

آموزش حسابان یازدهم

کاربرد تابع لگاریتمی

(فصل سوم – درس دوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$\log E = \underline{\underline{11,1}} + \underline{\underline{1,5M}}$$

انرژی

نظری

۱- اگر به بزرگی زمین لرزه‌ای بر حسب ریشتر حداقل ۴ واحد اضافه شود، مقدار انرژی آزاد شده بر حسب آرگ حداقل چند برابر می‌شود؟

$$\log E_1 = 11.8 + 1.5 M_1$$

$$\log E_2 = 11.8 + 1.5 M_2$$

$$\log \frac{E_1}{E_2} = 1.5 (M_1 - M_2)$$

$$\log \frac{E_2}{E_1} = 1.5 (M_2 - M_1)$$

$$\underline{M_2 - M_1} \geq \underline{4} \rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} \geq \underline{4} \times \underline{1.5} = 6 \rightarrow \frac{E_2}{E_1} \geq 10^6$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۲- اگر انرژی آزاد شده در یک زلزله $10^{18} \times 2,5$ ارگ باشد، قدرت آن زلزله چند ریشتر بوده است؟
 $(\log 2 \simeq 0,3, \log E = 11,8 + 1,5M)$

$$\log E = 11,8 + 1,5M \rightarrow \log (2,5 \times 10^{18}) = 11,8 + 1,5M$$

$$\log 2,5 + \log 10^{18} = \log \frac{10}{f} + 18 = \log 10 - \log f + 18 = 1 - 2(0,3) + 18$$

$$\rightarrow \underbrace{1 - 0,6 + 18}_{18,4} = 11,8 + 1,5M \rightarrow 6,6 = 1,5M$$

$$\rightarrow M = 4,4$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۳- انرژی آزاد شده (به واحد Erg) از زلزله‌ای به بزرگی M ریشتر از رابطه $\log E = 12 + 1.5M$ به دست می‌آید. اگر انرژی آزاد شده $10^{24} \times 10^{18} Erg$ باشد، بزرگی این زلزله چند ریشتر بوده است؟ ($\log 2 = 0.3$)

$$\log(10^{24} \times 10^{18}) = 12 + 1.5M$$

$$\log(2 \times 10^{42}) = 10 \log 2 + 42 \log 10 = 10(0.3) + 42(1) = 21 \checkmark$$

$$\rightarrow 12 + 1.5M = 21 \rightarrow 1.5M = 9 \rightarrow M = \frac{9}{1.5} = 6$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۴- در یک سال گذشته، زلزله‌ای به قدرت ۶ ریشتر شهر A و زلزله‌ای به قدرت ۴٫۷ ریشتر شهر B را لرزاند، مقدار انرژی آزاد شده بر اثر زلزله اتفاق افتاده در شهر A تقریباً چند برابر شهر B است؟ $(\log E = 11,8 + 1,5M)$

$$\log E_A = 11,8 + 1,5 \times 6 = 10,1$$

$$\log E_B = 11,8 + 1,5 \times 4,7 = 11,15$$

$$\log \frac{E_A}{E_B} = 1,95$$

$$\log \frac{E_A}{E_B} = 10,1 - 11,15$$

$$\frac{E_A}{E_B} = 10^{1,95} \approx 90$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۵- انرژی یک زلزله $\sqrt{5}$ برابر پس لرزه خود می باشد. شدت زلزله اصلی و پس لرزه چند ریشتر اختلاف دارند؟
($\log^5 = 0,7$)

$$\begin{aligned} \log E_2 &= 11,1 + 1,5 M_2 \\ \log E_1 &= 11,1 + 1,5 M_1 \end{aligned} \rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} = 1,5 (M_2 - M_1)$$

$$\rightarrow \log \sqrt{5} = 1,5 (M_2 - M_1) \rightarrow \frac{1}{2} (0,7) = \frac{1,5}{2} (M_2 - M_1)$$

$$\rightarrow M_2 - M_1 = \frac{7}{10}$$

۶- شدت دو زلزله در مقیاس ریشتر به اندازه ۰٫۸ اختلاف دارند. انرژی آزاد شده در زلزله قویتر چند برابر زلزله ضعیفتر است؟ $\log^2 = ۰٫۳$

$$\log E_2 = 11.1 + 1.5 M_2$$

$$\log E_1 = 11.1 + 1.5 M_1$$

$$\log \frac{E_2}{E_1} = 1.5 (M_2 - M_1)$$

$$\log \frac{E_2}{E_1} = 1.5 \times 0.1 = 0.15$$

$$\frac{E_2}{E_1} = 10^{0.15}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۷- انرژی یک زلزله‌ای a برابر زلزله‌ای دیگر است ($a > 1$). اگر دو زلزله، $\frac{7}{6}$ ریشتر اختلاف داشته باشند، a کدام است؟ ($\log E = 11.8 + 1.5M$)

