

آموزش حسابان یازدهم

قضایای حد

(فصل پنجم - درس سوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

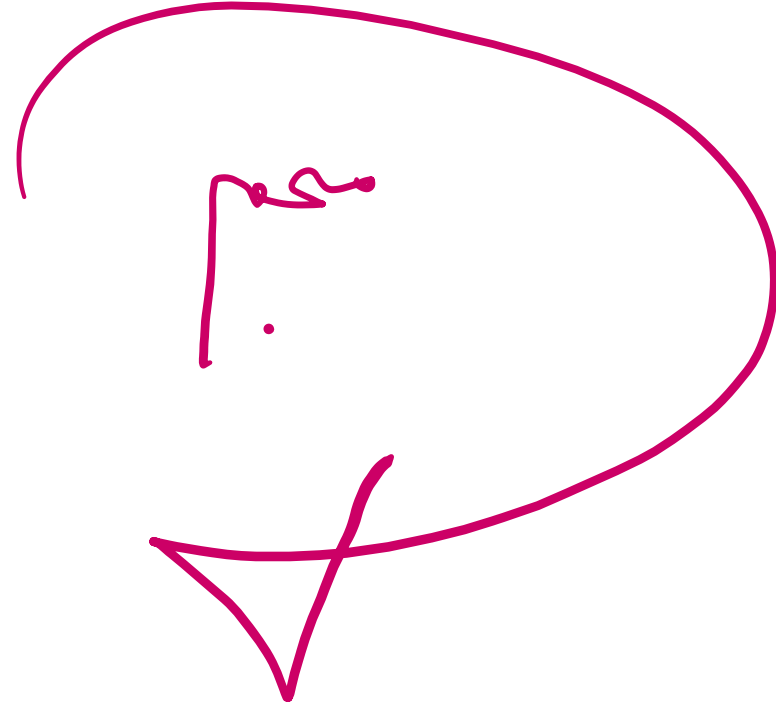
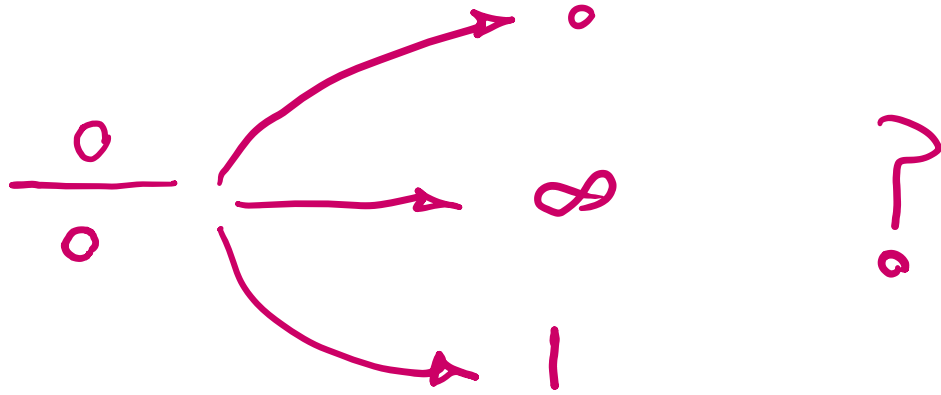
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت Algebra.com است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$\frac{0}{a} = \underline{\underline{0}}$$

$$\frac{a}{0^\pm} = \infty$$

$$\frac{a}{a} = 1$$



$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}(x-1)} = \frac{2}{-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} (x^2 - 4)}{x^2 - 1^2 x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} \cancel{(x-2)}(x+2)}{(x-1)\cancel{(x-2)}} = \frac{2 \times 4}{1} = 8$$

