

آموزش حسابان یازدهم

حدهای یک طرفه (جز صحیح)

(فصل پنجم - درس دوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$\lim_{x \rightarrow 1} [x] : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} [x] = [1, 1] = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} [x] = [0, 1) = 0 \end{cases}$$

X

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{10}} \left[\frac{-1}{x} \right] : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{10}^+} \left[\frac{-1}{x} \right] = [-10^+] = [-9, 9] = -10 \\ \lim_{x \rightarrow \frac{1}{10}^-} \left[\frac{-1}{x} \right] = [-10^-] = [-10, 1] = -11 \end{cases}$$

X

$$\begin{cases} x > \frac{1}{10} \rightsquigarrow \frac{1}{x} < 10 \rightsquigarrow \frac{-1}{x} > -10 \\ x < \frac{1}{10} \rightsquigarrow \frac{1}{x} > 10 \rightsquigarrow \frac{-1}{x} < -10 \end{cases}$$

①
$$\lim_{x \rightarrow z} [x] + [-x] = \begin{cases} x \in z \rightarrow 0 \\ x \notin z \rightarrow -1 \end{cases}$$

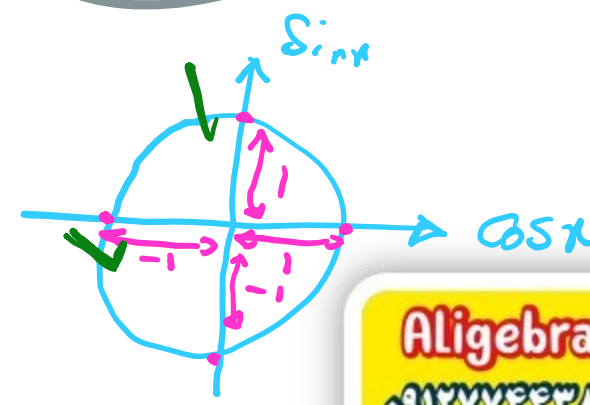
②
$$\lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{1}{x} \right] = x \times \frac{1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} [x] + [-x] = -1$$

③
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[x]}{x} = \begin{cases} x \rightarrow 0^+ : \frac{[0]}{0^+} = \frac{0}{0^+} = 0 \\ x \rightarrow 0^- : \frac{[-1]}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \end{cases}$$

④
$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} [\sin x] + [\cos x] = -1 - 1 = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2^+} [\sin x] + [\cos x] = 0 - 1 = -1$$



۱ اگر $f(x) = [x] - x$ و $g(x) = \frac{x-1}{2x}$ آنگاه $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(f(x))$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - x - 1}{2([x] - x)} = \frac{[1,9] - 2 - 1}{2([1,9] - 2)} = \frac{1 - 2 - 1}{2(1 - 2)}$$

$$= \frac{-2}{-2} = +1$$

۲ در تابع $y = \left[\frac{1}{x} \right]$ حد چپ در $x = \frac{-1}{10}$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{-1}{10}^-} \left[\frac{1}{x} \right] = \left[\frac{-10^+}{1} \right] = -10$$

$$\begin{aligned} [a^+] &= \underline{\underline{a}} \\ [a^-] &= \underline{\underline{a-1}} \end{aligned} \quad a \in \mathbb{Z}$$

$$x < \frac{-1}{10} \rightarrow \frac{1}{x} > -10$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{-1}{10}^+} \left[\frac{1}{x} \right] = \left[\frac{-10^-}{1} \right] = -11$$

$$x > \frac{-1}{10} \rightarrow \frac{1}{x} < -10$$

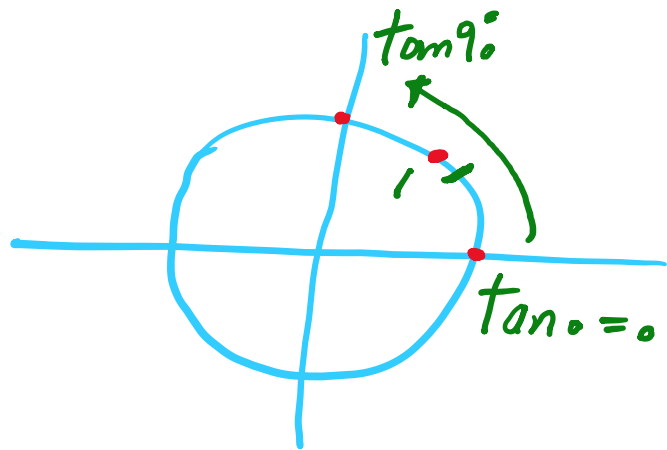
سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

