

آموزش حسابان یازدهم

تابع جز صحیح

(فصل دوم – درس دوم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$[a] = a$$

$$[-r] = -r$$

$$[0] = 0$$

$$[a, r] = a$$

$$[r, q] = r$$

$$[v, 1] = v$$

$$[-a, r] = -r$$

$$[-r, q] = -v$$

$$[-v, e] = -1$$

$$\left[\frac{1}{a}\right] = \underline{\underline{0}}$$

$$\left[\frac{r}{r}\right] = 1$$

$$\left[\frac{-1}{r}\right] = -1$$

$$[\sqrt{r}] = 1$$

$$[\sqrt{a}] = r$$

$$[r] = r$$

$$1) [x] = a \rightarrow a \leq x < a+1 \quad a \in \mathbb{Z}$$

$$[x] = 0 \rightarrow 0 \leq x < 1$$

$$[x] = -1 \rightarrow -1 \leq x < 0$$

$$[x] = 1, 0 \quad x$$

$$[x] = \sqrt{1} \quad x$$

$$[x] = \frac{1}{3} \quad x$$

$$2) [x+a] = [x] + a \quad a \in \mathbb{Z}$$

$$[x+1] = [x] + 1$$

$$[x + \underline{\underline{[x]}}] = [x] + [x] = 2[x]$$

$$[x-0] = [x] - 0$$

$$y = \lfloor x \rfloor \quad [-2, 2]$$

$$-2 \leq x < -1 \rightarrow y = -2$$

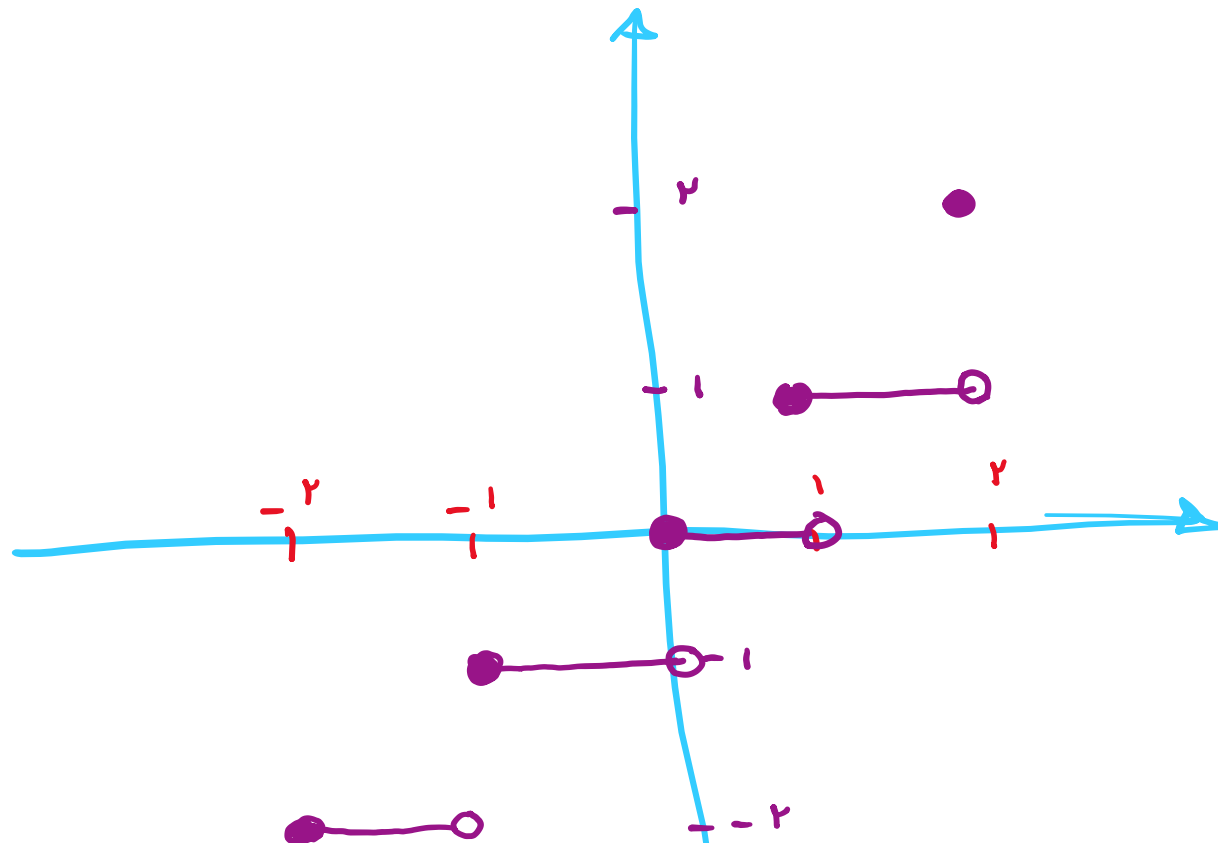
$$-1 \leq x < 0 \rightarrow y = -1$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow y = 0$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow y = 1$$

