

# آموزش حسابان یازدهم

## آشنایی بیشتر با تابع

(فصل دوم - درس اول)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$f = g \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1) D_f = D_g \\ 2) f = g \end{array} \right.$$

اگر توابع  $f(x) = \sqrt{(x-a)^2(x-b)}$  و  $g(x) = |x-a|\sqrt{x+2}$  با هم برابر باشند، مقدار  $a+b$  کدام می تواند باشد؟

۴ -۹

۳ -۷

۲ -۵

۱ -۳

$$x+2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2$$

$$D = [-2, +\infty)$$

$$\sqrt{x+2} = \sqrt{x-b} \rightarrow -b=2$$

$$b = -2$$

$$a = -3 \rightarrow f = \sqrt{(x+3)^2(x+2)} \rightarrow [-2, +\infty) \cup \{-3\} \rightarrow a \geq -2$$

$$a+b \geq -5$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

چند تا از جفت توابع داده شده باهم مساوی هستند؟

$$X) \begin{cases} f(x) = |x| \sqrt{x^r - 1} \rightarrow x \neq 0 \\ g(x) = \sqrt{x^r - x^r} \rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$x^r - 1 \geq 0 \rightarrow x^r \geq 1 \rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$x^r - x^r \geq 0 \rightarrow x^r (x^r - 1) \geq 0 \rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases} \cup \{0\}$$

$$W) \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{r-x}} \rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < r \end{cases} \rightarrow 0 \leq x < r \\ g(x) = \sqrt{\frac{x}{r-x}} \rightarrow \frac{x}{r-x} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} 0 \quad r \\ | \quad | \\ - \quad + \quad - \\ 0 \quad 0 \end{array} \rightarrow 0 \leq x < r$$

$$X) \begin{cases} f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-1}} \rightarrow \frac{x}{x-1} \geq 0 \rightarrow (-\infty, 0] \cup (1, +\infty) \\ g(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x - 1 > 0 \rightarrow x > 1 \end{cases} \rightarrow x > 1$$

$$V) \begin{cases} f(x) = \frac{x}{|x|} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\} \\ g(x) = \frac{|x|}{x} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\} \end{cases}$$

۳ اگر دو تابع  $f(x) = \frac{ax^3 + b}{2x^3 - c}$  و  $\begin{cases} g(x) = 2 \\ D_g = \mathbb{R} - \{-1\} \end{cases}$  با هم مساوی باشند،  $a + b + c$  کدام است؟

$$x = -1 \rightarrow -2 - c = 0 \rightarrow c = -2$$

$$\frac{ax^3 + b}{2x^3 + 2} = 2 \rightarrow \underline{a}x^3 + \underline{b} = \underline{2}x^3 + \underline{2}$$

$$\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= 2 \end{aligned}$$

$$a + b + c = 2 + 2 - 2 = 2$$

۴ تابع  $f(x) = (x-1)\sqrt{1-x}$  با کدام یک از توابع زیر مساوی است؟

$g(x) = -\sqrt{(1-x)^3}$  ✓✓

$g(x) = \sqrt{(x-1)^3}$  ✗

$g(x) = \sqrt{(1-x)^3}$  ✗

$g(x) = \sqrt{-(1-x)^3}$  ✗

$1-x \geq 0 \rightarrow -x \geq -1 \rightarrow x \leq 1 \rightarrow D_f = \underline{\underline{(-\infty, 1]}}$

$x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow \underline{\underline{[1, +\infty)}}$

$\sqrt{(1-x)^3} = \sqrt{(1-x)^2(1-x)} = \underline{\underline{|1-x|}} \sqrt{1-x} = \underline{\underline{(1-x)\sqrt{1-x}}}$

$-\sqrt{(1-x)^3} = -\sqrt{(1-x)^2(1-x)} = -|1-x| \sqrt{1-x} = \underline{\underline{(x-1)\sqrt{1-x}}}$

۵ در کدام گزینه، توابع  $f$  و  $g$  مساوی نیستند؟

$$\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x-1} \\ g(x) = \sqrt{1-x} \times \sqrt{x-1} \end{cases} \quad \text{②}$$

$$\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{x^2} \\ g(x) = \frac{x^2}{x^2} \end{cases} \quad \text{④}$$

$$\frac{1}{x} \rightarrow R-107$$

$$R-107$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt[2]{x^2}} \\ g(x) = \frac{x}{|x|} \end{cases} \quad \text{①}$$

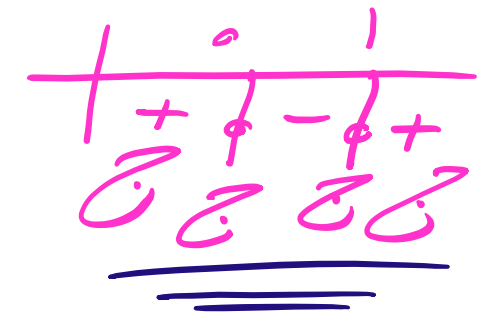
$$R-107$$

$$\frac{|x|}{x} = \frac{x}{|x|}$$

$$x^2 - x > 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - x} \\ g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-1} \end{cases} \quad \checkmark$$

$$x > 0 \rightarrow \text{انتخاب} \rightarrow x > 1$$



$$\boxed{\frac{x}{|x|} = \frac{|x|}{x}}$$

$$g(x) = \frac{|x+1|}{x}, f(x) = \frac{x+1}{|x|} \quad \text{❌}$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{|x|}, f(x) = 1 \quad \text{❌}$$

$$1) \quad x = -2 \rightarrow \begin{cases} f = -2x(-1) = +2 \\ g = -2x/|-1| = -2 \end{cases}$$

$$2) \quad x = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} f = +1 \\ g = -1 \end{cases}$$

$$3) \quad \begin{cases} D_f = \mathbb{R} \\ D_g = \mathbb{R} - \{0\} \end{cases}$$

6 کدام دو تابع داده شده مساوی اند؟

$$g(x) = x|\underline{x+1}|, f(x) = x(\underline{x+1}) \quad \text{❌}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{\underline{|x| + 1}}, f(x) = |x| - 1 \quad \text{③}$$

$$\rightarrow \frac{|x|^2 - 1}{|x| + 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{|x| + 1}$$

$$= |x| - 1$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۹



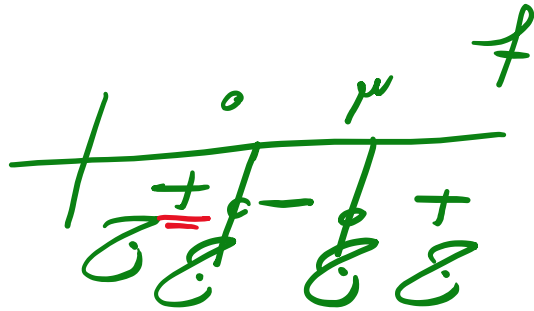
$$\sqrt{\cos^2 x} = |\cos x|$$

$$g(x) = \sqrt{1 - \sin^2 x}, f(x) = \cos x \quad \text{X}$$

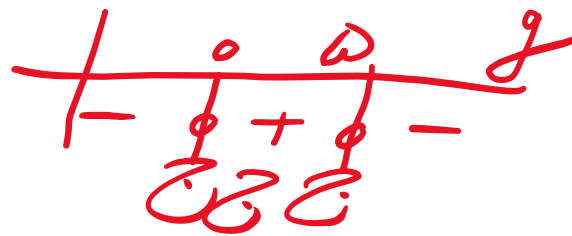
$$g(x) = \log_p^x, f(x) = \log_q^{x^r} \quad \text{X}$$

$$\sqrt{f \times g} = \sqrt{f} \times \sqrt{g} \quad \text{X}$$

$$1) x^2 - 3x \geq 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$$



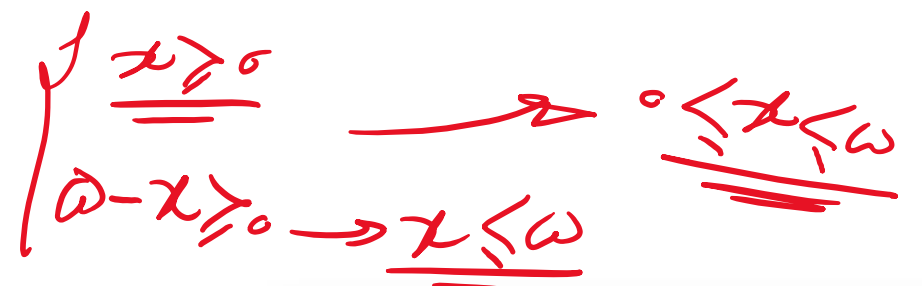
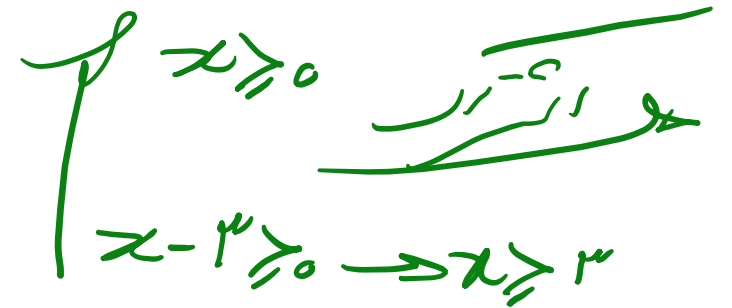
$$3) 5x - x^2 \geq 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=5 \end{cases}$$



در کدام گزینه توابع  $f, g$  با هم مساوی اند؟ ۷

$$g(x) = \sqrt{x} \sqrt{x-3}, f(x) = \sqrt{x^2 - 3x} \quad \text{X}$$

$$g(x) = \sqrt{5x - x^2}, f(x) = \sqrt{x} \sqrt{5-x} \quad \text{X}$$



در کدام گزینه دو تابع برابرند؟ ۸

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{|x|} \\ g(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \log x^2 \\ g(x) = 2 \log x \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \tan x \cdot \cot x \\ g(x) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{x} \\ g(x) = |x| \end{cases}$$

۱)  $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

$D_g = \mathbb{R}$  ✗

۲)  $\frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} \rightarrow \sin x \cos x \neq 0 \rightarrow x \neq 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, \dots$

۳)  $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

$D_g = (0, +\infty)$

۴)  $g = \frac{|x|}{x} = \frac{x}{|x|}$  ✓

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹

در کدام گزینه دو تابع  $f$  و  $g$  مساوی یکدیگر هستند؟ ۹

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^3 \sqrt{x-2}}{|x|} \\ g(x) = x^2 \sqrt{x-2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x \sqrt{x-2}}{|x|} \\ g(x) = \pm \sqrt{x-2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^3 - 2x} \\ g(x) = \sqrt{x} \sqrt{x^2 - 2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^3 - 2x^2} \\ g(x) = |x| \sqrt{x-2} \end{cases}$$

الف)  $x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \rightarrow D_g = [2, +\infty)$      $D_f = [2, +\infty) \cup \{0\}$

ب)  $f(x) \rightarrow x=0$      $g(x) \rightarrow x \neq 0$

ج)  $x > 2 \rightarrow f = \frac{x \sqrt{x-2}}{x} = \sqrt{x-2}$      $g = \pm \sqrt{x-2}$  X

د)  $x \geq 2 \rightarrow f = \frac{x^3 \sqrt{x-2}}{x} = x^2 \sqrt{x-2} = g$  ✓



اگر  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & x \neq 3 \\ \frac{x + 3k}{x - k} & x = 3 \end{cases}$  و  $g(x) = x + 3$  باشد، اگر  $f = g$  باشد  $k$  کدام است؟ (11)

$$x = 3 \rightarrow \underline{g} = \frac{3 + 3k}{\underline{3 - k}}$$

$$\rightarrow 11 - 9k = 3 + 3k \rightarrow 9k = 10 \rightarrow k = \frac{10}{9}$$

$g(x) = (\sqrt{x})^r$  و  $f(x) = x$  ❌

$g(x) = \sqrt{x|x|}$  و  $f(x) = (\sqrt{x})^r$  ✓

$g(x) = (\sqrt{x})^r$  و  $f(x) = \sqrt{x^r}$  ❌

$g(x) = \sqrt{|x|} \times \sqrt{|x|}$  و  $f(x) = \sqrt{x|x|}$  ❌

الف)  $x \geq 0 \rightarrow g = \sqrt{x \cdot x} = \sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2 = f$  ✓

ب)  $D_f = \mathbb{R}$      $D_g = [0, +\infty)$      $D_f \neq D_g$

ج)  $D_f = [0, +\infty)$      $D_g = \mathbb{R}$      $D_f \neq D_g$

د)  $D_f = \mathbb{R}$      $D_g = [0, +\infty)$      $D_f \neq D_g$

۱۳) اگر دو تابع  $f(x) = \underline{x - 2}$  و  $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} & x \neq \underline{a} \\ \underline{b} & x = \underline{a} \end{cases}$  با هم برابر باشند آن گاه  $2a - b$  کدام است؟

$$x - 3 \neq 0 \rightarrow x \neq 3 \rightarrow a = 3 \quad \checkmark$$

$$x = 3 \rightarrow 1 = b \rightarrow b = 1 \quad \checkmark$$

$$2a - b = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

در کدام گزینه دو تابع برابرند؟

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{|x|} \\ g(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \log x^2 \\ g(x) = 2 \log x \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sin x}{\cos x} \\ g(x) = \frac{\cos x}{\sin x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \tan x \cot x \\ g(x) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{x} \\ g(x) = |x| \end{cases}$$

الف)  $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

$D_g = \mathbb{R}$

$D_f \neq D_g$

ب)  $D_f = \mathbb{R} - \{0, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\}$

$D_g = \mathbb{R}$

$D_f \neq D_g$

ج)  $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

$D_g = (0, +\infty)$

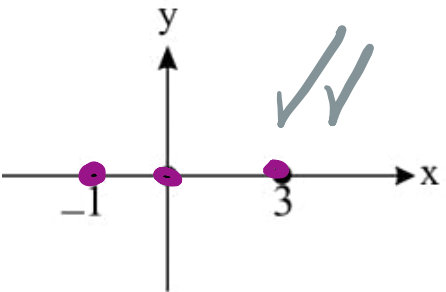
$D_f \neq D_g$

د)  $\mathbb{R} - \{0\}$

$$\frac{\sqrt{x^2}}{x} = \frac{|x|}{x} = \frac{x}{|x|} = g$$

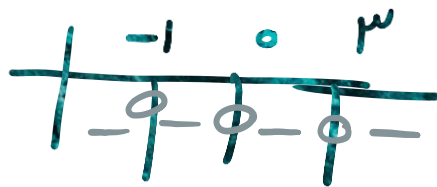


۱۵ تابع  $f$  با نمودار مقابل، با کدام تابع برابر است؟



$h(x) = \sqrt{-x(x+1)(x-3)}$  ~~⊗~~

$t(x) = \sqrt{-x|(x+1)^f(x-3)^r}$  ~~⊗~~

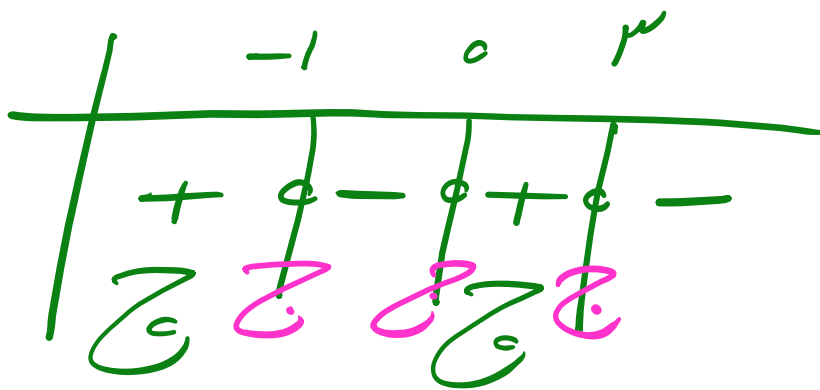


$g(x) = \{(-1, -1), (0, 0), (3, 3)\}$  ~~⊗~~

$k(x) = \{(-1, 0), (3, 0)\}$  ~~⊗~~

$-x(x+1)(x-3) \geq 0$

$-x=0 \rightarrow x=0$   
 $x+1=0 \rightarrow x=-1$   
 $x-3=0 \rightarrow x=3$



۱۶) توابع موجود در کدام گزینه بر هم منطبق نیستند؟

$$g(x) = \frac{\cos x}{\sin x} \text{ و } f(x) = \cot x \quad \text{۲}$$

$$g(x) = 1 \text{ و } f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2}} \quad \text{۳}$$

$$g(x) = |2x| \text{ و } f(x) = \sqrt{4x^2} \quad \text{۱}$$

$$g(x) = \sin^2 x + \cos^2 x \text{ و } f(x) = 1 \quad \text{۳}$$

گزینه ۳

:

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$D_f \neq D_g$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۱۷) به ازای کدام مقدار  $k$  تابع  $f(x) = \underline{x - 4}$  و  $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x + 4} & x \neq -4 \\ k & x = \underline{-4} \end{cases}$  با یکدیگر مساوی هستند؟

$$x = -4 \rightarrow -1 = k$$

۱۸) اگر دو تابع  $f = \{(a, 1), (3, 2), (0, 1)\}$  و  $g = \{(a, b-2), (0, 1), (c, a)\}$  با هم مساوی باشند آن گاه  $2c - b + a$  کدام است؟

$$\rightarrow b - 2 = 1 \rightarrow b = 3$$

$$\rightarrow a = 2$$

$$c = 3$$

$$2c - b + a = 2 \cdot 3 - 3 + 2 = 5$$

۱۹ اگر دو تابع  $f = \{(2, -1), (c, d)\}$  و  $g = \{(2a^2 - 1, b^2 + 1), (b + 1, 2a - 1)\}$  برابر باشند،  $c + d$  کدام است؟

$$b + 1 = 2 \rightarrow b = 1$$

$$2a - 1 = -1 \rightarrow a = 0$$

$$f = g \rightarrow \{(2, -1), (c, d)\} = \{(2, -1), (2, 2)\}$$

$$c = -1$$

$$d = 2$$

$$c + d = -1 + 2 = 1$$

۲۰ در کدام یک از گزینه های زیر توابع داده شده باهم مساوی هستند؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{4-x^2} \\ g(x) = \sqrt{2+x} \times \sqrt{2-x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{x+2} \\ g(x) = \frac{x-2}{x^2-4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = [x^2] \\ g(x) = [x]^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6} \\ g(x) = \sqrt{x-2} \times \sqrt{x-3} \end{cases}$$

الف)  $D_f = \mathbb{R} - \{ -2 \}$

$D_g = \mathbb{R} - \{ \pm 2 \}$

$D_f \neq D_g$

ج)  $x^2 - 5x + 4 \geq 0$

	۲	۳
+	-	+
ج	ج	ج

$D_f \neq D_g$

$\Rightarrow x = \sqrt{2} \rightarrow f = [2] = 2$   
 $g = [\sqrt{2}]^2 = 1$

$f \neq g$