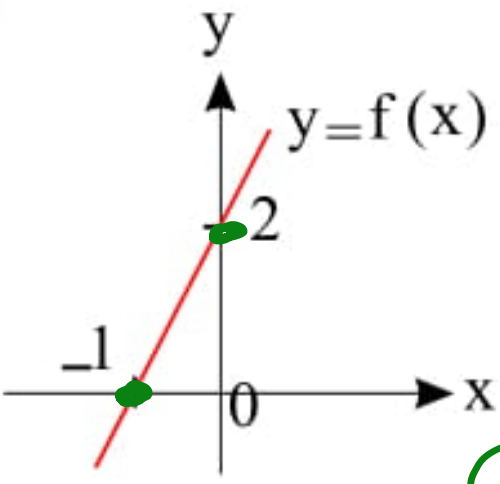
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cancel{(x-3)}(x^2 + 3x + 9)}{\cancel{(x-3)}(x+3)} = \frac{9+9+9}{4} = \frac{27}{4} = \frac{9}{\frac{4}{3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f}{g} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'}{g'} = ?$$

1) $a \rightarrow 0$ 2) $ax \rightarrow a$ 3) $x^a \rightarrow ax^{a-1}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 5x + 2}{x^2 - 1} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x - 5}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^5 - 1} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3}{5x^4} = \frac{0}{5} = 0$$



با توجه به نمودار تابع f ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 2f^{-1}(x)}{x}$ کدام است؟

$f(x) = ax + b$ $a = \frac{2}{1} = \underline{2}$ $b = 2 \rightarrow f(x) = 2x + 2$ ✓

$y = 2x + 2 \rightarrow y - 2 = 2x \rightarrow x = \frac{y-2}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x-2)$ ✓

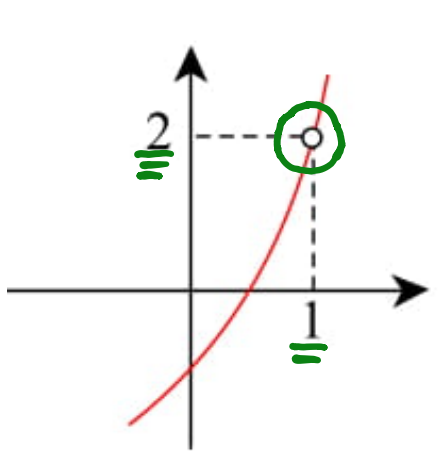
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 2 + x - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x} = 3$ ✓

$A \Big|_{\underline{0}}^{-1}$

$B \Big|_{\underline{2}}^{\underline{0}}$

$a = \frac{2-0}{0-(-1)} = \frac{2}{1} = 2$ ✓

۲ نمودار مقابل قسمتی از تابع $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + ax + b}{x + c}$ را نشان می‌دهد. مقدار $f(2)$ کدام است؟



$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{0}{0} = 2$$

$$\begin{aligned} 1 + 2 + a + b &= 0 \rightarrow a + b = -3 \\ 1 + c &= 0 \rightarrow c = -1 \end{aligned}$$

$a = -5$ $b = 2$

$$\frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 + ax + a}{1} = 2 \rightarrow 1^3 + 2 \cdot 1^2 + a = 2 \rightarrow a = -5$$

$$f(2) = \frac{1 + 1 - 10 + 2}{2 - 1} = 1$$

$$14^x = 4^{2x}$$

حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{12^x - 3^x + 4^x - 1}{16^x - 1}$ کدام است؟ ۳

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{2x} (\underline{4^x - 1}) + \underline{4^x - 1}}{(4^x - 1)(4^x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{(4^x - 1)} (4^{2x} + 1)}{\cancel{(4^x - 1)} (4^x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{2x} + 1}{4^x + 1} = \frac{1+1}{1+1} = 1$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۴ اگر $f(x) = \frac{x-1}{-2x^2+x+1}$ و $g(x) = \frac{-(2x+1)}{(x+1)}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (f(x) \cdot g(x))$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x-1}{-2x^2+x+1} \times \frac{-(2x+1)}{x+1} = \frac{-\left(\frac{1}{2}-1\right)(1+1)}{\left(\frac{-1}{2}+\frac{1}{2}+1\right)\left(\frac{1}{2}+1\right)} = \frac{2}{3}$$