$$x = 2 \rightarrow y = 2$$

رسم نمودار تابع جز صحیح



سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

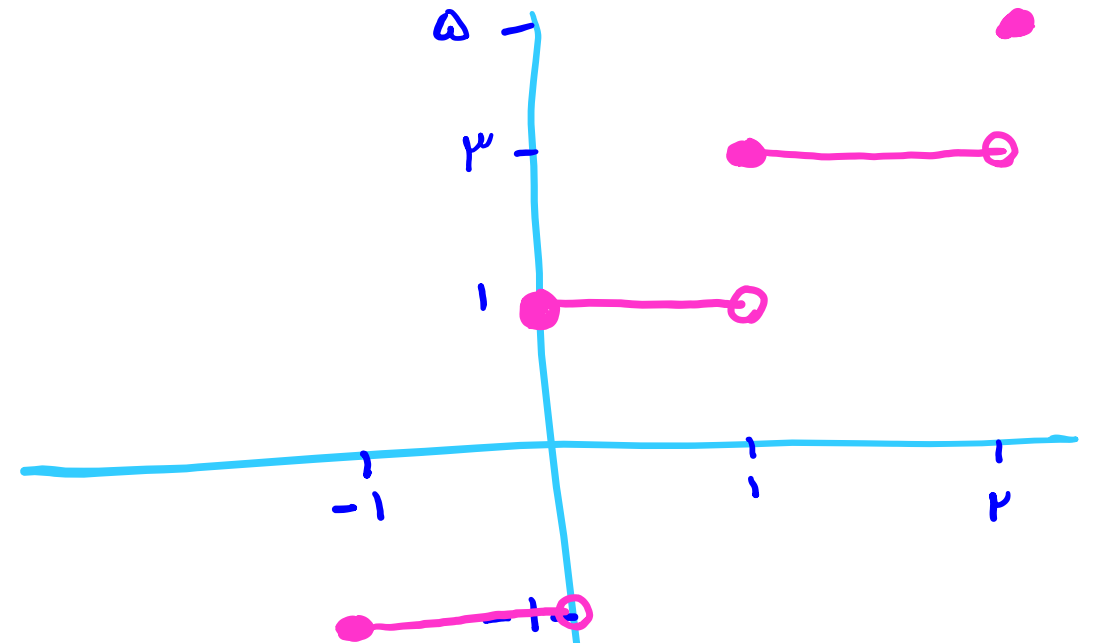
نمودار تابع $y = 2[x] + 1$ را در بازه $[-1, 2]$ رسم کنید.

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = -1$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 1$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 3$$

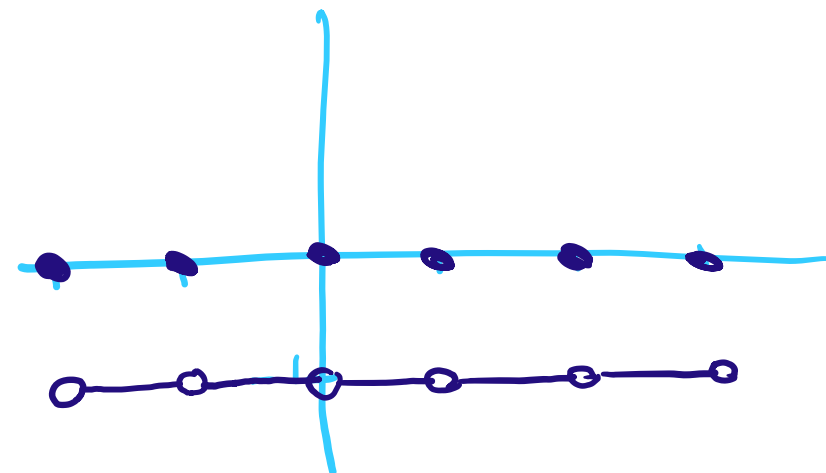
$$x = 2 \rightarrow [x] = 2 \rightarrow y = 5$$



سایت علی جیرا Aligebra.com

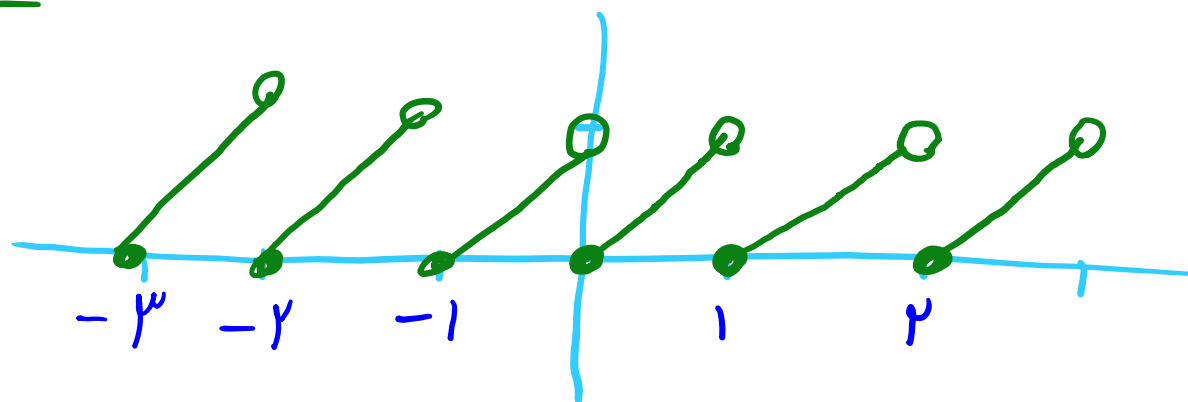
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۴۳۸۹

