

آموزش حسابان یازدهم

حدهای یک طرفه (قدر مطلق)

(فصل پنجم - درس دوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x+1|}{x+1} = \frac{1}{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} |x| \frac{x^2 - 4}{x^2 - |x+1|} = \lim_{x \rightarrow 1} 1 \left(\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-1)} \right) = \frac{1 \times 4}{1-1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} x \rightarrow 1^+ : \frac{+(x-1)}{x-1} = +1 \\ x \rightarrow 1^- : \frac{-(x-1)}{x-1} = -1 \end{array} \right\}$$

محدود

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|2-x|}{x^2-4}$$

$$\left. \begin{array}{l} x \rightarrow 2^+ : \frac{-(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{4} \\ x \rightarrow 2^- : \frac{+(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{-1}{4} \end{array} \right\}$$

محدود

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^y - 1^y x + y|}{x^y - 1}$$

$$x^y - 1^y x + y = 0 \quad \left| \begin{array}{l} x=1 \\ x=y \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{c} 1 \quad y \\ | \quad | \quad | \\ + \quad - \quad + \\ \sqrt{\quad} \quad \sqrt{\quad} \quad \sqrt{\quad} \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-(x-1)(x-y)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{y}$$

عند 1

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{+(x-1)(x-y)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-1}{y}$$

$$\begin{array}{l} |x = -1 \\ |x = \frac{1}{2} \end{array} \quad \begin{array}{c} -1 \quad \frac{1}{2} \\ | \quad | \quad | \\ - \quad + \quad - \\ \checkmark \end{array}$$

حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \left(\frac{x^3}{\underbrace{-2x^2 - x + 1}} - \frac{x^4}{4x^2 - 1} \right)$ کدوم است؟ ۱

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{x^3}{\underbrace{2x^2 + x - 1}} - \frac{x^4}{\underbrace{(4x^2 - 1)}} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{x^3(2x+1) - x^4(x+1)}{(x+1)(2x-1)(2x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{4x + 3 - 4x - 4}{(x+1)(2x-1)(2x+1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{\cancel{2x-1}}{(x+1)(\cancel{2x-1})(2x+1)} = \frac{1}{3}$$

حد چپ تابع $f(x) = \frac{(3 - [x])\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3}$ در نقطه ی $x = 3$ کدام است؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است) ۲

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(3 - [x])\sqrt{(x-3)^2}}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x-3|}{x-3}$$

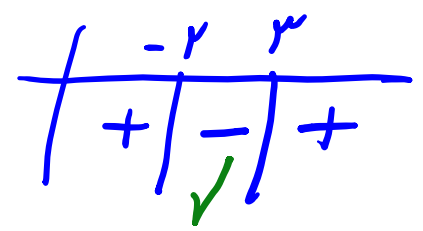
$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x-3)}{x-3} = -1$$

حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x[x] - 6}{|2x^2 - 2x - 12|}$ ، کدام است؟ () ، نماد جزء صحیح است.

۳

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-4}{|2x^2-2x-12|} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\cancel{2}(x-2)}{-\cancel{2}(x-3)(x+2)} = \frac{-1}{5}$$

$$x^2 - x - 4 = 0 \quad \left| \begin{array}{l} x=3 \\ x=-2 \end{array} \right.$$

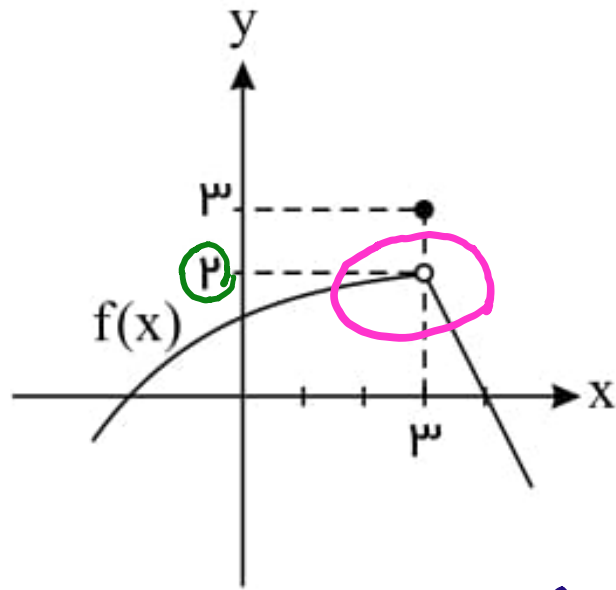


کدام است؟ حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{|1 + \cos x|}{\sin^2 x}$ ۴

