

آموزش حسابان یازدهم

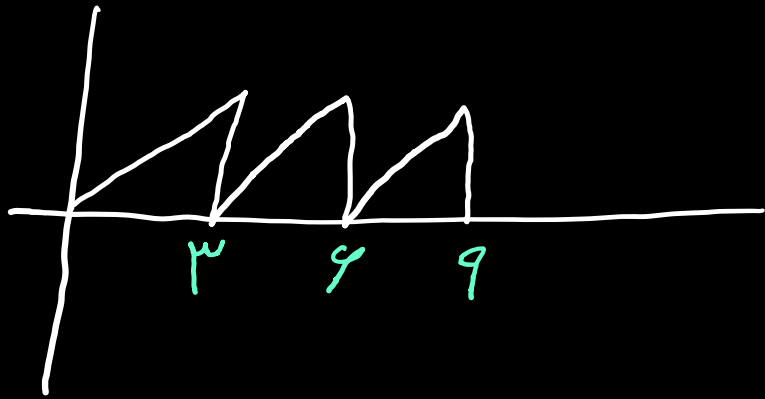
دوره تناوب

(فصل چهارم - درس سوم)

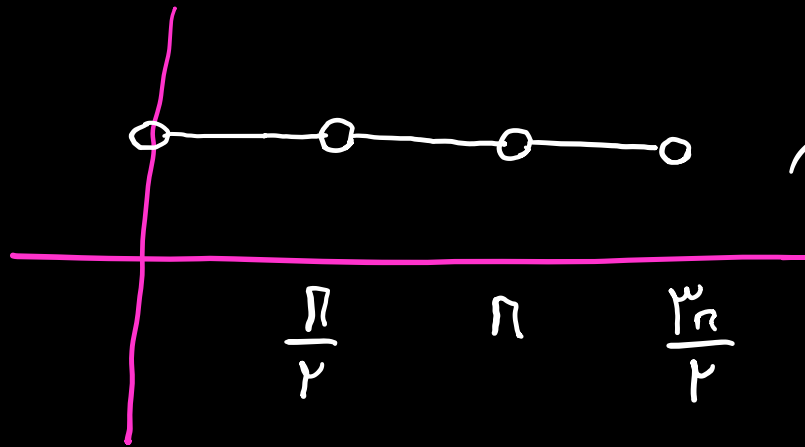
علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱



$$T = \mu$$



$$T = \frac{\pi}{2}$$

$$y = \sin^{\text{فرد}} ax \rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|}$$
$$y = \cos^{\text{فرد}} ax$$

$$\text{سایر مشتقات} : T = \frac{\pi}{|a|}$$

$$y = \sin^{\text{زوج}} \omega x \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$y = \sin^{\text{زوج}} kx \rightarrow T = \frac{\pi}{k}$$

$$y = \cos^{\text{زوج}} q x \rightarrow T = \frac{2\pi}{q} = \frac{\pi}{\frac{q}{2}}$$

$$y = \tan^{\text{زوج}} kx \rightarrow T = \frac{\pi}{k}$$

$$y = k \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{q}\right) + 1 \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

۱- به ازای چند مقدار صحیح a ، دوره تناوب دو تابع $y_2 = -3 \cos 3ax - 2$ و $y_1 = -2 \sin((a^2 + 2)x) + 3$ یکسان است؟

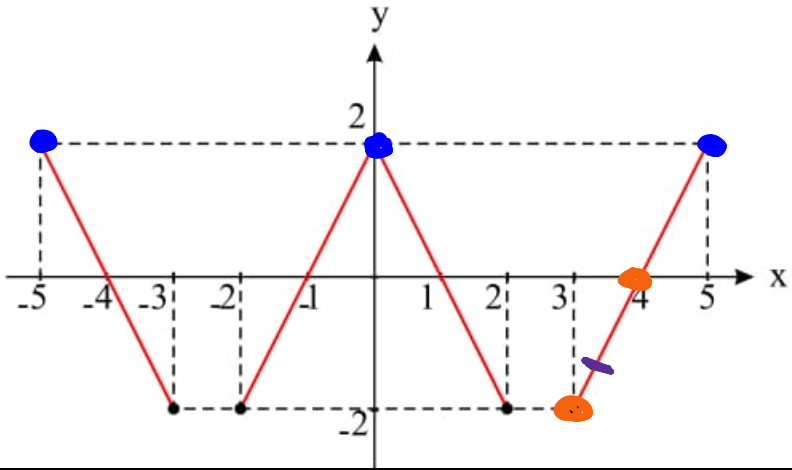
$$T_1 = \frac{2\pi}{|a^2 + 2|} \quad T_2 = \frac{2\pi}{|3a|}$$

$$\frac{2\pi}{|a^2 + 2|} = \frac{2\pi}{|3a|} \rightarrow |a^2 + 2| = |3a| \rightarrow \begin{cases} a^2 + 2 = 3a \\ a^2 + 2 = -3a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 3a + 2 = 0 \\ a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + 3a + 2 = 0 \\ a = -1 \\ a = -2 \end{cases}$$

