

# آموزش حسابان یازدهم

## رادیان

(فصل چهارم - درس اول)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{R}$$

۴ رادیان معادل چند درجه است؟

$$\frac{D}{110} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{110} = \frac{4}{\pi, 14}$$

$$\rightarrow \pi, 14 D = 4 \times 110 \rightarrow D = 229, 4^\circ$$

$$R = \frac{\pi}{3} \rightarrow D = \frac{110^\circ}{3} = 36, 6^\circ$$

$$R = \frac{\pi}{2} \rightarrow D = 2 \times \underline{57, 3^\circ} = 114, 6^\circ$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

اگر اندازه‌ی دو زاویه از مثلثی  $\frac{\pi}{3}$  و  $\frac{\pi}{4}$  رادیان باشد زاویه‌ی سوم این مثلث چند رادیان و چند درجه است؟

$$\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + x = \underline{\pi} \rightarrow x = \pi - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{12}$$

$$\underline{R} = \frac{5\pi}{12}$$

$$\rightarrow D = \frac{5 \times 180}{12} = 75^\circ$$

چند دقیقه طول می کشد تا عقربه‌ی دقیقه شمار ساعت  $\frac{7\pi}{12}$  رادیان دوران کند؟

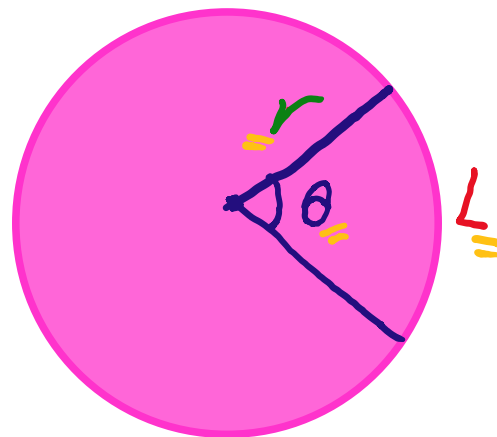
$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \quad \rightarrow \quad \frac{t}{90} = \frac{R}{\pi}$$

$$\rightarrow \frac{t}{90} = \frac{\frac{V_R}{12}}{2\pi} \quad \rightarrow \quad t = \frac{V \times \cancel{90}^{\omega}}{2 \times \cancel{12}} = \frac{3\omega}{2} = 1\frac{1}{2}\omega$$

$$t = 1\frac{1}{2}\omega$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



$$L = r \times \theta$$

ادیان

زاویه  $\theta$  کمانی به طول  $\frac{1}{2}$  سانتی متر در دایره‌ای با شعاع  $\frac{1}{4}$  سانتی متر بریده است. مقدار  $\theta$  بر حسب رادیان کدام است؟

$$L = R \cdot \theta \rightarrow \theta = \frac{L}{R} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = 2$$

$$\theta = \underline{\underline{2}} \text{ رادیان}$$

$$D = 2 \times 57 = 114^\circ$$

اگر طول کمان دایره‌ای به زاویه مرکزی  $\frac{5\pi}{12}$  رادیان برابر  $\frac{25\pi}{6}$  باشد قطر دایره را بدست آورید.

$$L = r \cdot \alpha \rightarrow \frac{25\pi}{6} = r \cdot \frac{5\pi}{12} \rightarrow r = 10$$

$$\rightarrow D = 2r = 2 \times 10 = 20$$

$$S = \pi r^2 = \pi \times 10^2 = 100\pi$$

$$P = 2\pi r = 2\pi \times 10 = 20\pi$$



در دایره‌ای به شعاع ۵ متر طول کمان روبرو به زاویه‌ی  $120^\circ$  چند متر است؟

$$\frac{P}{180} = \frac{R}{r} \rightarrow \frac{120}{180} = \frac{R}{5} \rightarrow R = \frac{20}{3}$$

$$L = r \cdot \alpha = 5 \times \frac{2\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$$