$$\log \frac{E_2}{E_1} = 1.5(M_2 - M_1) \rightarrow \log \underbrace{\left(\frac{E_2}{E_1} \right)}_a = \frac{3}{2} \times \frac{7}{6} = \frac{7}{4}$$

$$\log_{10} a = \frac{7}{4} \rightarrow a = 10^{\frac{7}{4}} = \sqrt[4]{10^7} = \sqrt[4]{10^4 \times 10^3}$$

$$\rightarrow a = 10 \sqrt[4]{1000}$$

۸- یک دانش آموز، بعد از شرکت در n آزمون می تواند به درصد $f(x) = 100 - 90 \left(2^{-0.4n} \right)$ در درس ریاضی برسد. بعد از شرکت در چند آزمون انتظار می رود این دانش آموز به درصد ۷۰ در درس ریاضی برسد؟ $(\log_2 3 \simeq 1.6)$

$$70 = 100 - 90 \left(2^{-0.4n} \right) \rightarrow 90 \left(2^{-0.4n} \right) = 30$$

$$\rightarrow \underline{2}^{-0.4n} = 2^{-1} \rightarrow \log_2 2^{-0.4n} = \log_2 2^{-1}$$

$$-0.4n = -1 \left(1.6 \right) \rightarrow n = \frac{1.6}{0.4} = 4$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۹- قدرت تخریب زلزله ۹ ریشتری چند برابر قدرت تخریب زلزله ۷ ریشتری می باشد؟

$$\log \frac{E_r}{E_1} = 1.5(M_r - M_1) \quad \rightarrow \quad \log \frac{E_r}{E_1} = 1.5 \times 2$$

$$\rightarrow \frac{E_r}{E_1} = 10^3 = 1000$$

۱۰- شدت زلزله ۶٫۵ ریشتر و شدت پس‌لرزه آن حدود ۳٫۵ ریشتر می‌باشد. انرژی آزاد شده در زلزله اصلی چند برابر پس‌لرزه آن است؟

$$\log \frac{E_r}{E_1} = 1.5(M_r - M_1) \rightarrow \log \frac{E_r}{E_1} = 1.5(4.5 - 3.5)$$

$$\rightarrow \log \frac{E_r}{E_1} = \frac{9}{2} \rightarrow \frac{E_r}{E_1} = 10^{9/2} = \sqrt{10^9}$$

$$\frac{E_r}{E_1} = \sqrt[2]{10^1 \times 10} = 10^1 \sqrt{10}$$

۱۱- به ازای افزایش یک واحد مقیاس ریشتر، قدرت تخریب زلزله چند برابر می شود؟

$$\log \frac{E_r}{E_1} = 1.5 (M_r - M_1)$$

$\downarrow$
 $\frac{3}{2}$

$$\log_{10} \frac{E_r}{E_1} = 1.5$$

$$\rightarrow \frac{E_r}{E_1} = 10^{\frac{3}{2}} = \sqrt{10^3} = \sqrt{10^2 \times 10}$$

$$\rightarrow \frac{E_r}{E_1} = 10 \sqrt{10}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۲- انرژی آزاد شده در یک زلزله ۴٫۸ ریشتری برابر 10^a ارگ می باشد. $\sqrt{a-10}$ کدام گزینه می باشد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

$$\log E = 11,1 + 1,5M \rightarrow \log_{10} 10^a = 11,1 + 1,5 \times 4,8$$

$$\rightarrow a = 11,1 + 7,2 = 19 \rightarrow a = 19$$

$$\sqrt{a-10} = \sqrt{19-10} = 3$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۳- انرژی آزاد شده در یک زلزله $10^{22.3}$ ارگ می باشد. شدت این زلزله در مقیاس ریشتر چقدر است؟

$$\log E = 11.1 + 1.5M \rightarrow \log_{10} 10^{22.3} = 11.1 + 1.5M$$

$$22.3 = 11.1 + 1.5M \rightarrow 1.5M = 11.2$$

$$M = \frac{11.2}{1.5} = 7 \rightarrow M = 7$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۴- مقدار انرژی آزاد شده توسط زلزله کرمانشاه در آبان ماه ۹۶ که به بزرگی ۷٫۳ ریشتر بود، چقدر بوده است؟

$$\log E = 11,1 + 1,5M \rightarrow \log E = 11,1 + 1,5 \times 7,3$$

$$\rightarrow \log E = 22,75 \rightarrow E = 10^{22,75}$$

۱۵- اگر انرژی آزادشدهٔ زلزله (E) از رابطهٔ $\log E = 11,8 + 1,5M$ در مقیاس ریشتر) به دست آید، انرژی آزادشده در یک زلزلهٔ ۷,۵ ریشتری چند برابر انرژی آزادشده در یک زلزلهٔ ۵,۵ ریشتری است؟

$$\log \frac{E_2}{E_1} = 1,5 (M_2 - M_1) \rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} = 1,5 \times 2 = 3$$
$$\rightarrow \frac{E_2}{E_1} = 10^3 = 1000$$