۲- قسمتی از نمودار تابع متناوب $y = f(x)$ به شکل زیر است. $f(۱۲۸, ۱)$ کدام است؟



$$T = 5$$

۱, ۸ ①

-۱, ۸ ② ✓

-۰, ۲ ③

④ تعریف نشده

$$f(128, 1) = f(\underline{25 \times 5 + 3}, 1) = f(3, 1)$$

$$A \begin{matrix} 3 \\ -2 \end{matrix} \quad B \begin{matrix} 4 \\ 0 \end{matrix} \quad a = \frac{-2 - 0}{3 - 4} = 2 \rightarrow y = 2x + b \quad \begin{matrix} 4 \\ 0 \end{matrix} \rightarrow 0 = 8 + b \rightarrow b = -8$$

$$y = 2x - 8 \rightarrow f(3, 1) = 2 \times 3 - 8 = -2$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۳- دوره تناوب تابع $y = \sin^2 \frac{3x}{4} + \cos^3 \frac{2x}{3}$ کدام است؟

$$T_1 = \frac{\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{4\pi}{3}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = \frac{3\pi}{1}$$

$$T_1 = \frac{4\pi}{3}$$

صوت: ۲۲
مخبر: ۲۳

$$T = \frac{12\pi}{1} = 12\pi$$

$$T_1 = \frac{3\pi}{1}$$

$$T_3 \rightarrow \frac{1}{4}$$

$$T_4 \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$T_5 \rightarrow \frac{1}{5}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۴- اگر $f(x)$ تابعی متناوب با دوره تناوب ۵ و در بازه $[0, 5)$ به صورت $f(x) = 2x - 3$ باشد، مقدار عددی $f(25) + f(32)$ کدام است؟

$$f(\underline{5 \times 5} + 0) + f(\underline{6 \times 5} + 2) = f(0) + f(2)$$

حوا \Rightarrow

$$\begin{cases} f(0) = 0 - 3 = -3 \\ f(2) = 4 - 3 = 1 \end{cases}$$

۵- دوره تناوب تابع با ضابطه $y = 3 \sin cx - 2$ برابر π است. قدرمطلق مجموع مقادیر ماکسیمم و مینیمم تابع با ضابطه $y = \pi \sin(-x) + c$ کدام است؟

$$T = \frac{2\pi}{|c|} = \pi \rightarrow |c| = 2 \rightarrow c = \pm 2$$

$$y = \pi \sin(-x) + c \rightarrow \begin{cases} y_{\max} = \pi + c \\ y_{\min} = -\pi + c \end{cases} \rightarrow 2c$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} c = 2 \\ c = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \pi + 2 \\ -\pi + 2 \end{cases} = 2 \\ & \begin{cases} c = 2 \\ c = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \pi - 2 \\ -\pi - 2 \end{cases} = -2 \end{aligned}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

٦- دورهٔ تناوب تابع $f(x) = \sin x \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x)$ کدام است؟

$$f' = \frac{1}{2} \sin 2x \cdot (-\cos 2x) = -\frac{1}{2} \sin 2x \cdot \cos 2x$$

$$f'' = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) = -\frac{1}{4} \sin 2x$$

$$T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۷- اگر دوره تناوب تابع $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ برابر T باشد، تابع f در بازه‌های $(0, \frac{T}{2})$ و $(\frac{T}{2}, T)$ به ترتیب چگونه است؟

