

# آموزش حسابان یازدهم

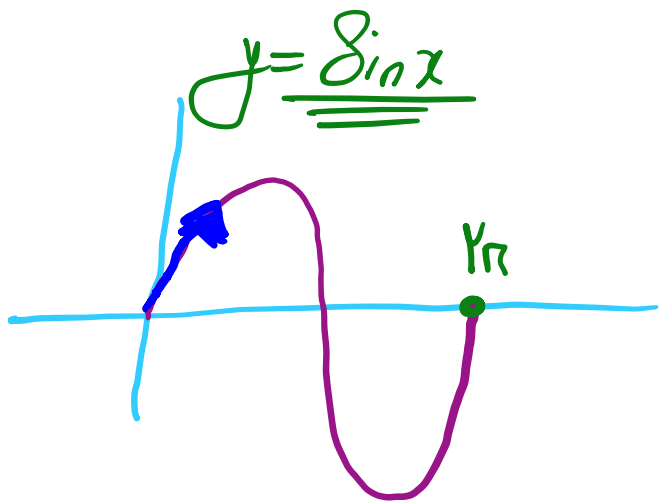
## توابع مثلثاتی

(فصل چهارم - درس سوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

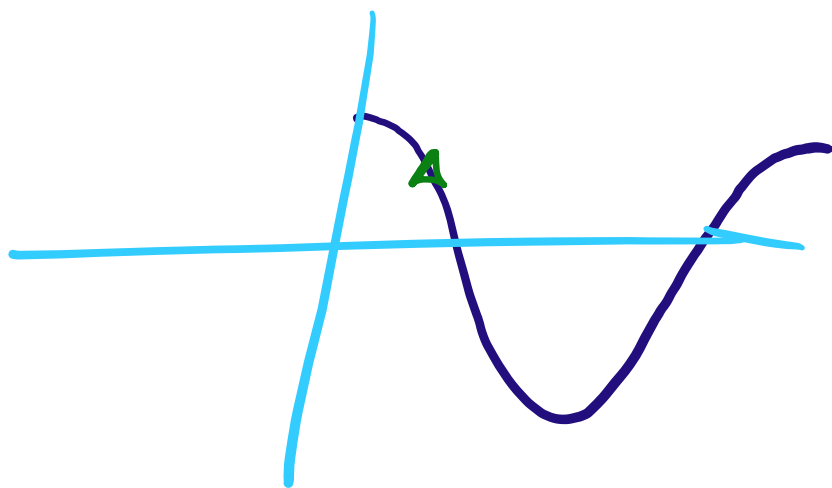
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱



$$y = a \sin bx$$

شروع بالا  $\leftarrow$   $a$  و  $b$  هم علامت  
 شروع پایین  $\leftarrow$   $a$  و  $b$  علامت

$$T = \frac{2\pi}{|b|}$$



$$y = a \cos bx$$



$$a > 0$$

$$a < 0$$

۱- شروع با ۱

۲- شروع با ۰

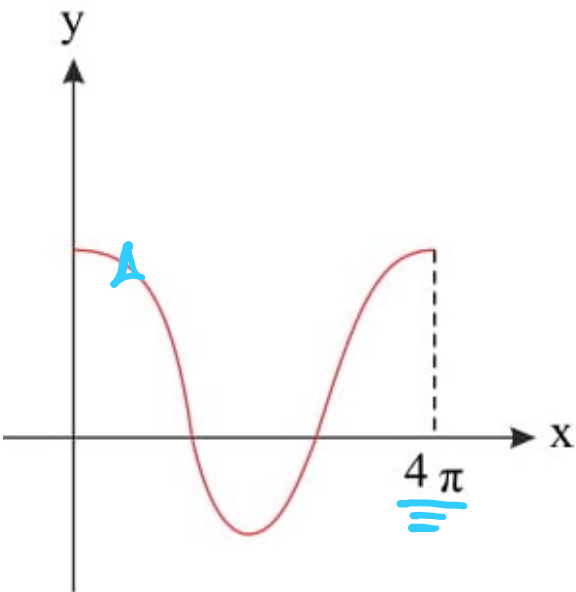
$$T = \frac{2\pi}{|b|}$$

شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = \frac{1}{2} + 2 \cos mx$  است. مقدار تابع در نقطه‌ای به طول  $x = \frac{16\pi}{3}$ ، کدام است؟

