

آموزش حسابان یازدهم

کاربرد تابع نمایی

(فصل سوم - درس اول)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت Algebra.com است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز منوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t$$

مقدار اولیه -

نرخ رشد

تاریخ

۱- جمعیت یک کشور با رشد ثابت پس از گذشت ۴۰ سال ۴ برابر شده است. این جمعیت با همین رشد ثابت با گذشت

۶۰ سال چند برابر خواهد شد؟

$$A_t = A_0 (1+\alpha)^t \quad t = t_0 \rightarrow F A_0 = (1+\alpha) t_0 A_0 \rightarrow (1+\alpha) = \underline{\underline{F}}$$
$$\underline{\underline{A_{t_0} = FA_0}} \quad \underline{\underline{(1+\alpha) = \gamma}}$$

$$A_\gamma = A_0 (1+\alpha)^\gamma = A_0 \left(\frac{(1+\alpha)^{t_0}}{F} \right)^\frac{\mu}{\gamma} = \cancel{A_0} \quad \cancel{\cancel{\cancel{\cancel{\gamma}}}}$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

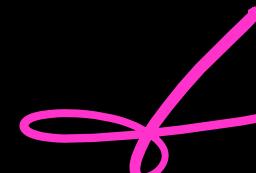
۲- مبلغ یک میلیون تومان سرمایه‌گذاری در بانک پس از ۲ سال، بعد از محاسبه‌ی سود ۱,۴۴۰,۰۰۰ تومان سرمایه را تشکیل داده است. نرخ سود سالانه چند درصد است؟

$$A_t = A_0 (1+\alpha)^t \Rightarrow 1,440,000 = 1,000,000 (1+\alpha)^2$$

$$\Rightarrow \frac{(1+\alpha)^2}{=} = \frac{1,440,000}{1,000,000} = \frac{1,44}{1,00} \Rightarrow 1+\alpha = \frac{12}{10}$$

$$\Rightarrow 1+\alpha = \frac{12}{10} \Rightarrow \alpha = \frac{12}{10} - 1 \Rightarrow \alpha = \frac{12}{10} - \frac{10}{10} = \frac{2}{10}$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی



۳- قیمت هر بشکه نفت در حال حاضر ۵۰ دلار است. اگر در هر هفته ۱۰ درصد به قیمت هر بشکه نفت اضافه شود، پس از چهار هفته قیمت هر بشکه نفت تقریباً چند دلار است؟

$$A_f = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow A_f = 50 (1 + 0.1)^t$$

$$\rightarrow A_f = 50 (1.1)^t = 50 \times 1.1^t \times 1.1^t = 50 \times \underbrace{1.21 \times 1.21}_{1.46}$$

$$\rightarrow A_f = 50 \times 1.46$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

۴- اگر قیمت کالایی پس از دو سال از ۳۰۰۰۰ ریال به ۴۳۲۰۰ ریال رسیده باشد، متوسط نرخ تورم سالانه چند درصد است؟

$$A_t = A_0 (1+\alpha)^t \Rightarrow 43200 = 30000 (1+\alpha)^2$$

$$\Rightarrow (1+\alpha)^2 = \frac{43200}{30000} = 1.44 \Rightarrow 1+\alpha = 1.2$$

$$\Rightarrow \alpha = 0.2$$

درصد

$$\alpha = 0.2 \times 100 = 20\%$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

۵-اگر قیمت اولیه کالایی ۱۶ هزار تومان باشد و قیمت این کالا پس از دو سال برابر با ۲۵ هزار تومان گردد، نرخ تورم سالانه چند درصد است؟ (نرخ تورم سالانه ثابت است.)