$$f = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

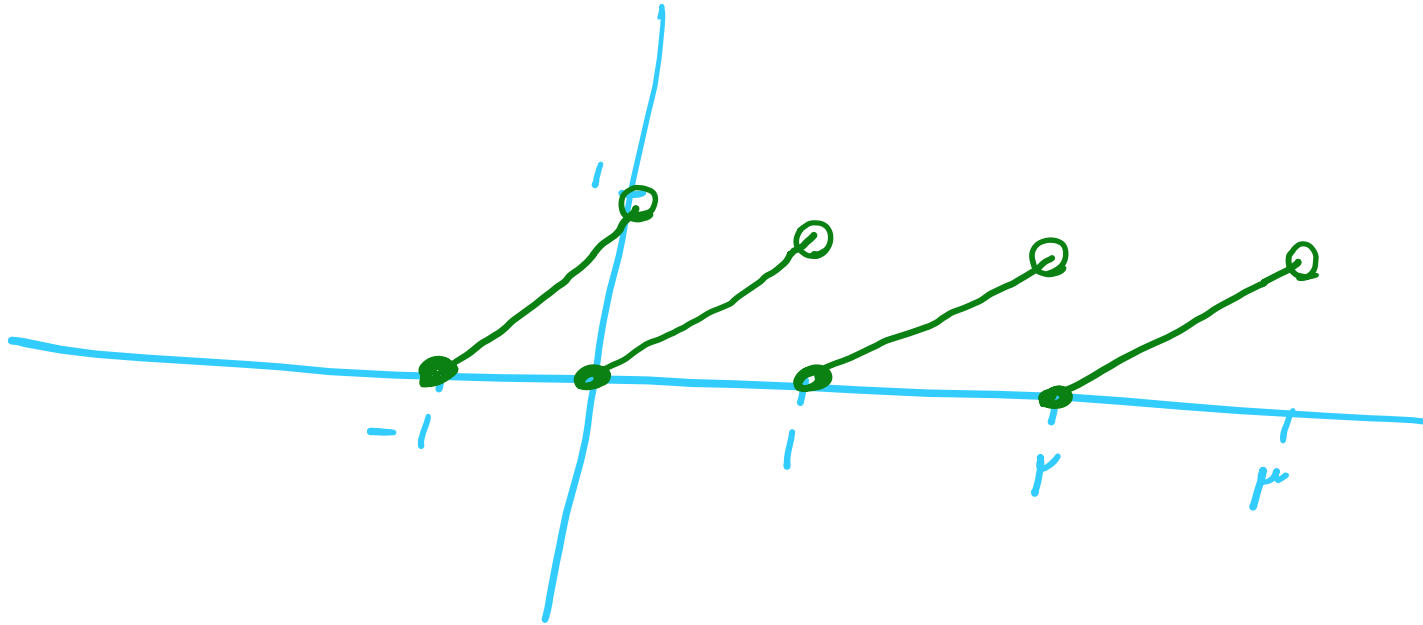


$$f = \underline{\underline{x - [x]}}$$

$$R_f = \underline{\underline{[0, 1)}}$$



نمودار $y = x - [x]$ در فاصله $-1 \leq x < 3$ از چند پاره خط ساخته می شود؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)



$$\checkmark |x| = a \rightarrow x = \pm a \quad a > 0$$

$$|x| = 0 \rightarrow x = \pm 0$$

$$|x| = \varepsilon \rightarrow x = \pm \varepsilon$$

$$\checkmark |x| \geq a \rightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$$

$$|x| \geq 10 \rightarrow \begin{cases} x \geq 10 \\ x \leq -10 \end{cases}$$

$$\checkmark |x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$|x| \leq 7 \rightarrow -7 \leq x \leq 7$$

اگر $|2x+1| < 1$ حاصل $[x] + [x^2]$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

$$-1 < 2x+1 < 1 \xrightarrow{-1} -2 < 2x < 0 \xrightarrow{\div 2} -1 < x < 0 \quad \left[\frac{-1}{2} \right]$$

$$\rightarrow [x] = -1$$

$$\rightarrow [x^2] = 0$$

$$\rightarrow [x] + [x^2] = -1 + 0 = -1$$

اگر $x = -\frac{1}{2}$ باشد، حاصل عبارت $||[7x] - [5x]||$ را بدست آورید.

$$[7x] = \left[\frac{-7}{2} \right] = [-3, 5] = \underline{\underline{-4}}$$

$$[5x] = \left[\frac{-5}{2} \right] = [-2, 5] = \underline{\underline{-3}}$$

$$|-4 - |-3|| = |-4 - 3| = |-7| = +7$$

از معادله‌ی $\underline{\underline{[x] + [-x] = x - [x]}}$ کدام مقادیر برای x قابل قبول است؟ $([])$ ، نماد جزء صحیح است.

$$[x] + [-x] = \begin{cases} x \in \mathbb{Z} & \underline{\underline{= 0}} \\ x \notin \mathbb{Z} & \underline{\underline{= -1}} \end{cases}$$