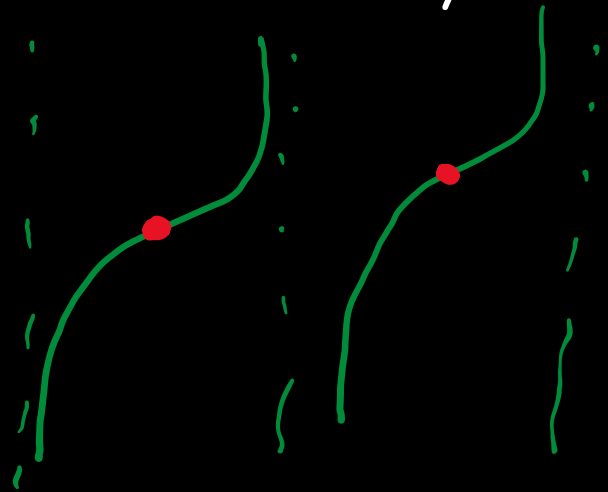
۴ نزولی - نزولی

۳ نزولی - صعودی

۲ صعودی - نزولی

۱ صعودی - صعودی

$$f(x) = \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}$$



۸- اگر برد تابع $f(x) = a \cdot \sin^2 bx$ برابر $[0, 5]$ باشد، دوره تناوب $g(x) = 2b \cos \frac{ax}{2}$ کدام است؟ ($a > 0$)

$$y = a \sin^2 bx \rightarrow \begin{cases} \sin^2 bx = 0 \\ \sin^2 bx = 1 \end{cases} \rightarrow [0, a] = [0, 5] \rightarrow \underline{\underline{a = 5}}$$

$$g(x) = 2b \cos \frac{ax}{2} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{a}{2}} = \frac{4\pi}{a}$$

۹- اگر $f(x) = \sin x - \cos x$ و $g(x) = \sin x + \cos x$ ، آنگاه دوره تناوب تابع $f \cdot g$ کدام است؟

$$f \cdot g = (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x) = \sin^2 x - \cos^2 x$$

$$f \cdot g = -\cos 2x \rightarrow T = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰- تابع متناوب f در بازه $[-۳, -۱]$ به صورت

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{3} \sin \pi x & -۳ \leq x < -۲ \\ -۱۳ \cos^2 \frac{\pi x}{۲} & -۲ \leq x < -۱ \end{cases}$$

تعریف شده

است. اگر دوره تناوب تابع برابر ۲ باشد، مقدار $f(f(۲۸,۵))$ کدام است؟

$$f(۲۸,۵) = f(\underline{\underline{۲۸,۵ - ۱,۵}}) = f(-۱,۵) = -۱۳ \cos^2 \frac{۳\pi}{۴} = -۹,۵$$

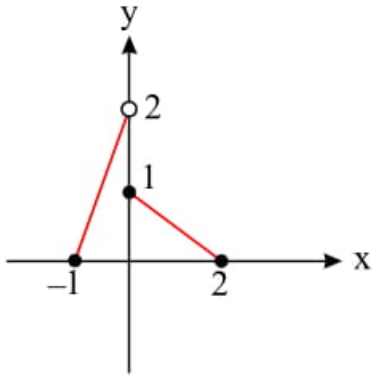
$$f(f(۲۸,۵)) = f(-۹,۵) = f(-۲ \times ۲ - ۱,۵) = f(-۲,۵)$$

$$f(-۲,۵) = \sqrt{3} \sin \left(\frac{-۵\pi}{۲} \right) = -\sqrt{3}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۱- اگر شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع متناوب $y = f(x)$ با دوره تناوب ۳ باشد، حاصل $f(-۳۴,۵)$ کدام است؟



۰,۲۵ ①

۰,۷۵ ②

۱,۲۵ ③

۱,۷۵ ④

$$f(-۳۴,۵) = f(-\underline{۱۲} \times ۳ + ۱,۵) = f(۱,۵)$$

$$A \begin{array}{l} | \\ 1 \end{array} \quad B \begin{array}{l} | \\ 2 \end{array} \quad a = \frac{1-0}{0-2} = \frac{-1}{2} \rightarrow y = \frac{-1}{2}x + 1$$

$$f(۱,۵) = \frac{-1}{2} \times \frac{۳}{۲} + 1 = \frac{1}{۴} = ۰,۲۵ \quad \checkmark$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