۱

$$T = \frac{2\pi}{|m|} = 2\pi \rightarrow |m| = \frac{1}{2} \rightarrow m = \pm \frac{1}{2}$$

$$\cos(-a) = \cos a \quad / \quad \sin(-a) = -\sin a$$



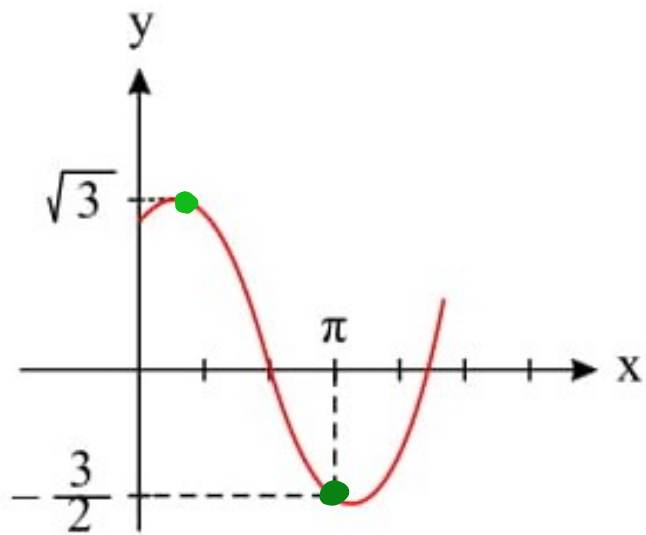
$$f = \frac{1}{2} + 2 \cos \left( \frac{1}{2} \times \frac{16\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{16\pi}{3} = \frac{1}{2} + 2 \cos \left( \frac{9\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \right)$$

$$f = \frac{1}{2} + 2 \left( -\cos \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹

شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع  $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$  است.  $b$  کدام است؟



$$\sin = 1$$

$$a + b = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} x &= \pi \\ y &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$-\frac{3}{2} = a + b \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = a - \frac{\sqrt{3}}{2} b$$

$$-3 = 2a - \sqrt{3}b$$

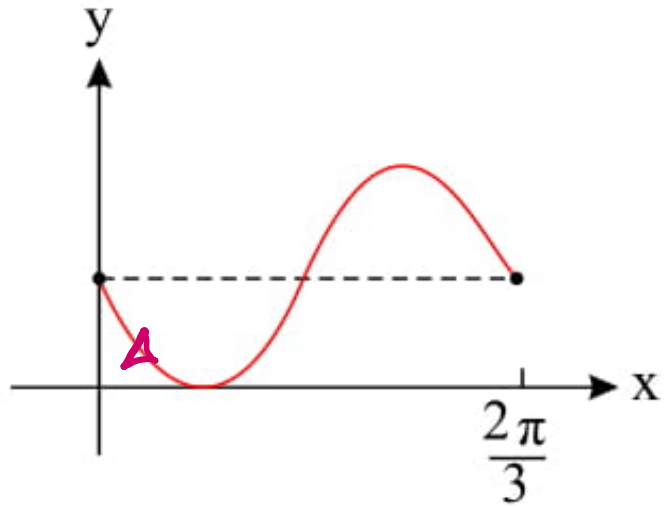
$$b = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

$$x = 0 \quad (\sqrt{3} = a + b)$$

$$b = 4 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4 = \sqrt{3}$$

$$-3 - 2\sqrt{3} = -\sqrt{3}b - 2b$$

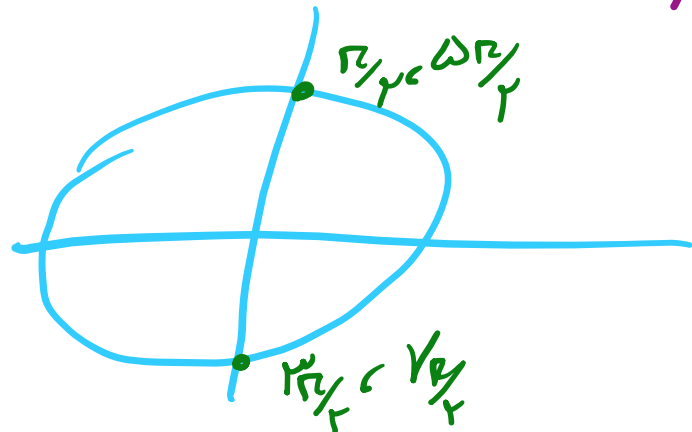
شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = 1 - \sin mx$  است. مقدار تابع در نقطه‌ی  $x = \frac{7\pi}{6}$  کدام است؟