اگر دو زاویه از مثلثی  $\frac{\pi}{5}$  رادیان و  $\frac{2\pi}{5}$  رادیان باشد، نوع مثلث را مشخص کنید.

$$\frac{\pi}{5} + \frac{2\pi}{5} + \chi = \pi \rightarrow \chi = \pi - \frac{3\pi}{5} = \frac{2\pi}{5}$$

$$A = \frac{2\pi}{5}$$
$$B = \frac{\pi}{5}$$

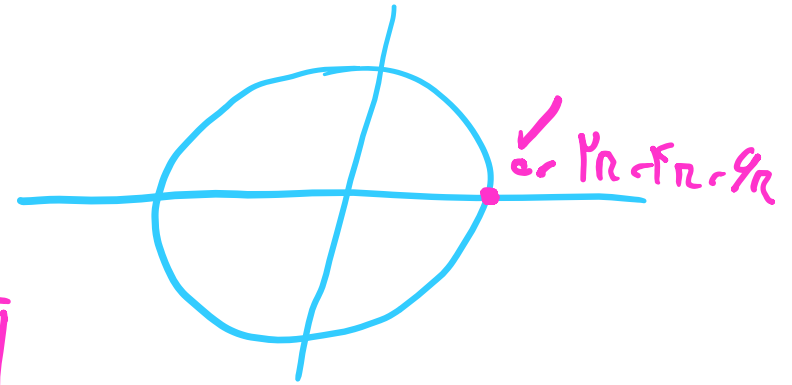
مساوی الساقین

چرخ و فلکی دارای ۳۰ کابین است و ما، در کابین شماره ۸ قرار داریم اگر به اندازه  $\frac{32\pi}{5}$  رادیان و در جهت مثلاً

بچرخیم، در موقعیت چه کابینی قرار می گیریم؟

$$\alpha = \frac{2\pi}{30} = \frac{\pi}{15}$$

$$\frac{32\pi}{5} = \frac{30\pi}{5} + \frac{2\pi}{5} = \cancel{6\pi} + \frac{2\pi}{5}$$



$$\theta = n \times \alpha$$

$$\frac{2\pi}{5} = n \times \frac{\pi}{15}$$

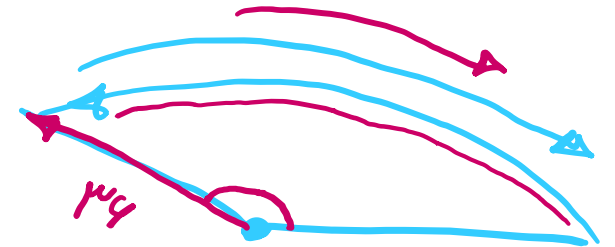
$$n = 4$$

$$\rightarrow \text{کابین} = 1 + 4 = 5$$

طول تیغه برف پاک کن ماشین ۳۶ سانتی متر است. برف پاک کن زاویه  $15^\circ$  را می پیماید. مسافتی که نوک تیغه در یک حرکت کامل طی می نماید، چند سانتی متر است؟

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{r} \rightarrow \frac{15}{180} = \frac{R}{r} \rightarrow R = \frac{17}{36} r$$

$$L = r \cdot \alpha = 36 \times \frac{17r}{36} = 17r$$



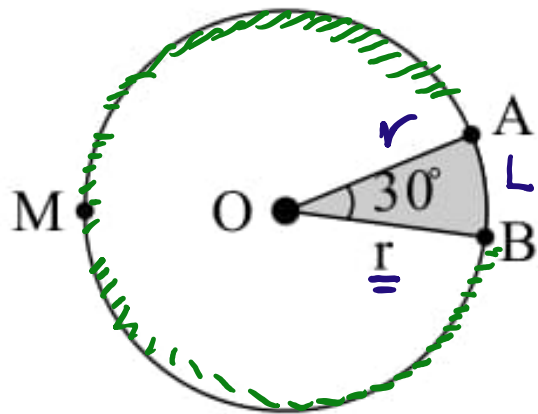
مسافت :  $17r + 17r = 34r$

۱ در یک دایره، توسط اضلاع زاویه مرکزی  $\theta$ ، کمانی به طول نصف شعاع دایره بریده شده است.  $\theta$  چند درجه است؟

$$L = r \cdot \alpha \rightarrow \frac{1}{r} r = r \cdot \alpha \rightarrow \alpha = \frac{1}{r}$$

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{r} \rightarrow \frac{D}{180} = \frac{1}{r} \rightarrow D = \left(\frac{180}{r}\right)^\circ$$

در شکل مقابل، محیط ناحیه هاشورخورده  $12 + \pi$  است. در این صورت طول کمان  $\widehat{AMB}$  کدام است؟



$$P = 2r + L \rightsquigarrow \underline{2r} + \underline{r \frac{\pi}{6}} = \underline{12} + \underline{\pi} \rightsquigarrow \underline{\underline{r=9}}$$

$$L = r \cdot \alpha \rightsquigarrow L = r \times \frac{\pi}{6}$$

$$\widehat{AMB} = \left( 2\pi - \frac{\pi}{6} \right) \times 9 = \frac{11\pi}{6} \times 9 = 11\pi$$

اگر در یک دایره، اندازه‌ی کمان مقابل به زاویه‌ی مرکزی  $\theta = 50^\circ$  برابر ۱۰ سانتی متر باشد، مساحت این دایره چند برابر محیط آن است؟

$$\frac{D}{110} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{50}{110} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{50\pi}{11}$$

$$L = r \cdot \alpha \rightarrow 10 = r \times \frac{50\pi}{11} \rightarrow r = \frac{22}{\pi}$$

$$\frac{A}{P} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2} = \frac{11}{\pi}$$

چرخ و فلکی دارای ۳۶ کابین است و شما در کابین شماره پنجم قرار دارید. اگر چرخ و فلک به اندازه  $\frac{11\pi}{3}$  رادیان در جهت مثبت مثلثاتی حرکت کند، در موقعیت اولیه کدام کابین قرار می‌گیرند؟ (شماره‌گذاری کابین‌ها در جهت مثبت مثلثاتی است و فاصله کابین‌ها یکسان است.)

$$\alpha = \frac{2\pi}{36} = \frac{\pi}{18}$$

$$\frac{11\pi}{3} = \frac{9\pi}{3} + \frac{\Delta r}{3} = \cancel{\frac{9\pi}{3}} + \frac{\Delta r}{3}$$

$$\theta = n \times \alpha \rightarrow \frac{\Delta r}{3} = n \times \frac{\pi}{18} \rightarrow n = 10$$

$$J_{\text{عش}} = \omega + 10 = 10\omega$$

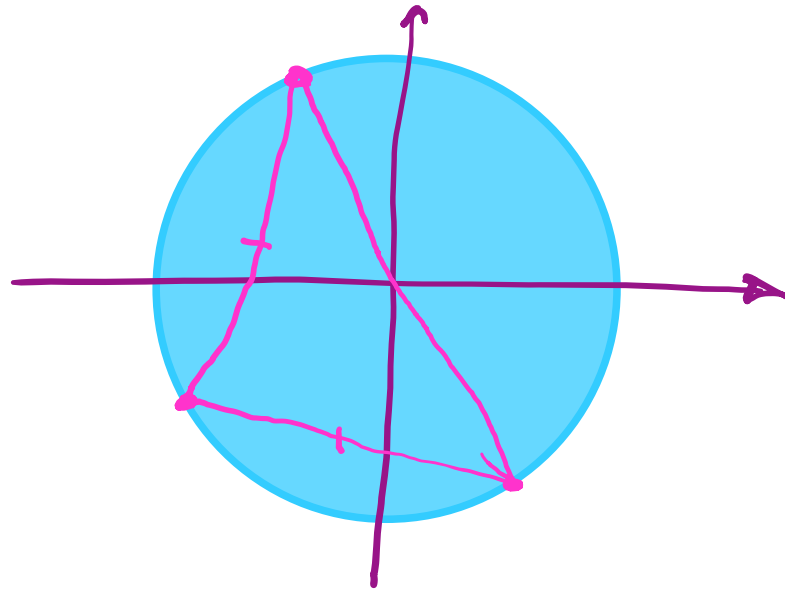
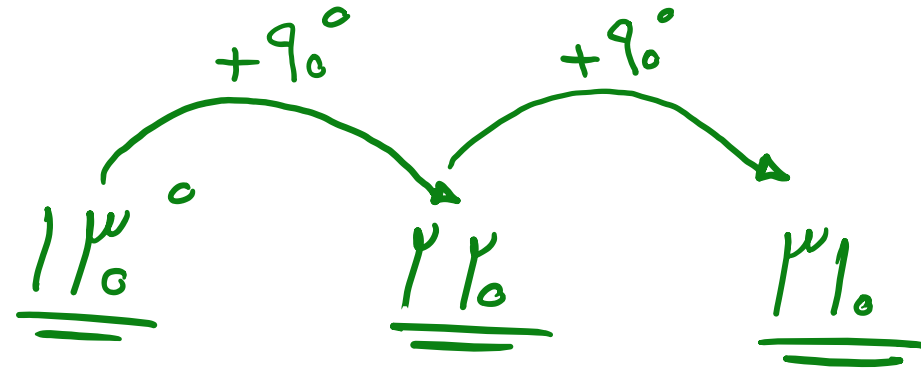


۵ از به هم وصل کردن انتهای کمان‌های  $\frac{11\pi}{9}$ ،  $\frac{31\pi}{18}$  و  $\frac{13\pi}{18}$  روی دایره مثلثاتی چه نوع مثلثی پدید می‌آید؟

$$A = \frac{11 \times 180}{9} = \underline{\underline{22^\circ}}$$

$$B = \frac{31 \times 180}{18} = \underline{\underline{31^\circ}}$$

$$C = \frac{13 \times 180}{18} = \underline{\underline{13^\circ}}$$



۲۶  
 رکنی  
 +  
 سارگاسین

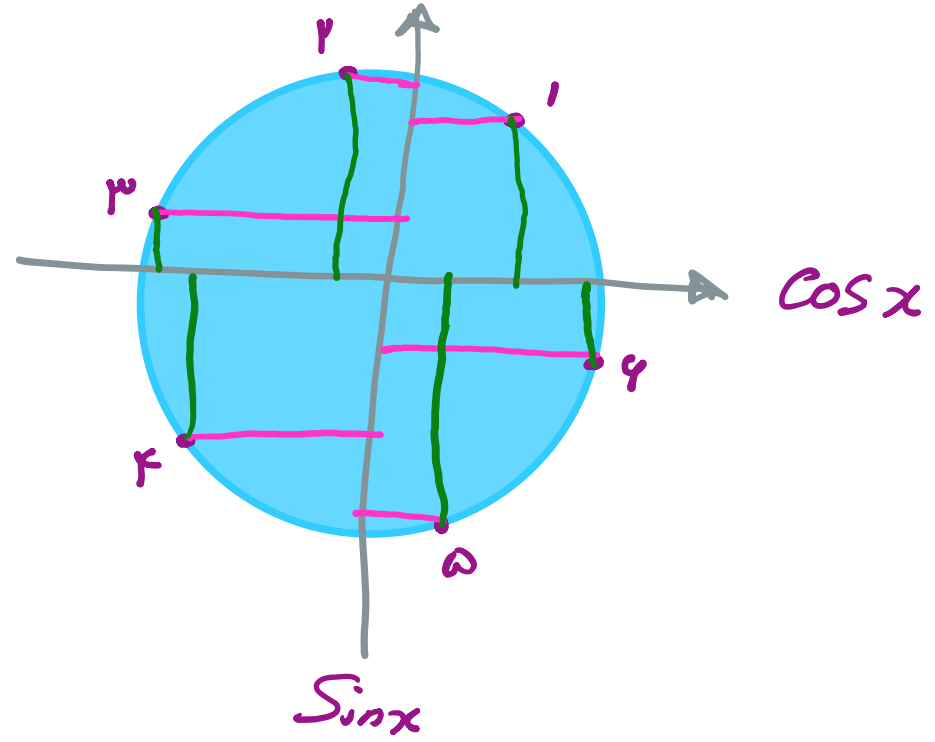
۶ کدام گزینه درست است؟ (زوایا بر حسب رادیان است.)