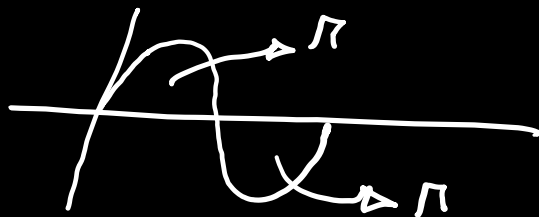
ALIGEBRA.COM

$$f(x) = \begin{cases} \cos x \cdot \sin x & \sin x \geq 0 \\ -\cos x \cdot \sin x & \sin x < 0 \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\mu} \sin^2 x & \sin x \geq 0 \\ \frac{-1}{\mu} \sin^2 x & \sin x < 0 \end{cases}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\mu} = \pi$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\mu} = \pi$$

$$T = \pi + \pi = 2\pi$$



۱۳- اگر برد تابع $f(x) = a \sin bx + c$ برابر $[-1, 6]$ باشد و دوره تناوب آن $T = 4$ باشد مقدار $f(\frac{1}{3})$ کدام

$$\begin{cases} \sin bx = 1 \rightarrow a + c = 6 \\ \sin bx = -1 \rightarrow -a + c = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = \frac{5}{2} \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$T = 4 \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = 4 \rightarrow b = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2} \times \sin \frac{\pi}{6} + \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{11}{4}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

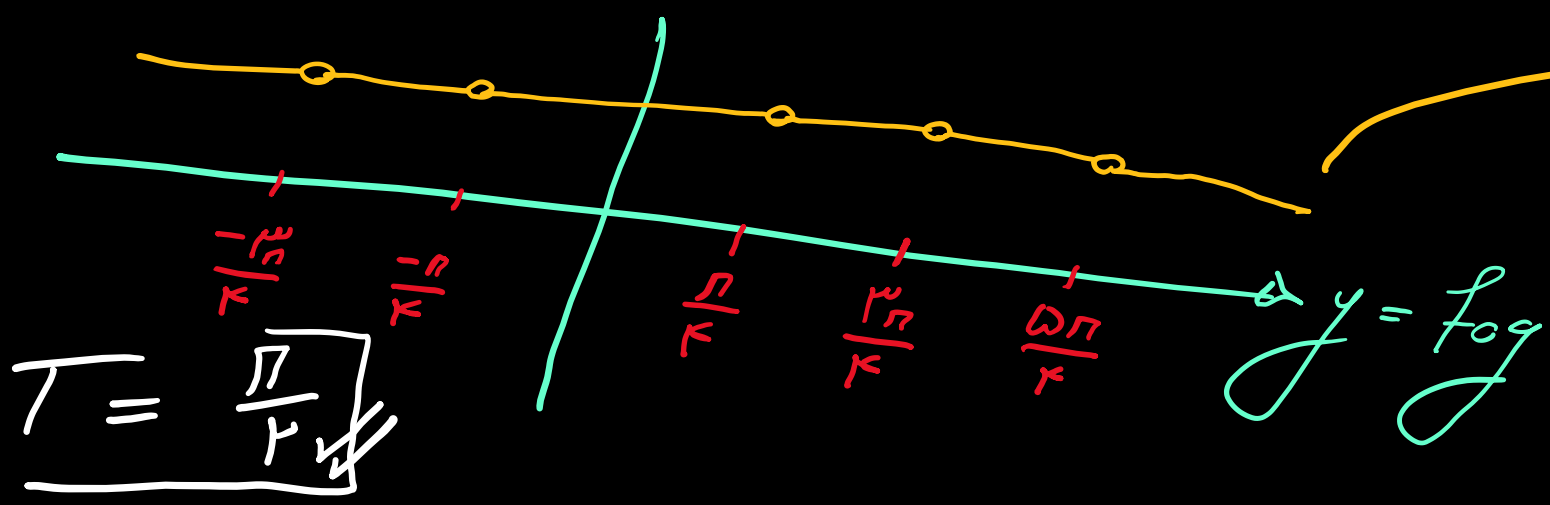
ALIGEBRA.COM

۱۴- اگر $f(x) = 2 \cos^2 x - \cos 2x$ و $g(x) = \tan 2x$ باشد، دوره تناوب تابع $y = (f \circ g)(x)$ کدام است؟

$$f(x) = 2 \cos^2 x - (\cos 2x) = 2 \cos^2 x - (\cos^2 x - \sin^2 x) = \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \Rightarrow f \circ g(x) = 1$$

$$D_{f \circ g} = \left\{ x \in D_f \mid g(x) \in D_f \right\} \Rightarrow D_{f \circ g} = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}k \right\}$$

$$2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$



$$T = \frac{\pi}{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۵- دوره تناوب اساسی تابع $y = \sin^2 2x \cos^2 2x$ چقدر است؟

$$f = (\sin 2x \cdot \cos 2x)^2 = \left(\frac{1}{2} \sin 4x \right)^2$$

$$= \frac{1}{4} \sin^2 4x$$

$$T = \frac{\pi}{4}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM