

آموزش حسابان یازدهم

انواع تابع

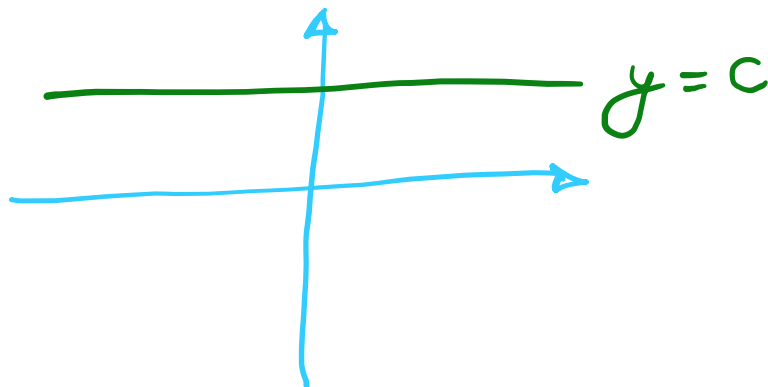
(فصل دوم – درس دوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$f(\underline{x}) = c$$



$$f(x) = \omega_0$$

$$f(x) = \omega_0$$

$$f(-x) = \omega_0$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \omega_0$$

$$f(0) = \omega_0$$

$$f(x) = x \rightarrow y = x$$



$$f(0) = 0$$

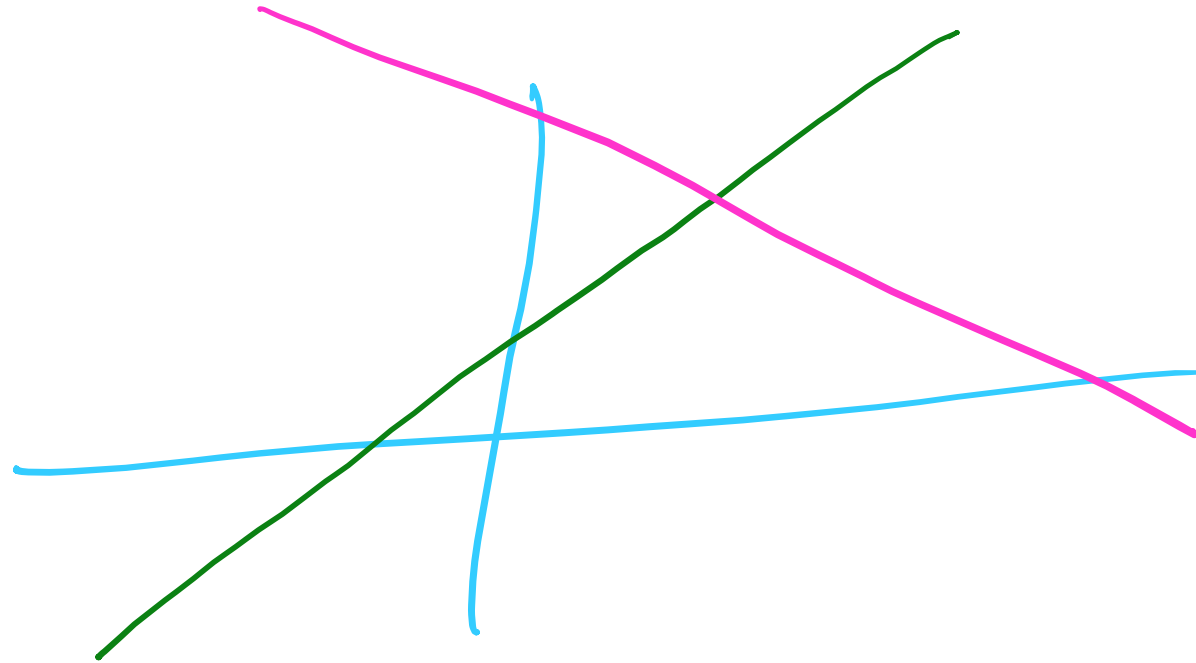
$$f(-3) = -3$$

$$f(10) = 10$$

$$f(50) = 50$$

$$f(x) = \underline{a}x + \underline{b} \rightarrow \begin{cases} a: \text{شیب} \\ b: \text{عرض از مبدأ} \end{cases}$$

f



$$\text{Sgn } x = \begin{cases} x > 0 & \rightarrow \underline{\underline{+1}} \\ x = 0 & \rightarrow \underline{\underline{0}} \\ x < 0 & \rightarrow \underline{\underline{-1}} \end{cases}$$

$$\text{Sgn}(a^b) = +1$$

$$\text{Sgn}\left(\frac{-1}{x}\right) = -1$$

$$\text{Sgn}(0) = 0$$

$$\text{Sgn}(\sqrt{x}) = +1$$

$$\text{Sgn}(r) = 1$$

$$\text{Sgn}(-\sqrt{a}) = -1$$

تابع چندضابطه ای

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 1 \\ 3x & x = 1 \\ \omega x + 2 & x < 1 \end{cases}$$

$$f(1) = 3(1) = 3$$

$$f(2) = 2^2 + 1 = \omega$$

$$f(0) = \omega(0) + 2 = 2$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$A = ۲\text{sign}(\sqrt{۲} - ۴) + ۳\text{sign}(\pi - ۱) = ?$$

$$۲ \text{Sgn}(\underbrace{\sqrt{۲} - ۴}_{\ominus}) = ۲(-۱) = -۲$$

$$۳ \text{Sgn}(\underbrace{\pi - ۱}_{\oplus}) = ۳(۱) = ۳$$

$$\text{جواب} = -۲ + ۳ = +۱$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

در تابع $f(x) = \begin{cases} -3 & , x < -1 \\ 2x^2 & , -1 \leq x < 1 \\ 2x + 1 & , x \geq 1 \end{cases}$ مقدار $f(-1) + 2f(1)$ برابر است با:

$$f(-1) = 2(-1)^2 = 2$$

$$2f(1) = 2(2+1) = 6$$

$$\text{جواب} = 2 + 6 = 8$$

با فرض آن که $f(x) = \begin{cases} x-1, & x \geq 2 \\ x^2-3, & x < 2 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x-4}, & x \geq 4 \\ \frac{1}{x^2+3}, & x < 4 \end{cases}$ باشند، حاصل عبارت $\frac{2f(3) - 5g(13)}{9g(0) + f(\sqrt{2})}$

$$2f(3) = 2(3-1) = \underline{\underline{4}}$$

$$-5g(13) = -5\sqrt{13-4} = \underline{\underline{-15}}$$

$$9g(0) = 9\left(\frac{1}{0+3}\right) = \underline{\underline{3}}$$

$$f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}^2 - 3 = 2 - 3 = \underline{\underline{-1}}$$

$$\text{جواب} = \frac{4 - 15}{3 - 1} = \frac{-11}{2} = \underline{\underline{-5.5}}$$

جدول زیر مربوط به یک تابع همانی است، حاصل abc کدام است؟

$f:$	x	<u>۴</u>	<u>$10b-1$</u>	<u>$\frac{c}{5}$</u>	۳۰
	y	<u>$۳a-۲$</u>	<u>۱۹</u>	<u>$a-b$</u>	۳۰

$$3a - 2 = 4 \rightarrow 3a = 6 \rightarrow a = 2$$

$$10b - 1 = 19 \rightarrow 10b = 20 \rightarrow b = 2$$

$$\frac{c}{5} = 0 \rightarrow c = 0$$

$$abc = 0$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \underline{\underline{(a-2)x+3}} & , x \geq 1 \\ b & , x < 1 \end{cases}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

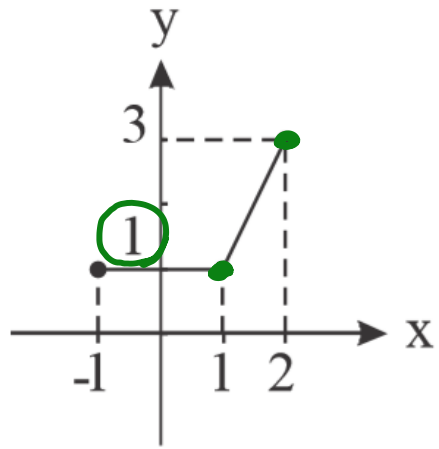
$$a-2=0 \rightarrow a=2$$

$$f(x) = \begin{cases} \underline{\underline{3}} & x \geq 1 \\ \underline{\underline{b}} & x < 1 \end{cases}$$

$$b=3$$

$$\therefore a+b = 2+3 = 5$$

اگر نمودار f به شکل زیر باشد، ضابطه این تابع کدام است؟



$$-1 \leq x \leq 1 \rightarrow y = 1$$

$$1 \leq x \leq 2 \rightarrow y = 1$$

$$A/1$$

$$a = \frac{3-1}{2-1} = 2$$

$$B/2$$

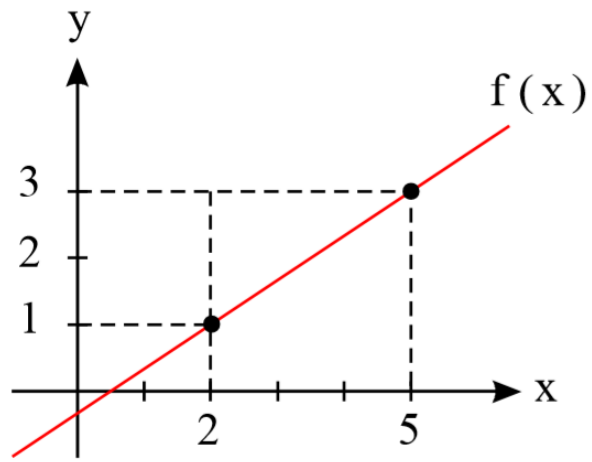
$$f = ax + b = 2x + b \xrightarrow{1} 1 = 2 + b \rightarrow b = -1$$

$$\rightarrow y = 2x - 1$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

نمودار تابع f به صورت مقابل است. $f(3)$ کدام است؟



$$y = ax + b = \frac{2}{\mu}x - \frac{1}{\mu}$$

$$f(3) = \frac{2}{\mu}(3) - \frac{1}{\mu} = 2 - \frac{1}{\mu} = \frac{2\mu - 1}{\mu}$$

$$A / \frac{2}{\mu} \quad B / \frac{1}{\mu}$$

$$\rightarrow a = \frac{3-1}{5-2} = \frac{2}{\mu}$$

$$y = \frac{2}{\mu}x + b$$

$$\begin{matrix} x=2 \\ y=1 \end{matrix} \rightarrow 1 = \frac{2}{\mu} + b \rightarrow b = 1 - \frac{2}{\mu} = -\frac{1}{\mu}$$

$$\rightarrow y = \frac{2}{\mu}x - \frac{1}{\mu}$$

اگر $f = \{(-3, \underline{a}), (b, \underline{5}), (-5, \underline{2a+b})\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار b کدام است؟

$$\rightarrow a = 5 = 2a + b$$

$$a = 5$$

$$2a + b = 5 \xrightarrow{a=5} 10 + b = 5 \rightarrow b = -5$$

تابع f ، تابعی ثابت با دامنه اعداد حقیقی است؛ به طوری که $2f(x) + f(2) = 9$ حاصل $f(1) + f(-1)$ کدام است؟

$$f(x) = A$$

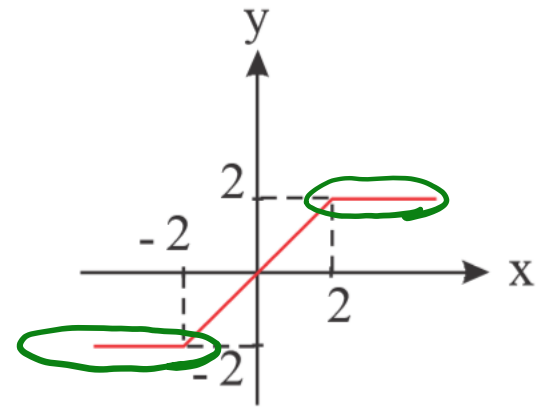
$$2A + A = 9 \rightarrow 3A = 9 \rightarrow A = 3 \quad \checkmark$$

$$f(1) + f(-1) = A + A = 2A = 2 \times 3 = 6$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

ضابطه مربوط به تابع زیر کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} x \leq -2 & \rightarrow y = -2 \\ -2 \leq x \leq 2 & \rightarrow y = x \\ x \geq 2 & \rightarrow y = 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow f(x) = \begin{cases} -2 & : x < -2 \\ x & : -2 \leq x \leq 2 \\ 2 & : x > 2 \end{cases}$$

خط $y = 4$ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \geq 0 \\ 0, & x = 0 \\ x^2 + 4, & x < 0 \end{cases}$ را در چند نقطه قطع می کند؟

$$2x - 1 = 4 \rightarrow 2x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$0 = 4 \quad X$$

$$x^2 + 4 = 4 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \quad X$$

فقط دو نقطه

در تابع ثابت $f(x) = C$ ، $f(x^2 - 3x + 4) = (f(x))^2 - 3f(x) + 4$ است. در این صورت حاصل $f(2)$ کدام است؟