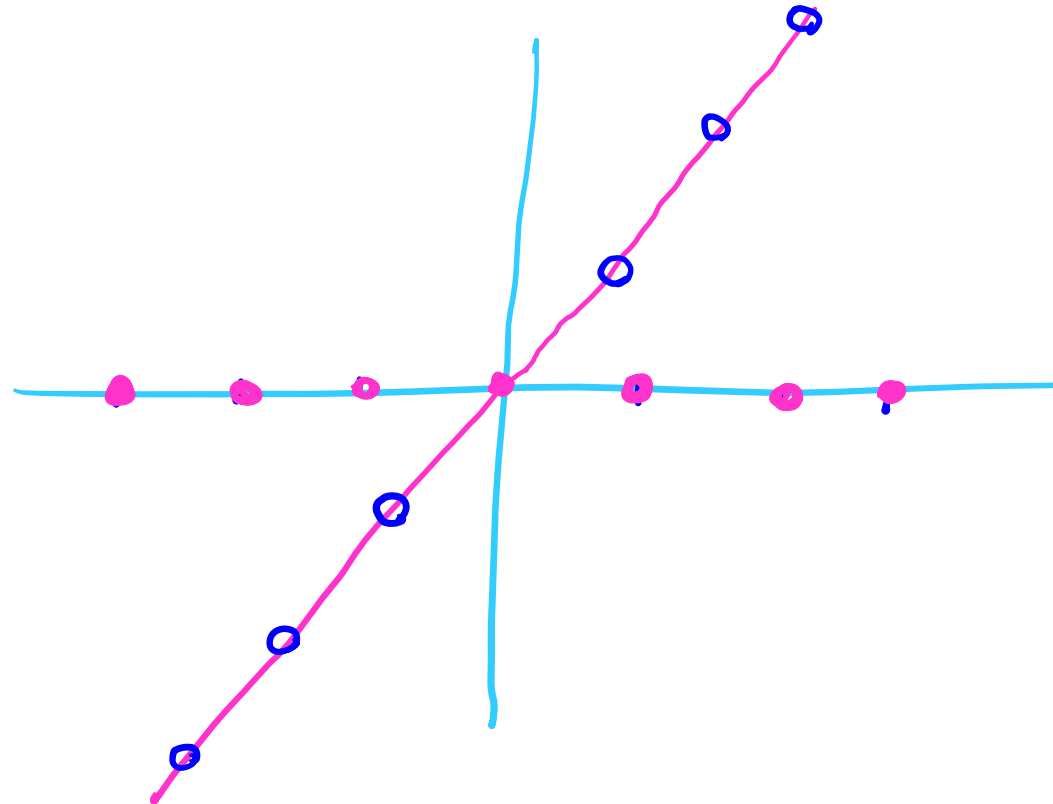
$$x - [x] = 0 \rightarrow \underline{\underline{x \in \mathbb{Z}}}$$

$$x - [x] = -1 \rightarrow X$$

$$\underline{\underline{x \in \mathbb{Z}}}$$

نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \underline{-x}(\underline{[x]} + \underline{[-x]})$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

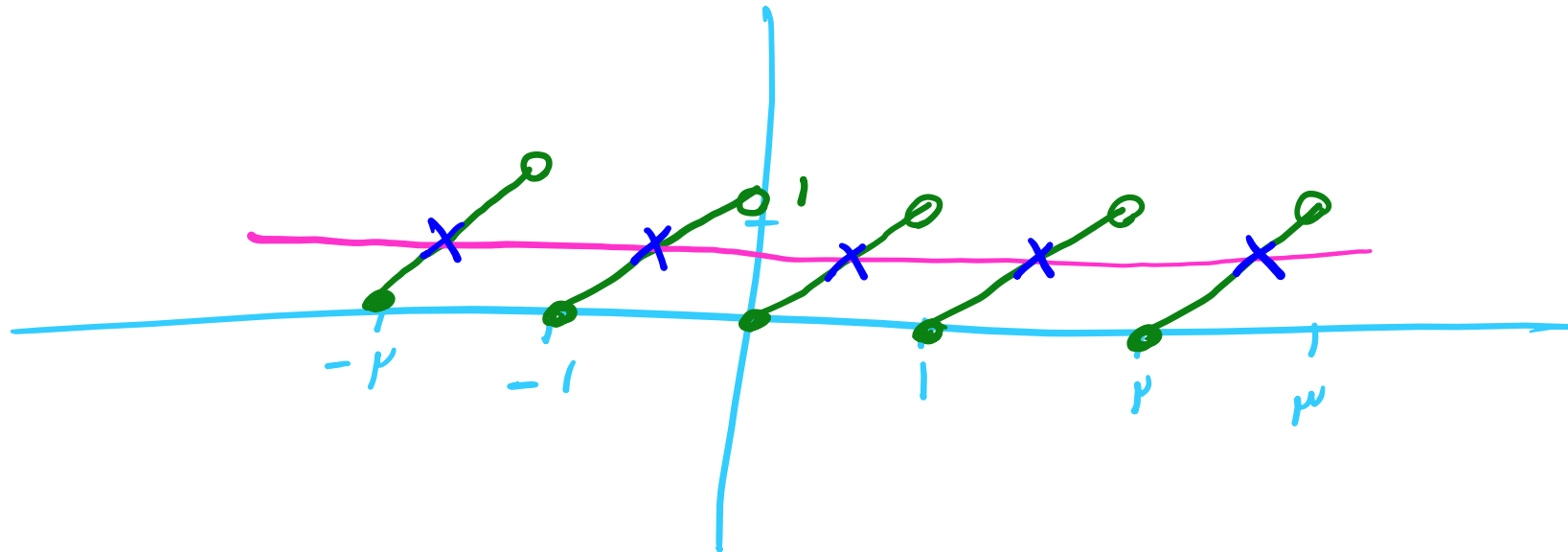
$$f(x) = \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \rightarrow f(x) = 0 \\ x \notin \mathbb{Z} \rightarrow f(x) = +x \end{cases}$$