حاصل عبارت a $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x - 2)^2 (x^2 + 2x - 3)^4}{(x^2 - 2x + 1)^3} = a$ مقدار $\frac{\sqrt{a}}{4}$ کدام است؟ ۵

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)^2 \cancel{(x-1)^2} (x+3)^4 \cancel{(x-1)^4}}{\cancel{(x-1)^6}} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+2)^2 (x+3)^4 = 3^2 \times 4^4 = a$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{a}}{4} = \frac{3^2 \times 16}{4} = 12$$

۶ اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3 + 2x^2 + x + k}{1 - x^2} = L$ باشد، مقدار $L - k$ کدام است؟ (L عددی حقیقی مشخص و مخالف صفر است.)

$$\frac{0}{0} = L \quad x = -1 \rightarrow -3 + 2 - 1 + k = 0 \rightarrow k = 2$$

$$\frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{9x^2 + 4x + 1}{-2x} = \frac{9 - 4 + 1}{2} = 3 \rightarrow L = 3$$

$$L - k = 3 - 2 = 1$$

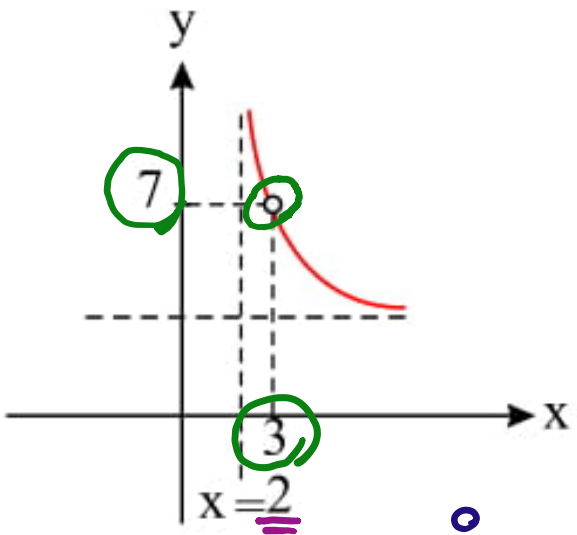
کدام است؟ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}(x^2-3x+2)}{x^2-1}$ ۷

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} \cdot \cancel{(x-1)}(x-2)}{\cancel{(x-1)}(x+1)} = \frac{2(-1)}{2} = -1$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

اگر قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 + cx + d}$ مطابق شکل زیر باشد، حاصل $ab + cd$ کدام است؟



$x=2 \rightarrow 4 + 2c + d = 0 \rightarrow 2c + d = -4$ (1)

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{0}{0} = 1 \rightarrow \begin{cases} 9 + 3a + b = 0 & (3) \\ 9 + 3c + d = 0 & (2) \end{cases}$

$\frac{0}{0} \xrightarrow{Hop} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+a}{x+c} = 1 \rightarrow \frac{12+a}{3+c} = 1 \rightarrow a = -c$

$\begin{cases} 2c + d = -4 \\ 3c + d = -9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = -5 \\ d = 4 \end{cases}$
 $\begin{cases} 9 + 3a + b = 0 \\ 9 + 3c + d = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = -3 \end{cases}$

$ab + cd$
 $= 15 - 12 = 3$

هرگاه تابع $f(x)$ یک چند جمله‌ای درجه‌ی اول و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + f(x)}{x^2 - 4} = 3$ باشد، $f(-1)$ کدام است؟

$$f(x) = ax + b \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 - 4} = 3$$

$$1) \frac{0}{0} = 3 \xrightarrow{x=2} 1 + 2a + b = 0 \quad a = 4 \quad b = -14$$

$$2) \frac{0}{0} \xrightarrow{H\&P} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + a}{2x} = \frac{1+a}{2} = 3 \rightarrow 1+a = 12 \quad a = 11$$

$$f(-1) = 4(-1) - 14 = -18$$

حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 4x^2 + 3x - 6}{3x^2 - x - 10}$ کدام است؟ ۱۰

$$\frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 1x + 3}{4x - 1} = \frac{24 - 19 + 3}{12 - 1} = 1$$