

آموزش حسابان یازدهم

کاربرد مثلثات

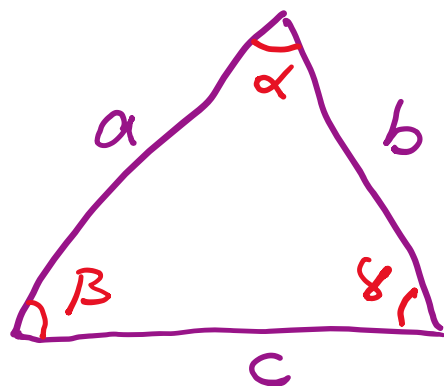
(فصل چهارم – درس سوم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

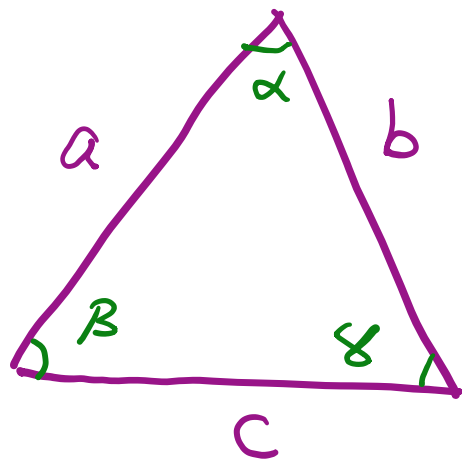
کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.



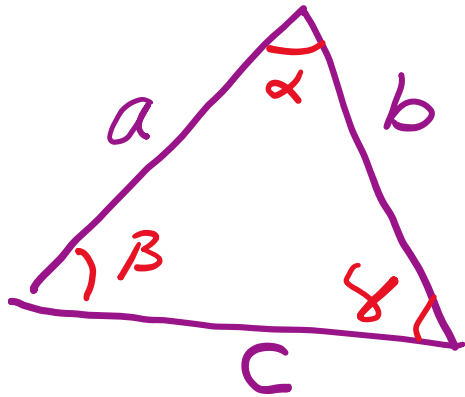
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \gamma$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$$



$$\frac{a}{\sin \gamma} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \alpha}$$

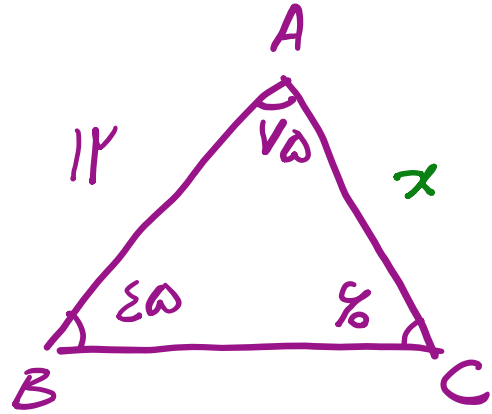


$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} ac \cdot \sin \beta$$

$$S = \frac{1}{2} bc \cdot \sin \gamma$$

۱ در مثلث ABC داریم $\hat{A} = 75^\circ$ و $\hat{B} = 45^\circ$ و ضلع $AB = 12$ است. ضلع AC کدام است؟

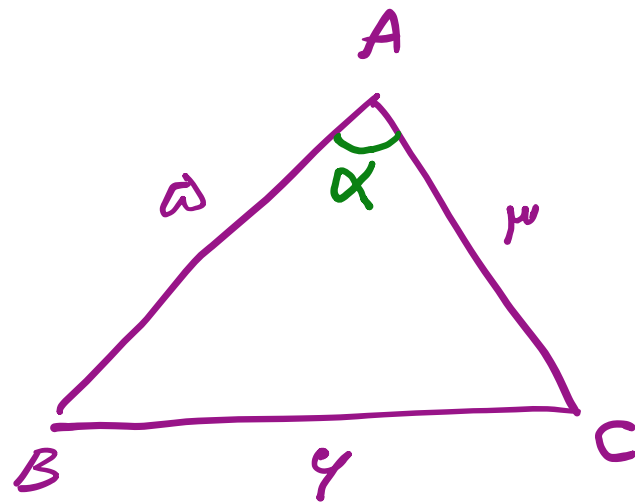


$$\frac{x}{\sin 40^\circ} = \frac{12}{\sin 75^\circ}$$

$$\rightarrow x \cdot \sin 40^\circ = 12 \cdot \sin 75^\circ$$

$$\rightarrow x = \frac{12 \sin 75^\circ}{\sin 40^\circ} = \frac{12 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{4}$$