معادله‌ی $x = \frac{1}{5} + [x]$ در فاصله‌ی $[-2, 3]$ چند جواب دارد؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

$$x - [x] = \frac{1}{5}$$

۵



سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۴۳۸۹

اگر $[3x + 1] = -1$ ، آن گاه حاصل $[x] - [-x]$ کدام است؟

$$[3x] + 1 = -1 \rightarrow [3x] = -2 \rightarrow -2 \leq 3x < -1 \rightarrow \frac{-2}{3} \leq x < \frac{-1}{3}$$

$$\frac{-2}{3} \leq x < \frac{-1}{3} \rightarrow [x] = -1$$

$$\frac{1}{3} < -x \leq \frac{2}{3} \rightarrow [-x] = 0$$

$$[x] - [-x] = -1 - 0 = -1$$

حاصل $\left[\frac{x}{1-x} \right]$ به ازای $x = \sqrt{2}$ کدام است؟ $([])$ ، نماد جزء صحیح است.

$$\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \times \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+2}{1-2} = -\sqrt{2}-2 = -1,4-2 = \underline{\underline{-3,4}}$$

$$\left[\frac{x}{1-x} \right] = \left[\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \right] = [-3,4] = -3$$

۱ اگر جزء صحیح $(x^2 + x)$ برابر ۱- باشد، آن گاه $[x^2]$ کدام است؟

$$[x^2 + x] = -1 \rightarrow -1 < \underline{x^2 + x} < 0 \quad x = -\frac{1}{2}$$

$$x^2 + x \geq -1 \rightarrow x^2 + x + 1 \geq 0 \rightarrow \Delta < 0 \quad X$$

$$x^2 + x < 0 \rightarrow \begin{array}{c|c} x=0 & \\ \hline x=-1 & \end{array} \quad \begin{array}{c} -1 \quad 0 \\ + \quad - \quad + \\ \hline \end{array} \rightarrow \underline{\underline{-1 < x < 0}}$$

$$\begin{array}{c} 20 \\ -1 < x < 0 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 20 \\ 0 < \underline{\underline{x}} < 1 \end{array}$$

$$\rightarrow [x^{20}] = 0$$

۲ اگر $x^2 + x < 0$ باشد، حاصل $[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4]$ کدام است؟

$$x^2 + x < 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} -1 \quad 0 \\ + \quad - \quad + \\ \hline \end{array} \rightarrow -1 < x < 0$$

$$\begin{array}{ccccccc} [x] & + & [x^2] & + & [x^3] & + & [x^4] \\ \hline \hline -1 & & 0 & & -1 & & 0 \end{array}$$

$$= -2$$

۳ در تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2[x]$ مقدار $f(-\frac{1}{2}f(\sqrt{3}))$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

$$f(\sqrt{3}) = \sqrt{3}^2 - 2[\sqrt{3}] = 3 - 2 = 1 \quad \checkmark$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left[-\frac{1}{2}\right] = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4}$$

