نقطه ناپیوسته است. بیشترین مقدار k کدام است؟

~~0~~ ، 1 ، $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، 2 ، ...

نویسنده
-۵

$\Delta k = \sqrt{2}$

۳- تعداد نقاط ناپیوسته تابع با ضابطه $f(x) = \left[x - \frac{1}{3} \right] + \left[x + \frac{2}{3} \right]$ در بازه $\left[-\frac{5}{3}, \frac{5}{3} \right]$ ، کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{5}{3}^+} \left[x - \frac{1}{3} \right] + \left[x + \frac{2}{3} \right] = \left[-\frac{1}{3} \right] + \left[-\frac{1}{3} \right] = -\frac{2}{3} \quad f\left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{2}{3}$$

سویسته

$$\lim_{x \rightarrow \frac{5}{3}^-} \left[x - \frac{1}{3} \right] + \left[x + \frac{2}{3} \right] = \left[\frac{4}{3} \right] + \left[\frac{5}{3} \right] = 3 \quad f\left(\frac{5}{3}\right) = 3$$

سویسته

$$x = -\frac{2}{3} \quad / \quad x = \frac{1}{3} \quad / \quad x = \frac{4}{3}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۴- تابع f با ضابطه $f(x) = \underline{(x - 3)} \left[\frac{1}{3}x - 1 \right]$ روی بازه $(0, 9)$ در چند نقطه، ناپیوسته است؟

$x = 9$
ناپیوسته

~~$x = 3$~~
~~ناپیوسته~~

۹ نصف

۵- تابع $y = [\sqrt{x}] - \left[\frac{x}{3}\right]$ در بازه $[4, 27]$ چند نقطه ناپیوستگی دارد؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} [\sqrt{x}] - \left[\frac{x}{3}\right] = [2^+] - \left[\frac{4}{3}\right] = 1 \quad / \quad f(4) = 1 \quad \text{نویسه}$$

$$\lim_{x \rightarrow 27^-} [\sqrt{x}] - \left[\frac{x}{3}\right] = [5^-] - \left[\frac{27}{3}\right] = 5 - 1 = 4 \quad / \quad f(27) = -4 \quad \text{نویسه}$$

$$\sqrt{x} \rightarrow \underline{9}, \underline{14}, \underline{25} \quad \text{و} \quad \cancel{9}$$

$$\frac{x}{3} \rightarrow \underline{6}, \underline{12}, \underline{15}, \underline{18}, \underline{21}, \underline{24} \quad \text{و} \quad \cancel{9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 9^+} [\sqrt{x}] - \left[\frac{x}{3}\right] = [3^+] - [3^+] = 0 \quad \text{نویسه}$$

$$\lim_{x \rightarrow 9^-} [\sqrt{x}] - \left[\frac{x}{3}\right] = [3^-] - [3^-] = 0 \quad \text{نویسه}$$

$$f(9) = 0$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۶- تابع $f(x) = (x^2 - x) \left[\frac{x}{2} \right]$ در بازه $[-2, 6)$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} (x^2 - x) \left[\frac{x}{2} \right] = (4 + 2) [-1^+] = -6 \quad / \quad f(-2) = -6$$

پیوسته

~~$\frac{0}{0}$~~ $\frac{2}{2}$ $\frac{4}{4}$

پیوسته

ناپیوستگی

۷- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)(x - [2x])}{3x - 2}$ در بازه‌ی $(\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$ چند نقطه‌ی ناپیوستگی دارد؟

$\frac{1}{2}$ ، $\frac{5}{2}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{5}{2}$ ، $\frac{3}{2}$

ریشه ضریب
 ریشه ضریب
 ریشه ضریب

ناپیوسته

دقت : $3x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{3}$

(۵۵)

۸- تابع با ضابطه‌ی $g = [x^3]$ در بازه‌ی $(-2, 2)$ در چند نقطه ناپیوسته است؟ $[\]$ ، نماد جزء صحیح است.

$$\left(-\sqrt[3]{1}, \sqrt[3]{1} \right) \quad \cup \quad \text{سمت راست}$$

$$\begin{aligned} & -\sqrt[3]{7}, -\sqrt[3]{6}, -\sqrt[3]{5}, -\sqrt[3]{4}, -\sqrt[3]{3}, -\sqrt[3]{2}, -1, \\ & +\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[3]{6}, \sqrt[3]{7}, 1 \end{aligned}$$

در ۱۵ نقطه ناپیوسته

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۹- تابع با ضابطه $f(x) = (-1)^{[x]} \sin \frac{\pi}{2} x$ در نقاط $x \in \mathbb{Z}$ از نظر پیوستگی، چگونه است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۲) فقط در اعداد فرد پیوسته

(۱) فقط در اعداد زوج پیوسته

(۴) همواره پیوسته

(۳) همواره ناپیوسته

$\lim_{x \rightarrow 2} (-1)^{[x]} \cdot \sin \frac{\pi}{2} x = (-1)^{[2]} \times 0 = 0 \quad f(2) = 0$
 $x=2$ عدد زوج پیوسته

$\lim_{x \rightarrow 1^+} (-1)^{[x]} \sin \frac{\pi}{2} x = (-1)^1 \cdot \sin \frac{\pi}{2} = -1$
 $x=1$ عدد اول ناپیوسته

$\lim_{x \rightarrow 1^-} (-1)^{[x]} \sin \frac{\pi}{2} x = (-1)^0 \sin \frac{\pi}{2} = +1$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱-۱. اگر $f(x) = [x] + [-x]$ و $g(x) = \begin{cases} f(x) & ; x \notin \mathbb{Z} \\ \underline{\underline{f(x) - 1}} & ; x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ ، آنگاه تعداد نقاط ناپيوسته ی تابع g روی بازه $[-4, 4]$ ، کدام است؟ ($[x]$ ، نماد جزء صحيح است).

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} -1 & x \notin Z \\ 0 & x \in Z \end{cases}$$

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100