اگر $f(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{[x] - 1}{1 - \tan x}$ ، آن گاه $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} f(x)$ کدام است؟ [] ، نماد جزء صحیح است.

$$x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \ominus \rightarrow x = \frac{\pi}{4}^-$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{[x] - 1}{1 - \tan x} = \frac{[\frac{\pi}{4}] - 1}{1 - 1^-} = \frac{0 - 1}{0^+} = -\infty$$



حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{[x] - \sin^2 x}{1 + \cos(\frac{\pi}{2} + x)}$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.) ۴

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} [x] = \left[\frac{\pi}{2} \right] = \left[\frac{1.57}{1} \right] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{1 - \sin x} = 1$$

۵ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (x+a)[x]$ اگر $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ باشد، عدد حقیقی a کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x+a)[x] = (2+a)[2^+] = 2+2a \quad \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x+a)[x] = (2+a)[2^-] = 2+a \quad \checkmark$$

$$2+2a - 2 - a = 3 \quad \rightarrow \quad a+2 = 3 \quad \rightarrow \quad a = 1$$

اگر تابع f با ضابطه $f(x) = a[x] + 2[1 - x]$ در $x_0 = 2$ دارای حد باشد، مقدار عددی a کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = a[2, 1] + 2[-1, 1] = 2a - 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = a[1, 1] + 2[-0, 1] = a - 2$$

$$2a - 2 = a - 2 \rightarrow a = 2$$

$$\left[\frac{\mu}{1+\varepsilon} \right] = \left[\frac{\mu}{9} \right] = \underline{\underline{\mu}}$$

حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left[\frac{\mu}{1+4x} \right]$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.) (۷)

$$x > 2 \rightarrow 4x > 8 \rightarrow 1+4x > 9 \rightarrow \frac{1}{1+4x} < \frac{1}{9}$$

$$\rightarrow \frac{\mu}{1+4x} < \frac{\mu}{9} = \underline{\underline{\mu}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left[\frac{\mu}{1+4x} \right] = [f^-] = \underline{\underline{\mu}}$$

مجموع حد راست و چپ تابع $y = [x] + [2x]$ وقتی $x \rightarrow -\frac{1}{2}$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است)

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} [x] + [2x] = \left[\frac{-1}{2}^+ \right] + [-1]^+ = -1 - 1 = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} [x] + [2x] = \left[\frac{-1}{2}^- \right] + [-1]^- = -1 - 2 = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} [x] + [2x] = -2 - 3 = -5$$

۹ اگر تابع $f(x) = \frac{x-3}{|x-3|} + (a-b)[x]$ در نقطه‌ی $x=3$ دارای حد باشد آنگاه کدام رابطه درست است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)

$$a-b = -2 \quad \text{✓}$$

$$a+b = -2 \quad \text{③}$$

$$a+b = 2 \quad \text{②}$$

$$a-2 = b \quad \text{①}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \frac{\cancel{x-3}}{+(\cancel{x-3})} + (a-b)[3^+] = \underline{1+3a-3b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \frac{\cancel{x-3}}{-(\cancel{x-3})} + (a-b)[3^-] = \underline{-1+3a-3b}$$

$$1+3a-3b = -1+3a-3b \rightarrow a-b = -2$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۰ در تابع جزء صحیح $f(x) = \left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{x}{5}\right]$ وقتی $x \rightarrow 10$ مجموع حد راست و حد چپ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 10^+} f(x) = \left[\frac{10^+}{2}\right] + \left[\frac{10^+}{5}\right] = [5^+] + [2^+] = 5 + 2 = 7$$

$$\lim_{x \rightarrow 10^-} f(x) = \left[\frac{10^-}{2}\right] + \left[\frac{10^-}{5}\right] = [5^-] + [2^-] = 4 + 1 = 5$$

$$C = 7 + 5 = 12$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{\mu}} \sqrt{x} + \left[-\frac{1}{x} \right] = -1$$

$$x \rightarrow \frac{1}{\mu}^{\oplus} : [1^{\oplus}] + [-1^{\ominus}] = 1 - 1 = -1$$

$$x \rightarrow \frac{1}{\mu}^{\ominus} : [1^{\ominus}] + [-1^{\oplus}] = 0 - 1 = -1$$