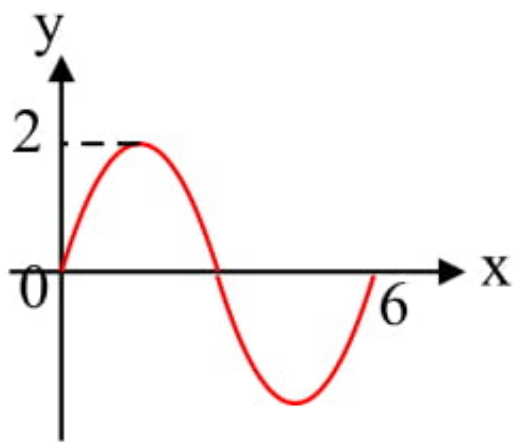
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{|m|} \rightarrow |m| = 3 \rightarrow m = 3$$

$$y = 1 - \sin\left(3x \cdot \frac{7\pi}{6}\right) = 1 - \sin \frac{7\pi}{2}$$

$$= 1 - \sin\left(\frac{4\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = 1 + \sin \frac{\pi}{2} = 2$$



شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin(b\pi x)$  است.  $a + b$  کدام است؟

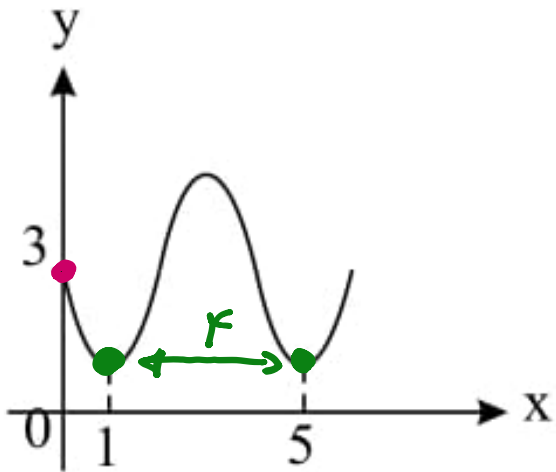


$$\sin b\pi x = 1 \rightarrow y_{\max} = 2 \rightarrow a = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} \rightarrow |b| = \frac{1}{\mu} \quad b > 0 \rightarrow b = \frac{1}{\mu}$$

$$a + b = 2 + \frac{1}{\mu} = \frac{2\mu + 1}{\mu}$$

شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع  $y = a + \sin(b\pi x)$  است. مقدار  $y$  در نقطه‌ی  $x = \frac{25}{3}$  کدام است؟ ۵



$$\begin{aligned} x=0 & \rightarrow y=3 \\ y=3 & \rightarrow 3 = a + 0 \rightarrow a=3 \end{aligned}$$

$$T = \frac{T_R}{|b\pi|} = 4 \rightarrow |b| = \frac{1}{4} \rightarrow b = -\frac{1}{4}$$

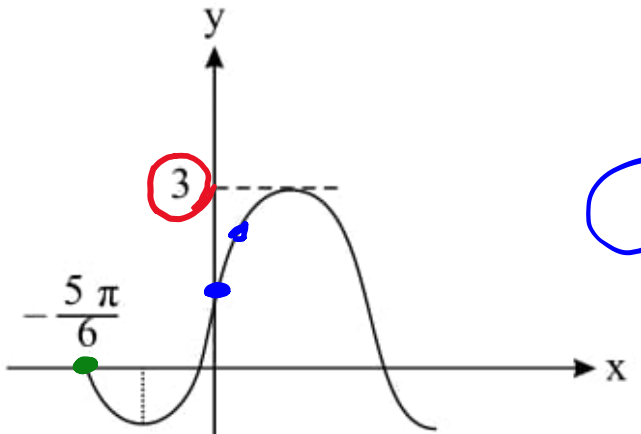
$$f = 3 + \sin\left(-\frac{1}{4} \times \pi \times \frac{25}{3}\right) = 3 - \sin\frac{25\pi}{12} = 3 - \sin\left(\frac{24\pi}{12} + \frac{\pi}{12}\right)$$

$$= 3 - \sin\frac{\pi}{12} = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$



شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع  $y = a + b \cos(\frac{\pi}{2} - x)$  است. مقدار تابع در  $x = \frac{\pi}{6}$  کدام است؟

$y = a + b \sin x$



$\sin x = 1 \rightarrow y_{max} = 3 \rightarrow a + b = 3$

$a + b \sin(-\frac{5\pi}{6}) = 0 \rightarrow a - b \sin \frac{5\pi}{6} = 0$

$b = 2$

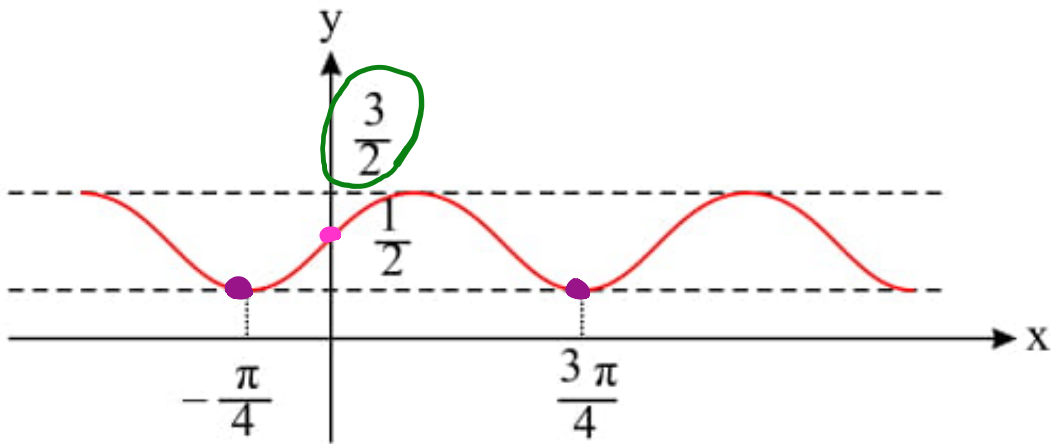
$a - \frac{1}{2}b = 0 \rightarrow b = 2a \rightarrow a + 2a = 3 \rightarrow a = 1$

$y = 1 + 2 \sin \frac{\pi}{6} = 1 + 1 = 2$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $y = 1 + a \sin bx \cos bx$  است.  $a + b$  کدام است؟

۷



$$y = 1 + \frac{a}{2} \sin 2bx$$

$$y_{\max} = \frac{3}{2} \rightarrow 1 + \left| \frac{a}{2} \right| = \frac{3}{2} \rightarrow \left| \frac{a}{2} \right| = \frac{1}{2} \rightarrow a = \pm 1$$

$$T = \pi = \frac{2\pi}{|2b|} \rightarrow |b| = 1 \rightarrow b = \pm 1$$

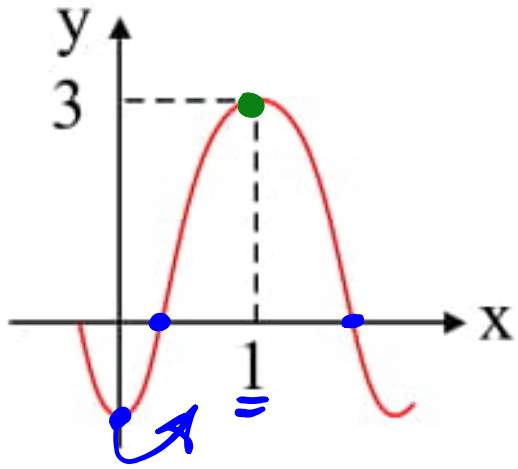
$$A \left| \begin{array}{l} a=1 \\ b=1 \end{array} \right. \rightarrow \frac{1}{2} f$$

$$B \left| \begin{array}{l} a=-1 \\ b=-1 \end{array} \right. \rightarrow -\frac{1}{2} f$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۸ اگر قسمتی از نمودار تابع  $y = 1 + a \cos b\pi x$  به صورت مقابل باشد،  $a$  کدام است؟



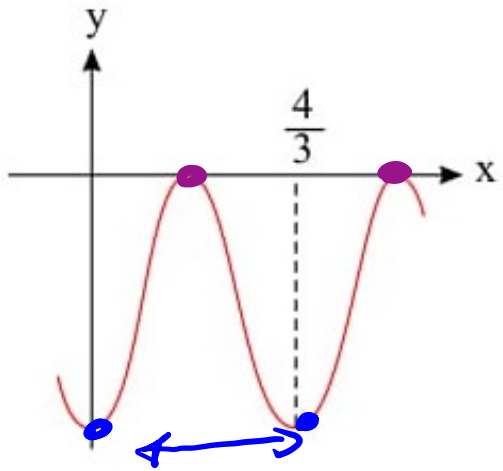
$$T=2 \rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \rightarrow |b|=1 \rightarrow b = \pm 1$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$$

