

آموزش حسابان یازدهم

کاربرد ترکیب توابع

(فصل دوم – درس چهارم)

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$f(\underline{f_{x-1}}) = \sqrt{x+2} \rightarrow f(x) = ?$$

$$A = f_{x-1} \rightarrow A+1 = f_x \rightarrow x = \frac{A+1}{f}$$

$$\rightarrow f(\underline{A}) = \sqrt{\frac{A+1}{f} + 2} = \sqrt{\frac{A+4}{f}} = \frac{\sqrt{A+4}}{f}$$

$$f(A) = \frac{\sqrt{A+4}}{f} \rightarrow f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{f}$$

۱) اگر $f(x - \frac{1}{x}) = x + \frac{1}{x} + 6$ ، آنگاه $f(\sqrt{2})$ کدام می‌تواند باشد؟ ($x \neq 0$)

$$x - \frac{1}{x} = \sqrt{2} \quad \xrightarrow{\text{توانیم}} \quad x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\cancel{x}\left(\cancel{\frac{1}{x}}\right) = 2 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \underline{4}$$

$$f(\sqrt{2}) = \begin{matrix} 1 + \sqrt{4} + 4 \\ -\sqrt{4} + 4 \end{matrix}$$

$$A = x + \frac{1}{x} \rightarrow A^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\cancel{x}\left(\cancel{\frac{1}{x}}\right) = 4 + 2 = 6 \rightarrow A = \pm\sqrt{6}$$

۲ اگر $f(x + \frac{1}{x}) = x^3 + \frac{1}{x^3}$ باشد $f(\sqrt{5})$ کدام است؟

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$\begin{aligned} a &= x \\ b &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$f(\sqrt{5}) = \sqrt{5}^3 - 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

۳ اگر $f(x-3) = x^2 - 4x + 5$ ، آن گاه $f(1-x)$ کدام است؟

$$f(x) = (x+3)^2 - 4(x+3) + 5$$

$$f(1-x) = (1-x+3)^2 - 4(1-x+3) + 5$$

$$f(1-x) = (4-x)^2 - 4(4-x) + 5$$

$$= 16 + x^2 - 8x - 16 + 4x + 5 = x^2 - 4x + 5$$

۴ اگر $f(2x - 3) = 4x^2 - 14x + 13$ باشد، ضابطه‌ی $f(x)$ ، برابر کدام است؟

$$A = 2x - 3 \rightarrow 2x = A + 3 \rightarrow x = \frac{A + 3}{2}$$

$$f(A) = 4\left(\frac{A+3}{2}\right)^2 - \underline{14}\left(\frac{A+3}{2}\right) + 13 = A^2 + 9 + 4A - 7A - 21 + 13$$

$$\rightarrow f(A) = A^2 - A + 1$$

$$\rightarrow f(x) = x^2 - x + 1$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵ اگر $g(x) = 2x + 1$ و $(f \circ g)(x) = 8x^2 + 6x + 5$ باشند، تابع $f(x)$ برابر کدام است؟

$$f \circ g(x) = f(g(x)) \rightarrow f(2x+1) = 8x^2 + 6x + 5$$

$$A = 2x + 1 \rightarrow A - 1 = 2x \rightarrow x = \frac{A-1}{2}$$

$$f(A) = 8 \left(\frac{A-1}{2} \right)^2 + 6 \left(\frac{A-1}{2} \right) + 5 = 2A^2 + 1 - 4A + 3A - 1 + 5$$

$$f(A) = 2A^2 - A + 4 \rightarrow f(x) = 2x^2 - x + 4$$

۶ اگر $f(x) + f(2-x) = 4x + 1$ باشد، آنگاه $f(3)$ کدام است؟

$$\underline{x=5} \rightarrow (5f(3) + f(-3) = 21) \times (-5)$$

$$\underline{x=-1} \rightarrow 5f(-3) + f(3) = -3$$

$$\begin{aligned} & -10f(3) - 5f(-3) = -105 \\ \rightarrow & f(3) + 5f(-3) = -3 \end{aligned}$$

$$-14f(3) = -101 \rightarrow f(3) = \frac{101}{14}$$

اگر $f\left(\frac{x^2}{2+x^4}\right) = \frac{x^4}{4+x^8}$ باشد در این صورت $f(\sqrt{7})$ کدام است؟ ۷

$$A = \frac{x^2}{2+x^4} \rightarrow \frac{1}{A} = \frac{2+x^4}{x^2} = \frac{2}{x^2} + x^2 \rightarrow \frac{1}{A} = x^2 + \frac{2}{x^2}$$

$$\rightarrow A^2 = x^4 + \frac{4}{x^4} + 4 = \frac{x^8 + 4}{x^4} + 4$$

$$\rightarrow \frac{1}{A^2} - 4 = \frac{x^8 + 4}{x^4} = \frac{1 - 4A^2}{A^2} \rightarrow \frac{x^8 + 4}{1 - 4A^2} = \frac{A^2}{x^4}$$

$$f(A) = \frac{A^2}{1 - 4A^2} \rightarrow f(\sqrt{7}) = \frac{7}{1 - 28} = \frac{7}{-27}$$

اگر $f(x^2 + 2x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 2x + 2}$ مقدار $f(5)$ کدام است؟ ۸

$$\frac{x^2 + 4 + 1x^2 - 1x^2}{x^2 - 2x + 2} = \frac{(x^2 + 2)^2 - 1x^2}{x^2 - 2x + 2} = \frac{(\cancel{x^2 + 2 - 1x})(x^2 + 2 + 1x)}{\cancel{x^2 - 2x + 2}}$$

$$\rightarrow f(\underbrace{x^2 + 2x}_A) = \underbrace{x^2 + 2x + 2}_A \rightarrow f(A) = A + 2$$

$$\rightarrow f(5) = 5 + 2 = 7$$

۹ اگر $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^3 + \frac{1}{x^3}$ باشد ضابطه‌ی $f(x)$ کدام است؟

$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - \cancel{x} \cdot \frac{1}{\cancel{x}} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$f(A) = A^3 - 3A \rightarrow f(x) = x^3 - \frac{1}{x}$$

۱۰ در صورتی که $f(x) + 2x f\left(\frac{-1}{x}\right) = 2x - 3$ ضابطه ی $f(x)$ کدام است؟

$$\begin{array}{l} \text{P} \quad f(x) + \underline{2x} f\left(\frac{-1}{x}\right) = 2x - 3 \\ \times (-1/x) \quad \text{P} \quad f\left(\frac{-1}{x}\right) + \underline{2\left(\frac{-1}{x}\right)} f(x) = 2\left(\frac{-1}{x}\right) - 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{P} \quad f(x) + \cancel{2x f\left(\frac{-1}{x}\right)} = 2x - 3 \\ \xrightarrow{+} \quad \text{P} \quad \cancel{f\left(\frac{-1}{x}\right)} - \cancel{2x f\left(\frac{-1}{x}\right)} = 1 + 4x \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = 1x + 1 \rightarrow f(x) = \frac{1x+1}{1}$$