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1 + \cos x}{1 - \cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\cancel{1 + \cos x}}{(1 - \cos x)(\cancel{1 + \cos x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$

با توجه به نمودار $f(x)$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^3(x) - 8}{|f(x) - 2|}$ کدام است؟



$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^3(x) - 8}{f(x) - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(f(x) - 2)(f^2(x) + 2f(x) + 4)}{-(f(x) - 2)} = -(4 + 4 + 4) = -12$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

۶ قدر مطلق تفاضل حد راست از حد چپ تابع $\frac{|x^2 - 4|}{x^2 - 4} + \frac{x - 2}{|x - 2|}$ وقتی $x \rightarrow 2$ کدام است؟

$$x \rightarrow 2^+ : \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4} + \frac{x - 2}{x - 2} = 1 + 1 = 2 \quad \checkmark$$

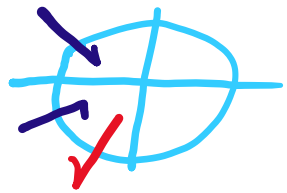
$$x \rightarrow 2^- : \frac{-(x^2 - 4)}{x^2 - 4} + \frac{x - 2}{-(x - 2)} = -1 - 1 = -2 \quad \checkmark$$

$$\text{نتیجه} = |2 - (-2)| = 4$$

$$x^2 - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \quad \begin{array}{c} -2 \quad 2 \\ \hline + \quad | \quad \checkmark \quad | \quad + \end{array}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



حاصل $A = \lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{1 + \cos^3 x}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} + \frac{|\cos x|}{\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)} \right)$ کدام است؟ ۷

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos^3 x}{1 + \cos x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 + \cos x)(1 - \cos x + \cos^2 x)}{1 + \cos x} = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-\cos x}{-\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-\cos x}{+\cos x} = -1$$

$$\text{جواب} = 3 - 1 = 2$$

$$\sin(-a) = -\sin a$$

$$\cos(-a) = \cos a$$

کدام است؟ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ ۸

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{(x-2)^2}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{(x+6)^{\frac{1}{3}}}}{x-2} = \frac{0}{0}$$

HoP $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt[3]{(x+6)^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{1^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{1}} = \frac{1}{1} = 1$

$$\sqrt[3]{1^2} = \left(\sqrt[3]{1}\right)^2 = 1^2 = 1$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۹

۹ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5x^2 - a} & , x \geq 1 \\ \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} & , -2 < x < 1 \\ b[x] + \frac{x+2}{x+2} & , x \leq -2 \end{cases}$ در $x = -2$ و $x = 1$ حد داشته باشد، مقدار $2a \times b$ کدام است؟

$$x \rightarrow 1^+ : \sqrt{5-a}$$

$$x \rightarrow 1^- : \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{2x-3}{2x} = \frac{1}{2} \rightarrow \sqrt{5-a} = \frac{1}{2} \rightarrow 5-a = \frac{1}{4} \rightarrow a = \frac{19}{4}$$

$$x \rightarrow -2^+ : \frac{1+4+1}{4-1} = \frac{10}{3} = 5$$

$$x \rightarrow -2^- : -3b + \frac{-(x+2)}{x+2} = -3b - 1 \rightarrow -3b - 1 = 5 \rightarrow b = -2$$

$$2a \times b = 2 \left(\frac{19}{4} \right) (-2) = -19$$

۱۰ اگر تابع f در نقطه $x = 1$ حدی مخالف صفر داشته باشد، $f(1)$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2 - 3x + a}, & x > 1 \\ \boxed{a+b}, & x = 1 \\ \frac{b(x-1)}{|x-1|}, & x < 1 \end{cases}$$

$$f(1) = 1+1 = 2$$

$$x \rightarrow 1^+ : \frac{0}{1-3+a} = A \rightarrow -2+a=0 \rightarrow a=2 \checkmark$$

$$\frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \frac{1}{1-3} = \frac{1}{-2} = -1 \checkmark$$

$$x \rightarrow 1^- : \frac{b(x-1)}{-(x-1)} = -b \rightarrow -b = -1 \rightarrow b=1 \checkmark$$