

# آموزش حسابان یازدهم

## دامنه تابع

(فصل دوم – درس اول)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$f(x) = x^{\mu} - \omega x \rightarrow D_f = \underline{\underline{(-\omega, +\infty)}}$$

$$g(x) = \frac{x^{\nu} + |x+1|}{\omega} \rightarrow D_g = R = \underline{\underline{(-\infty, +\infty)}}$$

$$h(x) = \sqrt{x^{\mu} + |x+1|} \rightarrow D_h = R = \underline{\underline{(-\infty, +\infty)}}$$

$$f = \frac{f}{g} \rightarrow g \neq 0 \rightarrow D = \mathbb{R} - \{g=0\}$$

$$f = \frac{x+2}{x^2-1} \rightarrow x^2-1=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases} \rightarrow D = \mathbb{R} - \{0, 1\}$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2-\omega x + \varepsilon} \rightarrow x^2-\omega x + \varepsilon = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\varepsilon \end{cases} \rightarrow D = \mathbb{R} - \{1, \varepsilon\}$$

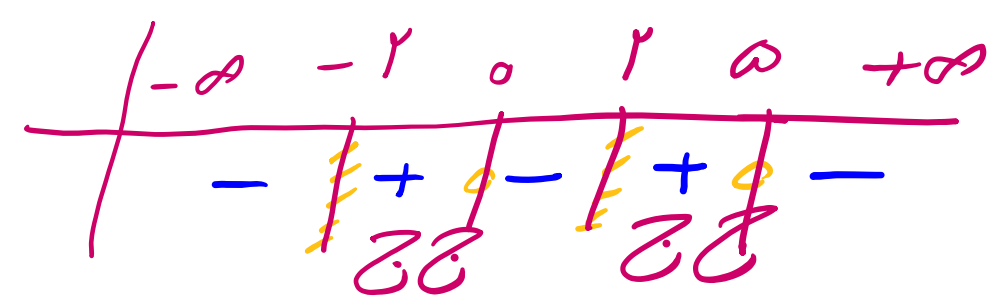
$$h(x) = \frac{x(x-1)}{(x-1)(x-2)} \rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \rightarrow D = \mathbb{R} - \{1, 2\}$$

$$g(x) = \frac{x+\omega}{x(x+\omega)} \rightarrow x(x+\omega) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-\omega \end{cases} \rightarrow D = \mathbb{R} - \{0, -\omega\}$$

$y = \sqrt{f(x)} \rightarrow f(x) \geq 0 \rightarrow$  معادله

$y = \sqrt{\frac{x^2 - \omega x}{1 - x^2}} \rightarrow \frac{x^2 - \omega x}{1 - x^2} \geq 0 \rightarrow$

$$\begin{cases} x^2 - \omega x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \omega \end{cases} \\ 1 - x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$$



$D_f = (-1, 0] \cup (1, \omega]$

$y = \sqrt{(x-1)^2} \rightarrow x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$

$D_f = [1, +\infty)$

۱) اگر تابع  $f(x) = \frac{1-x}{(m-1)x^2 + 3x + 1}$  تنها به ازای یک مقدار  $x$  قابل تعریف نباشد،  $m$  چند مقدار می تواند اختیار کند؟

الف)  $m-1=0 \rightarrow m=1$  ✓

ب)  $\Delta=0 \rightarrow 9-4(m-1)(1)=0 \rightarrow m=\frac{13}{4}$  ✓

دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{(a^2 - 4)x^2 + ax + 6}$  بازه  $(-\infty, b]$  است.  $a + b$  کدام است؟ ۲

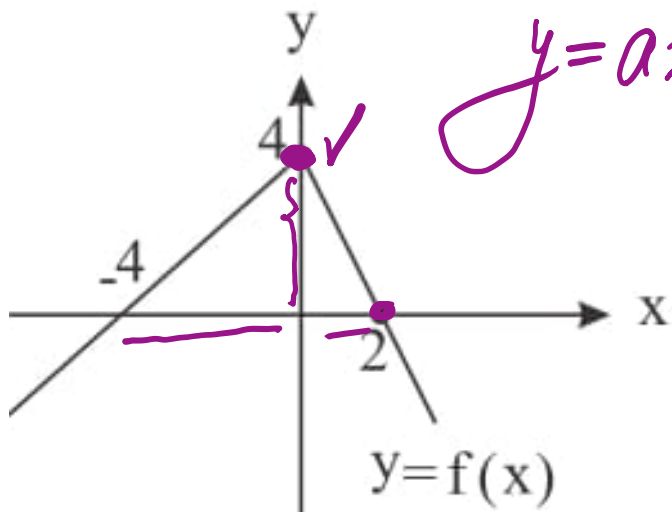
$$a^2 - 4 = 0 \rightarrow a^2 = 4 \rightarrow a = \pm 2$$

$$a = 2 \rightarrow f = \sqrt{2x + 4} \rightarrow 2x + 4 \geq 0 \rightarrow x \geq -2 \rightarrow [-2, +\infty)$$

$$a = -2 \rightarrow f = \sqrt{-2x + 4} \rightarrow -2x + 4 \geq 0 \rightarrow x \leq 2 \rightarrow (-\infty, 2]$$

$$\begin{array}{l} a = -2 \\ b = 2 \end{array} \rightarrow a + b = 0$$

۳ اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر باشد، دامنه تابع با ضابطه  $g(x) = \sqrt{2 - |f(x)|}$  کدام است؟



$$y = ax + b \rightarrow \begin{cases} b = 4 & a = \frac{-4}{4} = -1 \rightarrow y = -1x + 4 & \underline{\underline{0 \leq x}} \\ b = 4 & a = \frac{+4}{4} = 1 \rightarrow y = x + 4 & \underline{\underline{x \leq 0}} \end{cases}$$

$$2 - |f(x)| \geq 0 \rightarrow |f(x)| \leq 2 \rightarrow \underline{\underline{-2 \leq f(x) \leq 2}}$$

$$\begin{cases} -2 \leq -1x + 4 \leq 2 \rightarrow -4 \leq -1x \leq -2 \rightarrow 1 \leq x \leq 3 \\ -2 \leq x + 4 \leq 2 \rightarrow -4 \leq x \leq -2 \end{cases}$$

$$D = [-4, -2] \cup [1, 3]$$

دامنه‌ی تعریف تابع  $y = \frac{\sqrt{16-x^2}}{[x]-4}$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح می باشد )

$16-x^2 \geq 0 \rightarrow -x^2 \geq -16 \rightarrow x^2 \leq 16 \rightarrow -4 \leq x \leq 4$

$x^2 \geq a^2 \rightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$ 
 $x^2 < a^2 \rightarrow -a < x < a$

$x^2 \geq 4 \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$ 
 $x^2 < 4 \rightarrow -2 < x < 2$

$D = [-4, 4)$

$[x]-4=0 \rightarrow [x]=4 \rightarrow \underline{\underline{4 \leq x < 5}}$

$[x]=a \rightarrow \underline{\underline{a \leq x < a+1}}$



اگر دامنه تابع  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{2x^2 - 6x + a}}$  به صورت  $x \in (-\infty, \underline{1}) \cup (\underline{b}, +\infty)$  باشد، در این صورت  $a \times b$  کدام است؟ ( $b \geq 1$ )

$x=1 \rightarrow 2-6+a=0 \rightarrow a=4$

$2x^2 - 6x + 4 = 0 \rightarrow \underline{\underline{x=1}}$

$x=2 \rightarrow \underline{\underline{b=2}}$

$a=4$   
 $b=2 \rightarrow a \times b = 8$

دامنه‌ی تعریف تابع  $y = \sqrt{|x| - 1} + \sqrt{|x| + 1}$  کدام است؟

$|x| - 1 \geq 0 \rightarrow |x| \geq 1 \rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases}$

$D_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) = \mathbb{R} - (-1, 1)$

$|x| \geq a \rightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases} \quad |x| \geq f \rightarrow \begin{cases} x \geq f \\ x \leq -f \end{cases}$