$$1 + a \cos(\pm 1 \times \pi \times 1) = 3 \rightarrow 1 - a = 3$$

$$\rightarrow a = -2$$

شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = -2 + a \cos \pi(1 + bx)$  است. در این صورت  $ab$  کدام می‌توانند باشد؟ ( $a > 0$ )



$$f(x) = -2 + a \cos(\pi + b\pi x) = -2 - a \cos b\pi x$$

$$T = \frac{4}{3} = \frac{2\pi}{|b\pi|} \rightarrow |b| = \frac{3}{2} \rightarrow b = \pm \frac{3}{2}$$

$$f_{\max} = 0 \rightarrow -2 - a(-1) = 0$$

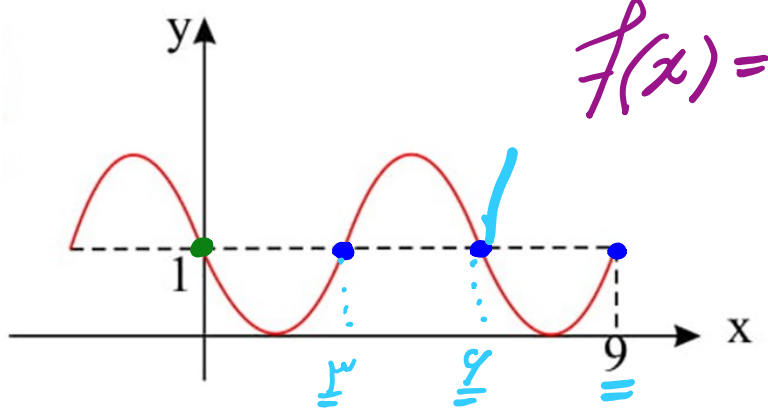
$$\rightarrow -2 + a = 0$$

$$\rightarrow a = 2$$

$$a \cdot b = 2 \left( \pm \frac{3}{2} \right) = \pm 3$$

نمودار زیر مربوط به تابع  $f(x) = a + \cos(-\frac{1}{\mu} + bx)\pi$  می باشد. حاصل  $f(۲۹)$  کدام است؟

$f(x) = a + \cos(-\frac{\pi}{\mu} + b\pi x) = a + \overset{+}{\sin} b\pi x \overset{-}$



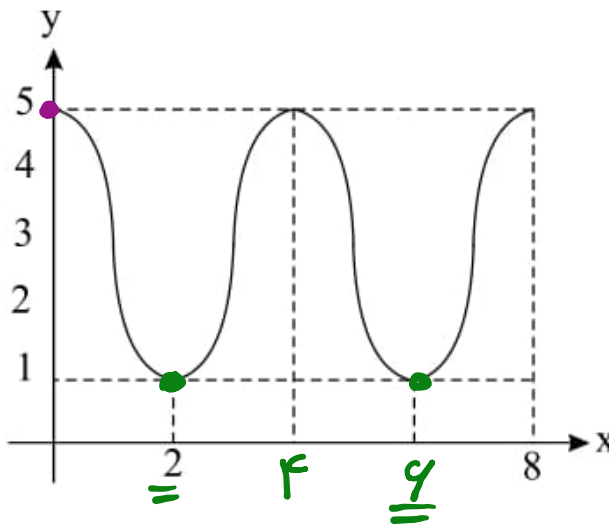
$x=0$   
 $y=1 \rightarrow a+0=1 \rightarrow a=1$

$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} \rightarrow |b| = \frac{1}{3} \rightarrow b = -\frac{1}{3}$

$f(۲۹) = 1 + \sin(-\frac{1}{3} \times \pi \times ۲۹) = 1 - \sin(\frac{10\pi}{3} - \frac{\pi}{3}) = 1 + \sin \frac{\pi}{3}$

$y = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

11 نمودار معادله‌ی  $y = a \cos b\pi x + 3$  مطابق شکل زیر است؛ حاصل  $a + b$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟



$$\begin{aligned} & \text{at } x=0, y=5 \rightarrow a \cdot 1 + 3 = 5 \rightarrow a = 2 \end{aligned}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|}$$

$$\rightarrow |b| = \frac{1}{4} \rightarrow b = \pm \frac{1}{4}$$

$$a + b = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$a + b = 2 - \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