در مثلثی به اضلاع ۶ و ۳ و ۵ واحد کسینوس زاویه بزرگتر آن کدام است؟

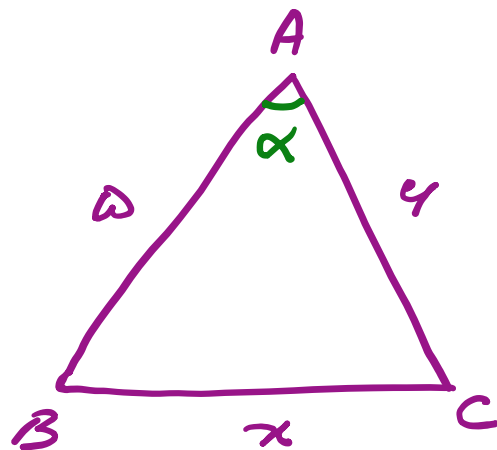


$$c^2 = a^2 + b^2 - 2(ab \cos \alpha)$$

$$4^2 = 5^2 + 3^2 - 2(5 \times 3 \cos \alpha)$$

$$\rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{5}$$

مساحت مثلثی به اضلاع ۵ و ۶ واحد برابر $\sqrt{189}$ است. ضلع سوم مثلث کدام است؟



$$S = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times \sin \alpha = \sqrt{189}$$

$$\rightarrow 15 \sin \alpha = \sqrt{189} \rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{189}}{15}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \frac{189}{225} + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{2}{5}$$

$$x^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \times 5 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = 25 + 36 - 24 = 37$$

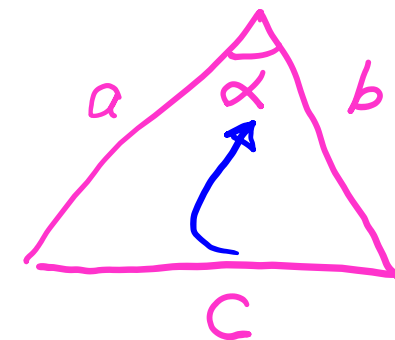
$$\rightarrow x = \sqrt{37}$$

در مثلث ABC رابطه $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$ برقرار است. زاویه C کدام است؟

$$(a+b)^2 - c^2 = 3ab \rightarrow a^2 + b^2 + 2ab - c^2 = 3ab$$

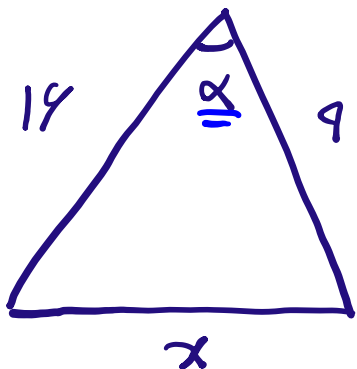
$$\rightarrow \underline{c}^2 = \underline{a}^2 + \underline{b}^2 - \underline{ab}$$

$$\rightarrow \underline{c}^2 = \underline{a}^2 + \underline{b}^2 - 2ab \cos \alpha$$



$$2 \cos \alpha = 1 \rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

مساحت مثلثی با دو ضلع ۱۶ و ۹ واحد، برابر $۲۴\sqrt{۵}$ واحد مربع است. بزرگترین ضلع این مثلث کدام است؟



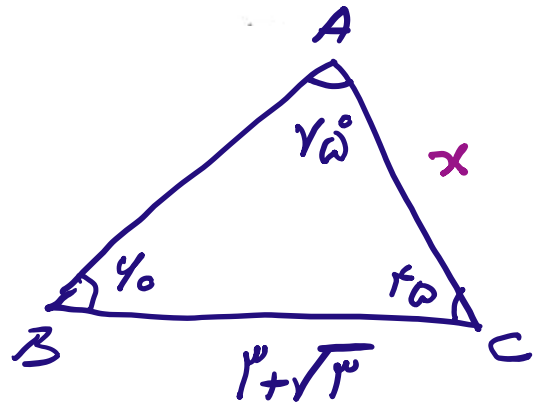
$$S = \frac{1}{2} \times 16 \times 9 \times \sin \alpha = 24\sqrt{5} \rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \frac{5}{9} + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{2}{3}$$

$$x^2 = 16^2 + 9^2 - 2(16)(9)\left(\pm \frac{2}{3}\right) \rightarrow \begin{cases} x^2 = 145 \\ x^2 = \underline{\underline{۵۲۹}} \end{cases}$$

$$\rightarrow x = \sqrt{۵۲۹} = ۲۳$$

۶ در مثلث ABC با معلوم بودن ضلع $BC = 3 + \sqrt{3}$ و زاویه‌های $\hat{B} = 60^\circ$ و $\hat{C} = 45^\circ$ ، اندازه ضلع AC ، کدام است؟



$$\frac{x}{\sin 40^\circ} = \frac{3 + \sqrt{3}}{\sin 75^\circ} \rightarrow x \sin 75^\circ = (3 + \sqrt{3}) \sin 40^\circ$$

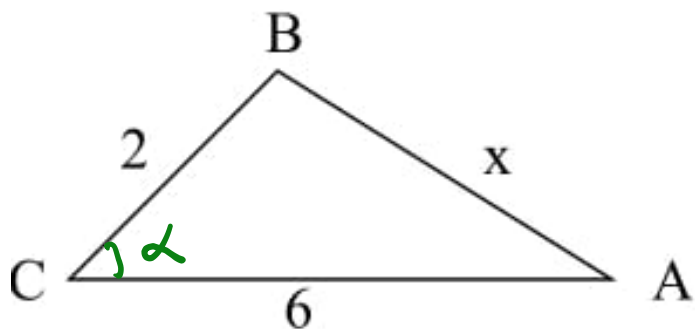
$$\rightarrow x = \frac{(3 + \sqrt{3}) \sin 40^\circ}{\sin 75^\circ} = 2\sqrt{3}$$

$$\# \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

$$\# \cos 10^\circ = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{4}}{4} \rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$$

اگر مساحت مثلث مقابل برابر ۳ باشد، مقدار x^2 کدام است؟



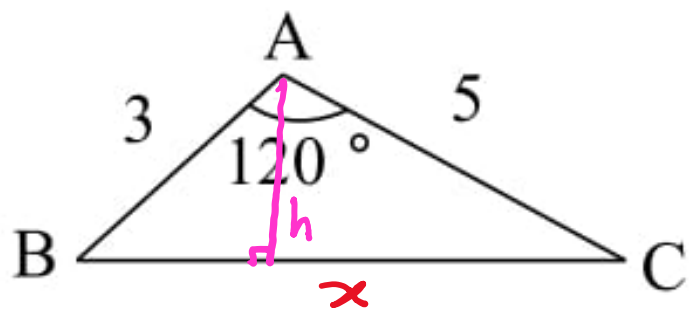
$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 \times \sin \alpha = 3$$

$$\rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$x^2 = 2^2 + 6^2 - 2 \times 2 \times 6 \times \cos 30^\circ$$

$$\rightarrow x^2 = 4 + 36 - 12\sqrt{3} \rightarrow x^2 = 40 - 12\sqrt{3}$$

در مثلث زیر، ارتفاع وارد بر ضلع BC چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



$$\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = +\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

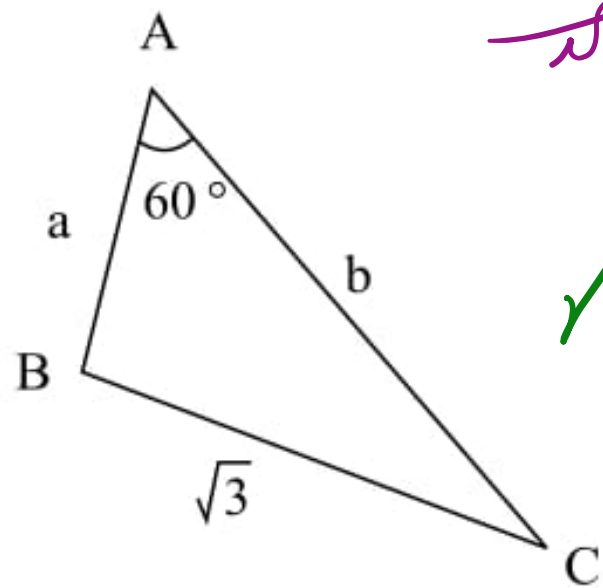
$$\cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} \times r \times \omega \times \sin 120^\circ \rightarrow S = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$x^2 = \omega^2 + r^2 - 2 \times \omega \times r \times \cos 120^\circ \rightarrow x^2 = 29 \rightarrow x = \sqrt{29}$$

$$\frac{1}{2} \times x \times h = \frac{15\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{1}{2} \times \sqrt{29} \times h = \frac{15\sqrt{3}}{2} \rightarrow h = \frac{15\sqrt{3}}{\sqrt{29}}$$

در شکل زیر مساحت مثلث $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است. مجموع اندازه دو ضلع a, b کدام است؟



$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$ab = 2$$

$$\sqrt{3}^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos 60^\circ$$

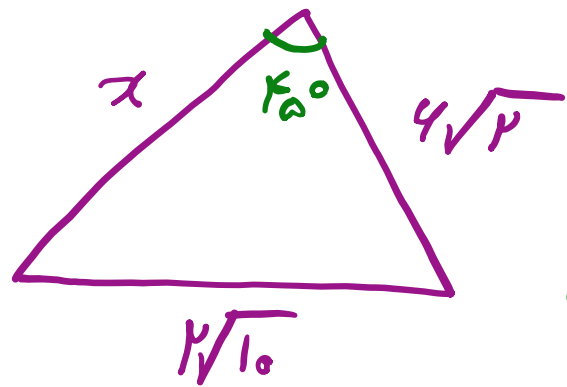
$$a^2 + b^2 = 5$$

$$a=2, b=1$$

$$a=1, b=2$$

$$a+b=3$$

۱۰ دو ضلع مثلثی $۶\sqrt{۲}$ و $۲\sqrt{۱۰}$ و زاویه روبه‌رو به ضلع $۲\sqrt{۱۰}$ برابر ۴۵° است. ضلع سوم این مثلث کدام است؟



$$(2\sqrt{10})^2 = x^2 + (4\sqrt{2})^2 - 2 \times x \times 4\sqrt{2} \times \cos 45^\circ$$

$$\rightarrow 40 = x^2 + 32 - 4x \quad \rightarrow x^2 - 4x + 8 = 0$$

$$\rightarrow (x - 1)(x - 3) = 0$$

$x = 1$
 $x = 3$