~~$\sin 6 < \sin 4 < \sin 5$~~  (۲)

~~$\sin 2 < \sin 1 < \sin 3$~~  (۱)

~~$\cos 6 > \cos 2 > \cos 1$~~  (۴)

$\cos 6 > \cos 5 > \cos 3$  (۳) ✓



۷ شعاع چرخ جلویی تراکتوری ۱ متر و شعاع چرخ عقب آن ۱۲۰ سانتی متر است. وقتی چرخ جلو ۷۰ درجه می چرخد، چرخ عقب تقریباً چند درجه خواهد چرخید؟

$$L_1 = L_2 \rightarrow r_1 \times \theta_1 = r_2 \times \theta_2$$

$$\frac{r_2}{r_1} \times \theta_1 = \theta_2 \rightarrow \theta_2 = \frac{r_2 \times \theta_1}{r_1} \rightarrow \theta_2 = \frac{120 \times 70}{101} \approx 81^\circ$$

$$\frac{D}{r_1} = \frac{R}{r_2} \rightarrow \frac{70}{101} = \frac{R}{120} \rightarrow R = \frac{70 \times 120}{101} \approx 81^\circ$$

در مثلثی اندازه یک زاویه ۳۰ درجه و تفاضل دو زاویه دیگر بر حسب رادیان  $\frac{\pi}{10}$  است. اندازه زاویه بزرگتر چند رادیان است؟

$$\frac{\pi}{4} + x + y = \pi \rightarrow x + y = \frac{5\pi}{4}$$

$$x + y = \frac{5\pi}{4}$$

$$x - y = \frac{\pi}{10}$$

$$2x = \frac{11\pi}{10}$$

$$x = \frac{11\pi}{20}$$

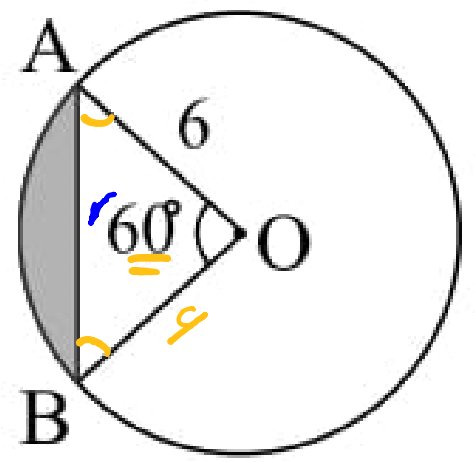
$$x + y = \frac{5\pi}{4} \quad x = \frac{11\pi}{20} \rightarrow y = ?$$

$$\underline{\alpha + \beta = 90^\circ} \rightarrow \alpha + \beta = 90 \rightarrow \beta = 70^\circ$$

$$\underline{\alpha + \gamma = 110^\circ} \rightarrow \alpha + \gamma = 110 \rightarrow \gamma = 140^\circ$$

$$\frac{D}{110} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{D \times \pi}{110} \rightarrow \begin{cases} R_1 = \frac{70 \times \pi}{110} = \frac{7\pi}{11} \\ R_2 = \frac{140 \times \pi}{110} = \frac{14\pi}{11} \end{cases}$$

در شکل زیر محیط قسمت هاشور خورده کدام است؟



$$P = \widehat{AB} + r = 2r + r$$

$$\widehat{AB} = L = r \cdot \alpha = r \times \frac{\pi}{3} = \underline{\underline{2r}}$$