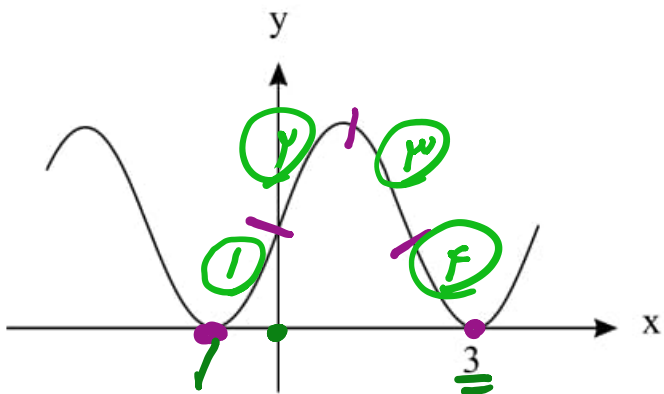
$\frac{7}{4}$  (2)

1 (4)

$\frac{5}{4}$  (1)

$\frac{3}{4}$  (3)

۱۲ قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + \sin(b\pi x)$  به صورت زیر است،  $a + b$  کدام است؟



$$y_{\min} = 0 \rightarrow a - 1 = 0 \rightarrow a = 1$$

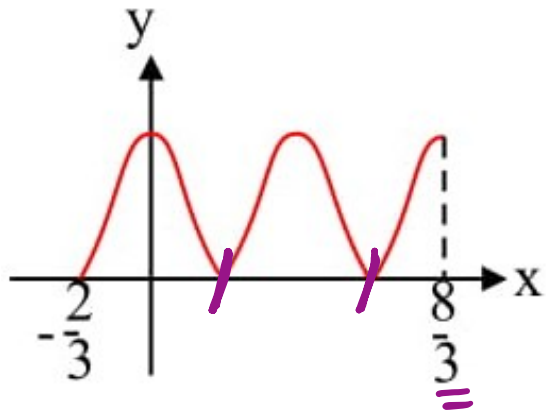
$$\frac{1}{4} T = 3 \rightarrow T = 4$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 4 \rightarrow |b| = \frac{1}{4}$$

$$b > 0 \rightarrow b = +\frac{1}{4}$$

$$a + b = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

شکل مقابل نمودار تابع  $f(x) = 3 + a \cos(b\pi x)$  است، حاصل  $(a + 2b)$  برابر با کدام گزینه می‌تواند باشد؟ ۱۳



- ۳ (۲)  
۶ (۳) ✓

- ۳ (۱)  
-۶ (۳)

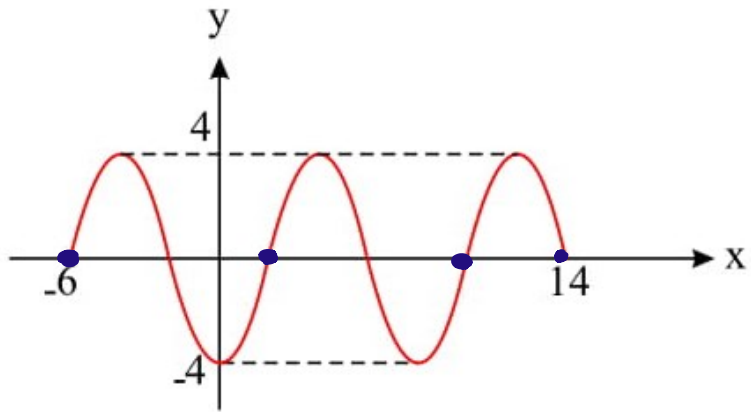
$$y_{\min} = 0 \rightarrow 3 + a(-1) = 0 \rightarrow a = 3$$

$$\frac{\omega}{2} T = \frac{10}{3} \rightarrow T = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{4}{3} \rightarrow |b| = \frac{3}{2}$$

$$a + 2b \rightarrow \begin{cases} 3 + 2\left(\frac{3}{2}\right) = 6 \\ 3 + 2\left(-\frac{3}{2}\right) = 0 \end{cases}$$



۱۴ اگر شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \cos(\pi + bx)$  باشد، مقدار  $f(-\frac{32}{3})$  کدام است؟



$$f(x) = -a \cos bx$$

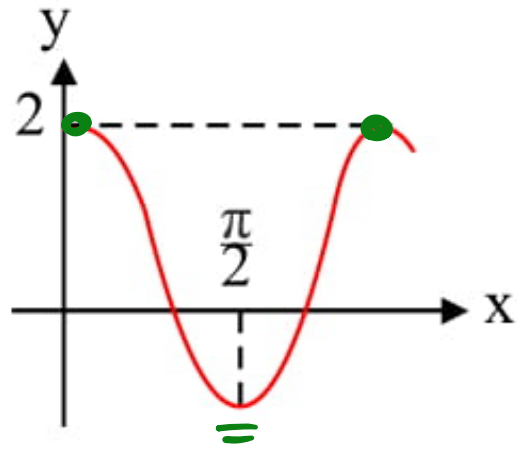
$$y_{\max} = 4 \rightarrow -a(-1) = 4 \rightarrow a = 4$$

$$\frac{\omega}{T} = \frac{1}{10} \rightarrow T = 10 = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = \frac{\pi}{5} \rightarrow b = \pm \frac{\pi}{5}$$

$$f\left(-\frac{32}{3}\right) = -4 \cos\left(\frac{\pi}{5} \times \frac{32}{3}\right) = -4 \cos \frac{32\pi}{15} = -4 \left(\frac{-1}{2}\right) = 2$$

$$\cos(-a) = \cos a \quad / \quad \sin(-a) = -\sin a$$

۱۵ اگر نمودار تابع  $y = a \cos bx$  به صورت روبه‌رو باشد، کدام مقدار برای  $a + b$  ممکن است؟



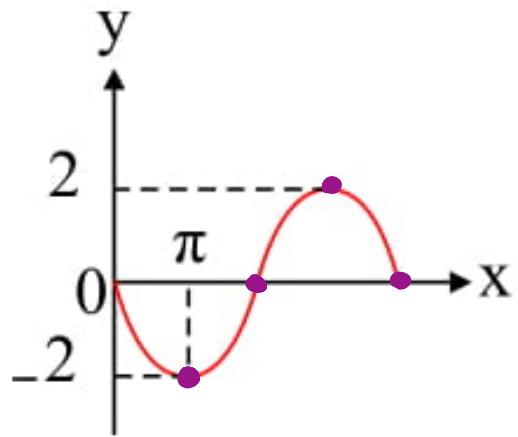
$$y_{max} = 2 \rightarrow a \times 1 = 2 \rightarrow a = 2$$

$$T = \pi \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2 \rightarrow b = \pm 2$$

$$a + b = 2 + 2 = 4$$

$$a + b = 2 - 2 = 0$$

۱۶ اگر نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = b \cos\left(\frac{3\pi}{2} + ax\right)$  به صورت زیر باشد،  $ab$  کدام است؟ ( $a > 0$ )



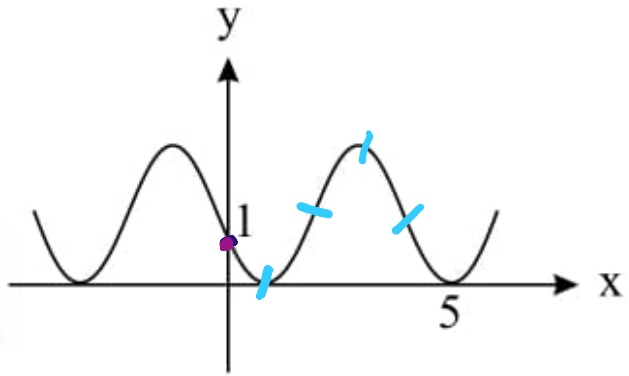
$$y = b \sin ax$$

$$y_{\max} = 2 \rightarrow b \times (-1) = 2 \rightarrow b = -2$$

$$\frac{T}{4} = \pi \rightarrow T = 4\pi \rightarrow \frac{2\pi}{|a|} = 4\pi \rightarrow |a| = \frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$a \cdot b = \left(\frac{1}{2}\right) (-2) = -1$$

۱۷) قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a - \cos(\pi(\frac{1}{2} + bx))$  به صورت زیر است.  $a + b$  کدام است؟



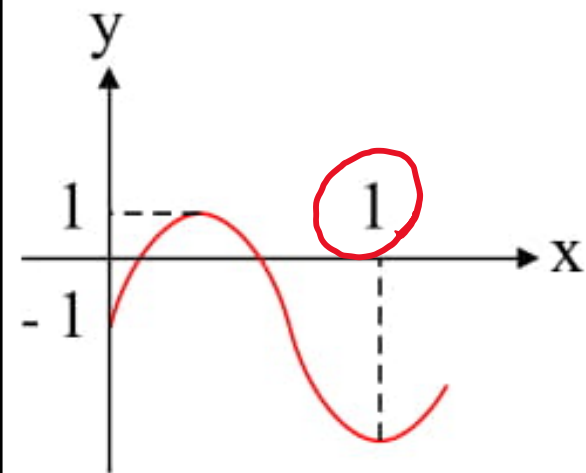
$$f(x) = a - \cos\left(\frac{\pi}{2} + b\pi x\right) = a + \sin b\pi x$$

$$y_{\min} = 0 \rightarrow a - 1 = 0 \rightarrow a = 1$$

$$\frac{\omega T}{2\pi} = 5 \rightarrow T = 4 \rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 4 \rightarrow |b| = \frac{1}{2} \rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$a + b = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin b\pi x - 1$  است. مقدار  $a + b$  کدام می تواند باشد؟