$|x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a \quad |x| \leq f \rightarrow -f \leq x \leq f$

تابع  $f(x) = \frac{x+2}{x^2-ax+b}$  مفروض است. اگر دامنه‌ی آن برابر  $\mathbb{R} - \{1\}$  باشد.  $a+b$  کدام است؟ ۷

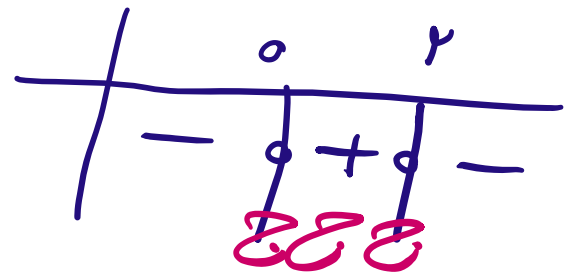
$$\rightarrow (\underline{x-1})^2 = x^2 - \underline{2x} + \underline{1} = x^2 - \underline{ax} + \underline{b}$$

$$\begin{aligned} 1 - 2 &= -a \rightarrow a = 2 \\ b &= 1 \end{aligned}$$

$$a + b = 3$$

۸ اگر  $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$  دامنه‌ی تابع  $f(3-x)$  کدام است؟

$$2x - x^2 \geq 0 \rightarrow 2x - x^2 = 0 \rightarrow \begin{matrix} x=0 \\ x=2 \end{matrix}$$



$$D_f = [0, 2]$$

$$0 \leq 3-x \leq 2 \xrightarrow{-3} -3 \leq -x \leq -1$$

$$x(-)$$

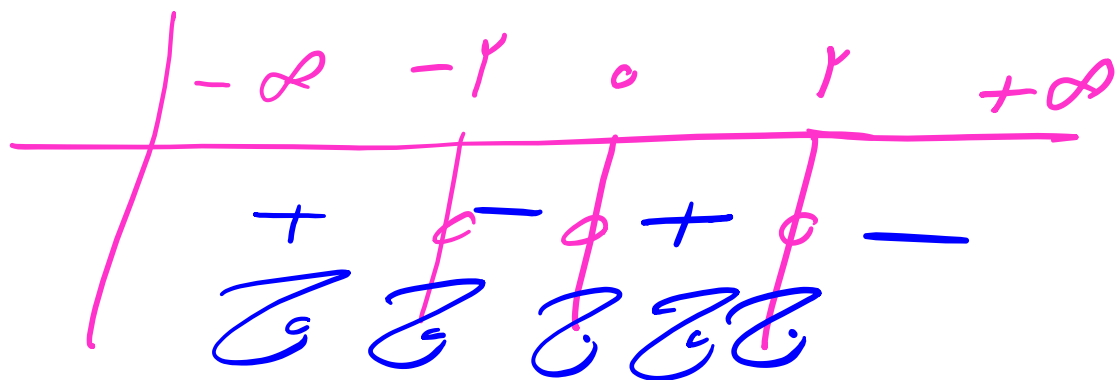
$$1 \leq x \leq 3$$

$$[1, 3]$$

۹ اگر  $f(x) = x^3 - 3x$  باشد دامنه‌ی تابع  $h(x) = \sqrt{x - f(x)}$  کدام است؟

$$h(x) = \sqrt{x - x^3 + 3x} = \sqrt{4x - x^3}$$

$$4x - x^3 \geq 0 \rightarrow 4x - x^3 = 0 \rightarrow x(4 - x^2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$



$$D_h = (-\infty, -2] \cup [0, 2]$$

دامنه‌ی تعریف تابع  $y = \sqrt{4 - \sqrt{x+1}}$  شامل چند عدد صحیح است؟ (۱۰)

$$\begin{aligned}
 & x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1 \\
 & 4 - \sqrt{x+1} \geq 0 \rightarrow \sqrt{x+1} \leq 4 \rightarrow x+1 \leq 16 \rightarrow x \leq 15
 \end{aligned}$$



$$D_f = [-1, 15]$$

۱۷ عدد صحیح

۱۱) اگر تابع  $f(x) = \frac{2x + 7}{mx^2 - 6x + n}$  به ازای مجموعه مقادیر  $R - \{\frac{1}{2}, 1\}$  قابل تعریف باشد،  $f(-\frac{1}{2})$  کدام است؟  $(m, n \in R)$