۴ اگر $[x] = 1$ باشد آن گاه حاصل $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ کدام است؟

$$[x] = 1 \rightarrow \underline{\underline{1 \leq x < 2}}$$

$$\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-2)^2} = \left| \frac{x-1}{\oplus} \right| + \left| \frac{x-2}{\ominus} \right|$$

$$\rightarrow \cancel{x-1} - \cancel{x} + 2 = +1$$

۵ اگر $f(x) = \frac{3^{-[x]}}{3^{[-x]}}$ باشد، حاصل $f(\sqrt{1}) + f(\sqrt{2}) + f(\sqrt{3}) + \dots + f(\sqrt{10})$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

$$f(x) = \frac{3^{-[x]}}{3^{[-x]}} = 3^{-([x] + [-x])} = \begin{cases} x \in \mathbb{Z} : 3^0 = \underline{\underline{1}} \\ x \notin \mathbb{Z} : 3^{+1} = \underline{\underline{3}} \end{cases}$$

$$f(\sqrt{1}) = f(\sqrt{4}) = f(\sqrt{9}) = \underline{\underline{1}}$$

$$f(\sqrt{2}) = f(\sqrt{3}) = f(\sqrt{5}) = f(\sqrt{6}) = f(\sqrt{7}) = f(\sqrt{8}) = f(\sqrt{10}) = 3$$

$$\text{جواب} = 1 + 7 \times 3 = 22$$

۶ برد تابع $f(x) = [x + ۲] + [-x]$ کدام است؟

$$f(x) = [x] + ۱ + [-x] = [x] + \underline{\underline{[-x]}} + ۱$$

$$f(x) = \begin{cases} x \in \mathbb{Z} : ۰ + ۱ = \underline{\underline{۱}} \\ x \notin \mathbb{Z} : -۱ + ۱ = \underline{\underline{۰}} \end{cases}$$

$$R_f = \{۰, ۱\}$$

M کدوم است؟ $([])$ ، نماد جزء صحیح است.

$$M = \left[\begin{array}{c} \left[\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} \right] \\ \left[\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \right] \end{array} \right] \quad \text{حاصل } \textcircled{7}$$

$$\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} \times \frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = \frac{9+1+12\sqrt{2}}{9-1} = 17+12(1,2) = 33,1$$

$$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{2+1+2\sqrt{2}}{2-1} = 3+2(1,2) = 5,1$$

$$\left[\frac{[33,1]}{[5,1]} \right] = \left[\frac{33}{5} \right] = [6,3] = 6$$

۸ اگر مجموعه جواب نامعادله $|[x] - 2| \leq 1$ بازه $[a, b)$ باشد $a + b$ کدام است؟ $[]$ ، علامت جزء صحیح است.

$$|[x] - 2| \leq 1 \rightarrow -1 \leq [x] - 2 \leq 1 \xrightarrow{+2} 1 \leq [x] \leq 3$$

$$۱) [x] = 1 \rightarrow 1 \leq x < 2$$

$$۲) [x] = 2 \rightarrow 2 \leq x < 3$$

$$۳) [x] = 3 \rightarrow 3 \leq x < 4$$

$$[1, 4) = [a, b) \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=4 \end{cases}$$

$$[1, 4) = [1, 4) \text{ اجتماع}$$

$$a + b = 5$$

۹ اگر $[x] + [x - \frac{3}{2}] - [x - \frac{1}{2}] = 3$ باشد، آن گاه بزرگ ترین بازه مقادیر قابل قبول x کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

$$[x] + [x - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}] - [x - \frac{1}{2}] = 3$$

$$\rightarrow [x] + [x - \frac{1}{2}] - 1 - [x - \frac{1}{2}] = 3$$

$$\rightarrow [x] = 3 + 1 = 4$$

$$4 \leq x < 5$$

$$\text{جواب: } [4, 5)$$

۱۰ اگر $1 = \left[\frac{1-x}{x} \right]$ ، آن گاه تعداد مقادیر ممکن برای عبارت $\left[\underline{-6x} \right]$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

$$1 \leq \frac{1-x}{x} < 2 \sim 1 \leq \frac{1}{x} - 1 < 2$$

$$\xrightarrow{+1} 2 \leq \frac{1}{x} < 3 \rightarrow \underline{\frac{1}{3}} < x \leq \underline{\frac{1}{2}}$$

$$\xrightarrow{x(-4)} \underline{-\frac{1}{3}} \leq -4x < -2 \rightarrow [-4x] = -3$$