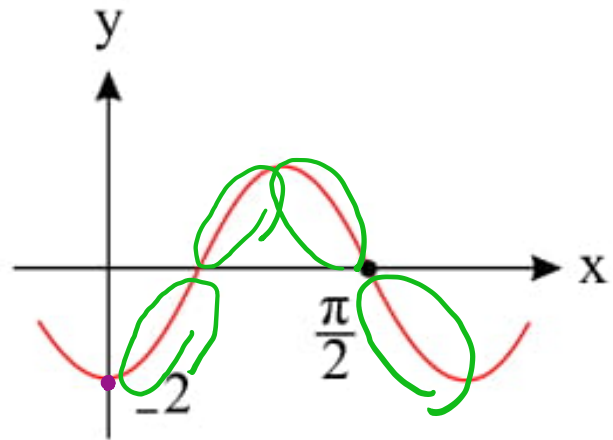


$$y_{\max} = 1 \rightarrow a - 1 = 1 \rightarrow a = 2$$

$$T = \frac{4}{\mu} \rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{4}{\mu} \rightarrow |b| = \frac{\mu}{2} \rightarrow b = \pm \frac{\mu}{2}$$

$$a + b = 2 + \frac{\mu}{2} = \frac{\mu}{2} \omega$$

شکل زیر، نمودار تابع  $f(x) = a \sin\left(bx + \frac{\pi}{2}\right)$  است. مقدار  $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$  کدام است؟ 19



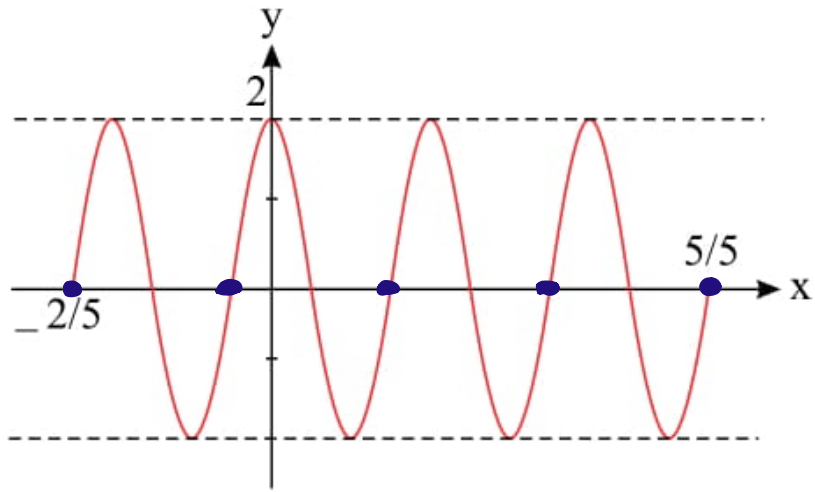
$$f(x) = a \cos bx$$

$$y_{\min} = -2 \rightarrow a(1) = -2 \rightarrow a = -2$$

$$\frac{2\pi}{3} T = \frac{\pi}{2} \rightarrow T = \frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{3} \rightarrow |b| = 3$$

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = -2 \cos\left(3 \times \frac{\pi}{12}\right) = -2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\sqrt{3}$$

۲۰ شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin \pi \left( \frac{1}{2} + bx \right)$  است. حاصل  $ab$  کدام می تواند باشد؟



$$y = a \sin \left( \frac{\pi}{2} + b\pi x \right) = a \cos b\pi x$$

$$y_{\max} = 2 \rightarrow a(1) = 2 \rightarrow a = 2$$

$$4T = 1 \rightarrow T = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{\frac{1}{4}\pi}{|b|\pi} = \frac{1}{4} \rightarrow |b| = 1 \rightarrow \underline{\underline{b = \pm 1}}$$

$$a \cdot b = 2 (\pm 1) \rightarrow \begin{cases} +2 \\ -2 \end{cases}$$