$$C = C^2 - 3C + 4$$

$$\rightarrow C^2 - 3C + 4 = 0 \rightarrow \underline{\underline{(C-2)^2}} = 0$$

$$\rightarrow C - 2 = 0$$

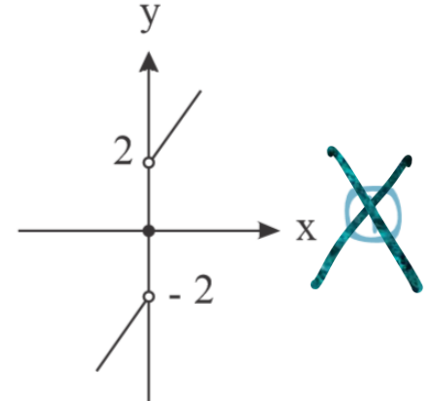
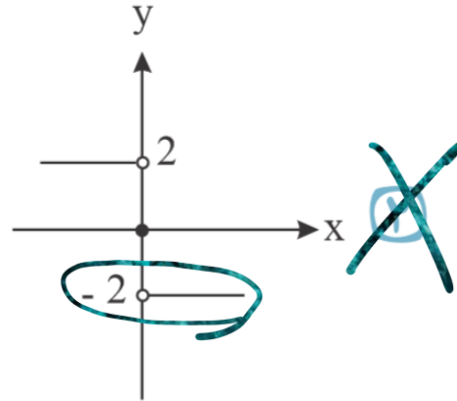
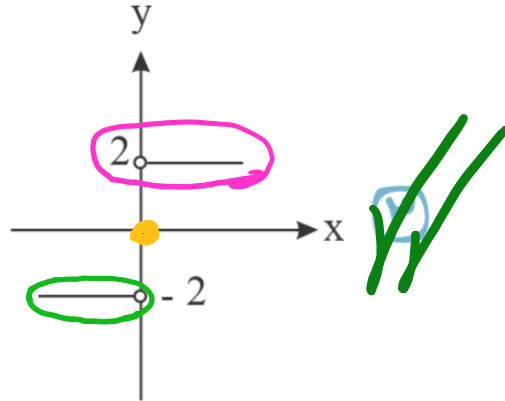
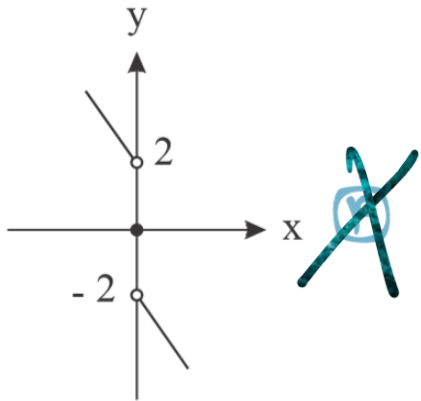
$$\rightarrow C = 2$$

$$f(2) = 2$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -2 & , x < 0 \end{cases}$ در کدام گزینه آمده است؟



سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱ در تابع خطی $f(x)$ اگر $f(3x-1) + 3f(1-x) = 4$ ، $f(5) = 2$ باشد $f(14)$ کدام است؟

$$f(x) = ax + b$$

$$1) a(3x-1) + b + 3(a(1-x) + b) = 4 \rightarrow \cancel{3ax} - a + b + \cancel{3a} - \cancel{3ax} + 3b = 4$$

$$\rightarrow 2a + 4b = 4$$

$$\rightarrow a + 2b = 2 \quad \checkmark$$

$$2) 5a + b = 2 \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} a + 2b = 2 \\ 5a + b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{9} \\ b = \frac{17}{9} \end{cases}$$

$$f(14) = \frac{1}{9} \times 14 + \frac{17}{9} = 2$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹

۲ اگر f یک تابع خطی باشد به طوری که $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x^2 - 12x + 1}{2x}$ مقدار $f(-4)$ کدام است؟

$$ax + b + \frac{a}{x} + b = \frac{x^2}{2x} - \frac{12x}{2x} + \frac{1}{2x}$$

$$\rightarrow \underline{a}x + \frac{\underline{a}}{x} + \underline{2b} = \frac{1}{2}x - \underline{6} + \frac{1}{2x} \rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -3 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 3$$

$$\rightarrow f(-4) = \frac{1}{2}(-4) - 3 = -5$$

تابع $f(x) = \frac{3x^2 + ax + b}{2x^2 + cx + d}$ یک تابع ثابت با ضابطه $y = k$ و دامنه $\mathbb{R} - \{-3\}$ است. حاصل $\frac{a-b+c-d}{k}$ کدام است؟

$$2(x+3)^2 = 2(x^2 + 6x + 9) = 2x^2 + 12x + 18 = 2x^2 + cx + d$$

$$\rightarrow c = 12 \quad d = 18$$

$$\frac{3x^2 + ax + b}{2x^2 + 12x + 18} = k \rightarrow 3x^2 + ax + b = 2kx^2 + 12kx + 18k$$

$$2k = 3 \rightarrow k = \frac{3}{2}$$

$$b = 18k \rightarrow b = 18 \times \frac{3}{2} = 27$$

$$a = 12k \rightarrow a = 12 \times \frac{3}{2} = 18$$

تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{(a+1)x^2 - bx + c + 1}{cx + 2}$ یک تابع همانی است. مجموع ضرایب a و b و c کدام است؟

$$\frac{(a+1)x^2 - bx + c + 1}{cx + 2} = x \rightarrow (a+1)x^2 - bx + c + 1 = cx^2 + 2x + 0$$

$$a+1 = 1 \rightarrow a = 0$$

$$-b = 2 \rightarrow b = -2$$

$$c + 1 = 0 \rightarrow c = -1$$

جواب
$$a + b + c = 0 - 2 - 1 = -3$$

۵ اگر f تابعی خطی باشد به صورتی که رابطه $f(\underline{x-1}) + f(\underline{x+2}) = x$ برقرار باشد، آن گاه $f(2)$ کدام است؟

$$f(x) = ax + b \rightarrow a(x-1) + b + a(x+2) + b = x$$

$$\rightarrow ax - a + b + ax + 2a + b = x$$

$$\rightarrow \underline{2ax} + \underline{a+2b} = \underline{1x} + 0$$

$$2a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$a + 2b = 0 \rightarrow b = -\frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$$

$$f(2) = \frac{1}{2}(2) - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

۶ اگر $f(x)$ یک تابع خطی و $f(3) = f(-3) + 4$ و $f(2) = 1$ باشد، آن گاه نمودار تابع f محور y ها را با چه عرضی قطع می کند؟

$$f(x) = ax + b = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$$

$$1) \quad 3a + b = -3a + b + 4 \rightarrow 6a = 4 \rightarrow a = \frac{2}{3} \checkmark$$

$$2) \quad 2a + b = 1 \rightarrow \frac{4}{3} + b = 1 \rightarrow b = -\frac{1}{3} \checkmark$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \xrightarrow{x=0} y = -\frac{1}{3}$$

۷ تابع f همانی، تابع g ثابت و تابع h خطی است. اگر داشته باشیم: $f(-2) = g(2)$ ، $h(-2) = g(0) + 1$ و $h(2) = f(2) + g(3) + 1$ ، مجموعه جواب نامعادله $h(x) \geq 0$ کدام است؟ (دامنه هر سه تابع، \mathbb{R} است.)

$$f(x) = x \quad / \quad g(x) = A \quad / \quad h(x) = ax + b$$

$$f(-2) = A \rightarrow A = -2$$

$$-2a + b = -2 + 1 \rightarrow -2a + b = -1$$

$$2a + b = 2 + (-2) + 1 \rightarrow 2a + b = 1$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \end{cases}$$

$$h(x) = \frac{1}{2}x - 2 \geq 0 \rightarrow \frac{1}{2}x \geq 2 \rightarrow x \geq 4$$

$$\text{جواب} = [4, +\infty)$$

۸ اگر تابع $y = \frac{3x^2 + x}{(a-1)x^2 + bx + c}$ در دامنه خود یک تابع همانی باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

$$\frac{3x^2 + x}{(a-1)x^2 + bx + c} = x \rightarrow \underline{3}x^2 + \underline{1}x = \underline{(a-1)}x^2 + \underline{b}x + \underline{c}x$$

$$\begin{aligned} a-1 &= 0 \rightarrow a=1 \\ b &= 3 \\ c &= 1 \end{aligned}$$

$$a + b + c$$

$$1 + 3 + 1 = 5$$

تابع با ضابطه $f(x) = ax - 2b$ یک تابع همانی است. در تابع g با ضابطه $g(x) = 2ax^2 + bx - 4$ مقدار $g(-1)$ چقدر است؟

$$ax - 2b = x \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ -2b = 0 \rightarrow b = 0 \end{cases}$$

$$g(x) = 2x^2 + 0 - 4$$

$$\rightarrow g(-1) = 2 - 4 = -2$$

۱۰ تابع $f = \{(-1, m + 3n), (0, 2 - 3n), (-3, 2n + 1)\}$ یک تابع ثابت است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟

$$\underline{m + 3n} = \underline{2 - 3n} = \underline{2n + 1}$$

$$2 - 3n = 2n + 1 \rightarrow 5n = 1 \rightarrow n = \frac{1}{5}$$

$$m + 3n = 2n + 1 \rightarrow m + \frac{3}{5} = \frac{2}{5} + 1 \rightarrow \underline{m} = \frac{4}{5}$$

$$f(-1) = f(x) = 2n + 1 = \frac{7}{5}$$