$$A_f = A_0 (1 + \alpha)^t \Rightarrow 25 = 16 (1 + \alpha)^2$$

$$(1 + \alpha)^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow 1 + \alpha = \frac{5}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\alpha = \frac{1}{4} \times 100 = 25\%$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۶- جمعیت شهری یک میلیون نفر است و رشد جمعیت به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۶ درصد در سال است. جمعیت

$$((1,06)^{10} \simeq 1,80)$$

$$A_t = A_0 (1+\alpha)^t \Rightarrow A_{10} = 1000000 (1+0.06)^{10}$$

$$\Rightarrow A_{10} = 1000000 (1.09)^{10} = 1000000 \times 1.1$$

$$\Rightarrow A_{10} = 1,100,000$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۷- اگر مبلغ ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ تومان در بانکی سرمایه‌گذاری کنیم که با نرخ ثابت سالانه ۲۰ درصد به ما سود می‌دهد، پس از ۳ سال چه مبلغی می‌توان برداشت کرد؟

$$A_f = A_0 \left(1 + \alpha\right)^t \Rightarrow A_f = 100,000,000 \left(1 + 0.2\right)^3$$

$$\Rightarrow A_f = 100,000,000 \underbrace{\left(1.2\right)^3}_{= 1.728} = 100,000,000 \times 1,728$$

$$\Rightarrow A_f = 172,800,000$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

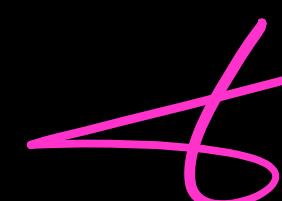
۸- یک کیف در سال ۱۳۹۰ به قیمت ۲۵,۰۰۰ تومان فروخته شده است و در سال ۱۳۹۲ به مبلغ ۴۰,۰۰۰ تومان فروخته شده است. اگر نرخ تورم سالانه را ثابت در نظر بگیریم، آن را به دست آورید.

$$A_f = A_0 (1+\alpha)^t \quad \rightarrow \quad 40000 = 25000 (1+\alpha)^2$$

$$\Rightarrow (1+\alpha)^2 = \frac{40000}{25000} = \frac{4}{1} \quad \Rightarrow \quad 1+\alpha = \sqrt{4}$$

$$\Rightarrow \alpha = \sqrt{4} - 1 = \sqrt{4} = 0.4 \quad \text{مثلاً} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 4\%$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

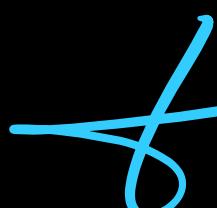


۹- اگر مبلغ ۱۰ میلیون ریال در یک بانک پس انداز داشته باشیم و پس از ۲ سال ۱۲,۱۰۰,۰۰۰ ریال برداشت کنیم، با توجه به اینکه نرخ سود سالیانه بانک ثابت است، عدد آن را به دست آورید.

$$A_f = A_0 (1 + \alpha)^t \Rightarrow 12,100,000 = 10,000,000 (1 + \alpha)^2$$

$$\Rightarrow (1 + \alpha)^2 = \frac{12,100,000}{10,000,000} = \frac{121}{100} \Rightarrow 1 + \alpha = \frac{11}{10}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{11}{10} - 1 = \frac{1}{10} \quad \text{بر} \Rightarrow \alpha = 10\%$$



علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰- اگر تعداد باکتری‌های قسمتی از بدن ۷ میلیارد باکتری بوده و به طور نمایی تکثیر شود و پس از ۳۵ سال ۲ برابر شود، در ۷۰ سال بعد، چند میلیارد خواهد شد؟

$$A_f = A_0 (1+\alpha)^t \quad \Rightarrow \quad 14A_0 = A_0 (1+\alpha)^{140} \quad \Rightarrow \quad (1+\alpha)^{140} = 14$$

$$A_{V_0} = A_0 (1+\alpha)^{V_0} = A_0 \left(\frac{(1+\alpha)^{140}}{14} \right)^{\frac{V_0}{140}} = A_0 \times 14^{\frac{V_0}{140}} = 14 A_0$$

$$\Rightarrow A_{V_0} = 14^x V = 14V$$

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM