

آموزش حسابان یازدهم

کاربرد تابع نمایی

(فصل سوم - درس اول)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$\underline{\underline{A_t}} = A_0 (1 + \alpha)^t$$

مقدار اولیہ

نرخ رشد

زمانہ

۱- جمعیت یک کشور با رشد ثابت پس از گذشت ۴۰ سال ۴ برابر شده است. این جمعیت با همین رشد ثابت با گذشت ۶۰ سال چند برابر خواهد شد؟

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \quad \xrightarrow{t=40} \quad 4A_0 = (1 + \alpha)^{40} A_0 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{(1 + \alpha)^{40} = 4}}$$

$A_{40} = 4A_0$

$$\rightarrow \underline{\underline{(1 + \alpha)^{\frac{40}{2}} = \sqrt{4}}}$$

$$A_{60} = A_0 (1 + \alpha)^{60} = A_0 \left(\frac{(1 + \alpha)^{40}}{2} \right)^{\frac{3}{2}} = 1 A_0 \quad \rightarrow \quad \checkmark$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۲- مبلغ یک میلیون تومان سرمایه گذاری در بانک پس از ۲ سال، بعد از محاسبه سود ۱,۴۴۰,۰۰۰ تومان سرمایه را تشکیل داده است. نرخ سود سالانه چند درصد است؟

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow 1,440,000 = 1,000,000 (1 + \alpha)^2$$

$$\rightarrow \underline{(1 + \alpha)^2} = \frac{1,440,000}{1,000,000} = \frac{144}{100} \rightarrow 1 + \alpha = \frac{12}{10}$$

$$\rightarrow 1 + \alpha = 1.2 \rightarrow \alpha = 0.2 \rightarrow \alpha = 20\%$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۳- قیمت هر بشکه نفت در حال حاضر ۵۰ دلار است. اگر در هر هفته ۱۰ درصد به قیمت هر بشکه نفت اضافه شود، پس از چهار هفته قیمت هر بشکه نفت تقریباً چند دلار است؟

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow A_4 = 50 (1 + 0.1)^4$$

$$\rightarrow A_4 = 50 (1.1)^4 = 50 \times 1.1^2 \times 1.1^2 = 50 \times \underbrace{1.21 \times 1.21}_{1.46}$$

$$\rightarrow A_4 = 72.5$$

۴- اگر قیمت کالایی پس از دو سال از ۳۰۰۰۰ ریال به ۴۳۲۰۰ ریال رسیده باشد، متوسط نرخ تورم سالانه چند درصد است؟

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow 43200 = 30000 (1 + \alpha)^2$$

$$\rightarrow (1 + \alpha)^2 = \frac{43200}{30000} = 1,44 \rightarrow 1 + \alpha = 1,2$$

$$\rightarrow \alpha = 0,2 \xrightarrow{\text{درصد}} \alpha = 0,2 \times 100 = 20\%$$

۵- اگر قیمت اولیه کالایی ۱۶ هزار تومان باشد و قیمت این کالا پس از دو سال برابر با ۲۵ هزار تومان گردد، نرخ تورم سالانه چند درصد است؟ (نرخ تورم سالانه ثابت است).

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow 25 = 16 (1 + \alpha)^2$$

$$\rightarrow (1 + \alpha)^2 = \frac{25}{16} \rightarrow 1 + \alpha = \frac{5}{4} \rightarrow \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{درصد}} \alpha = \frac{1}{4} \times 100 = 25$$

۶- جمعیت شهری یک میلیون نفر است و رشد جمعیت به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۶ درصد در سال است. جمعیت این شهر پس از ده سال به چند نفر می‌رسد؟ $((1,06)^{10} \simeq 1,80)$

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow A_{10} = 1\,000\,000 (1 + 0,06)^{10}$$

$$\rightarrow A_{10} = 1\,000\,000 (1,06)^{10} = 1\,000\,000 \times 1,8$$

$$\rightarrow A_{10} = 1\,800\,000$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۷- اگر مبلغ ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ تومان در بانکی سرمایه گذاری کنیم که با نرخ ثابت سالانه ۲۰ درصد به ما سود می دهد، پس از ۳ سال چه مبلغی می توان برداشت کرد؟

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow A_3 = 100,000,000 (1 + 0.2)^3$$

$$\rightarrow A_3 = 100,000,000 (1.2)^3 = 100,000,000 \times \underline{1.728}$$

$$\rightarrow A_3 = \underline{172,800,000}$$

۸- یک کیف در سال ۱۳۹۰ به قیمت ۲۵,۰۰۰ تومان فروخته شده است و در سال ۱۳۹۲ به مبلغ ۶۴,۰۰۰ تومان فروخته شده است. اگر نرخ تورم سالانه را ثابت در نظر بگیریم، آن را به دست آورید.

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow 64000 = 25000 (1 + \alpha)^2$$

$$\rightarrow (1 + \alpha)^2 = \frac{64000}{25000} = \frac{64}{25} \rightarrow 1 + \alpha = \frac{8}{5}$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{8}{5} - 1 = \frac{3}{5} = 0.6 \Rightarrow \alpha = 60\%$$

۹- اگر مبلغ ۱۰ میلیون ریال در یک بانک پس‌انداز داشته باشیم و پس از ۲ سال ۱۲,۱۰۰,۰۰۰ ریال برداشت کنیم، با توجه به اینکه نرخ سود سالانه بانک ثابت است، عدد آن را به دست آورید.

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t \rightarrow 12\,100\,000 = 10\,000\,000 (1 + \alpha)^2$$

$$\rightarrow (1 + \alpha)^2 = \frac{12\,100\,000}{10\,000\,000} = \frac{121}{100} \rightarrow 1 + \alpha = \frac{11}{10}$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{11}{10} - 1 = \frac{1}{10} \rightarrow \alpha = 10\%$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰- اگر تعداد باکتری‌های قسمتی از بدن ۷ میلیارد باکتری بوده و به‌طور نمایی تکثیر شود و پس از ۳۵ سال ۲ برابر شود، در ۷۰ سال بعد، چند میلیارد خواهد شد؟

$$A_t = A_0(1+\alpha)^t \rightarrow 2A_0 = A_0(1+\alpha)^{35} \rightarrow (1+\alpha)^{35} = 2$$

$$A_{70} = A_0(1+\alpha)^{70} = A_0 \left(\underbrace{(1+\alpha)^{35}}_2 \right)^2 = A_0 \times 4 = 4A_0$$

$$\rightarrow A_{70} = 4 \times 7 = 28$$