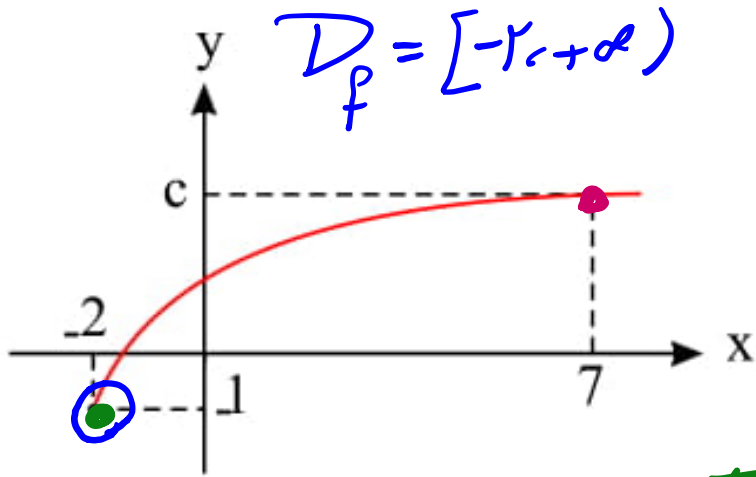
$$x = 1 \rightarrow m - 6 + n = 0 \rightarrow m + n = 6$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{4}m - 3 + n = 0 \rightarrow \frac{1}{4}m + n = 3$$

$$\begin{cases} m = 4 \\ n = 2 \end{cases}$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\left(-\frac{1}{2}\right) + 7}{4\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 6\left(-\frac{1}{2}\right) + 2} = \frac{6}{4} = 1$$

۱۲ نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x+a} + b$  به صورت مقابل است.  $a + b + c$  کدام است؟



$$D_f = [-2, +\infty)$$

$$x+a \geq 0 \rightarrow x \geq -a \rightarrow D = [-a, +\infty)$$

$$\rightarrow -a = -2 \rightarrow a = 2$$

$$A \left| \begin{array}{l} -2 \\ -1 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \sqrt{-2+2} + b = -1 \rightarrow b = -1$$

$$B \left| \begin{array}{l} 7 \\ c \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \sqrt{7+2} - 1 = c \rightarrow c = 2$$

$$a+b+c = 2-1+2 = 3$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

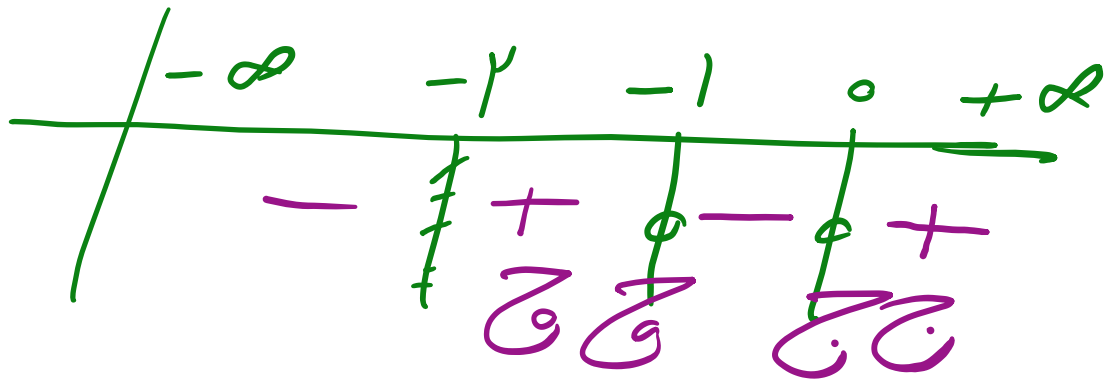
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹



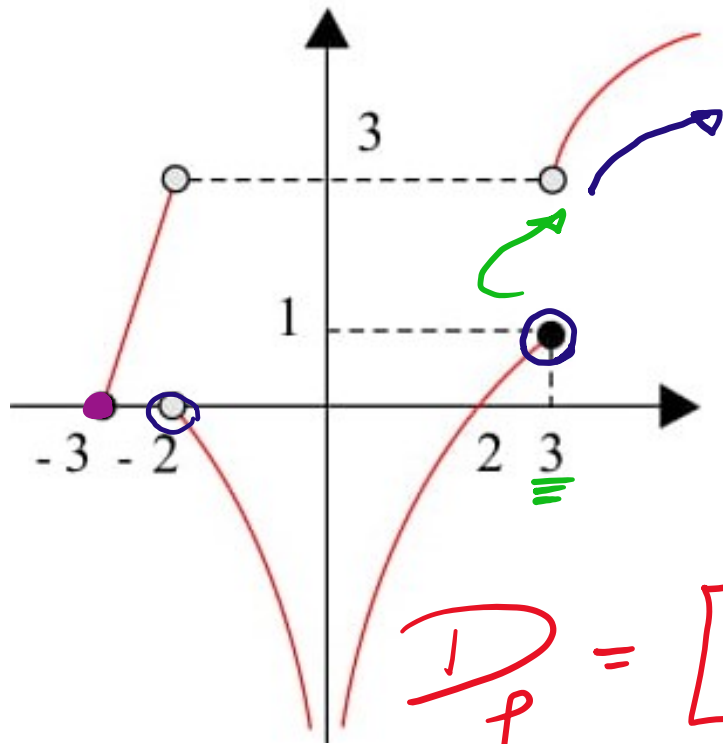
اگر  $f(x) = 3^x - 1$  باشد، دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{\frac{(x+1)f(x)}{x+2}}$  کدام است؟

$$\frac{(x+1)(3^x-1)}{x+2} \geq 0$$

$x+1=0 \rightarrow x=-1$   
 $3^x-1=0 \rightarrow 3^x=1 \rightarrow x=0$   
 $x+2=0 \rightarrow x=-2$



$$D = (-2, -1] \cup [0, +\infty)$$



$$D_f = [-3, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, +\infty)$$

$$D_f = [-3, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, 3] \cup (3, +\infty)$$

$$D_f = [-3, +\infty) - \{ -2, 0 \}$$

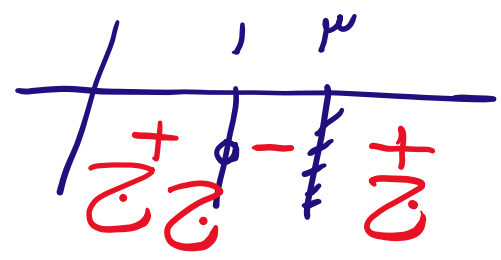
۱۵ دامنه‌ی تعریف تابع  $y = \sqrt{\sqrt{x+1} - \sqrt{x+3}}$  کدام است؟

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x+3} \geq 0 \rightarrow \sqrt{x+1} \geq \sqrt{x+3} \quad \times$$

$$D = \emptyset$$

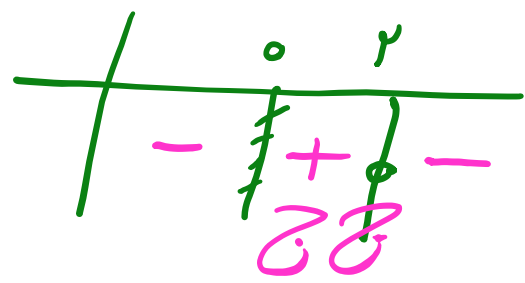
دامنه تعریف تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} \oplus \sqrt{\frac{2-x}{x}}$  کدام ضابطه است؟

$\frac{x-1}{x-3} \geq 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$

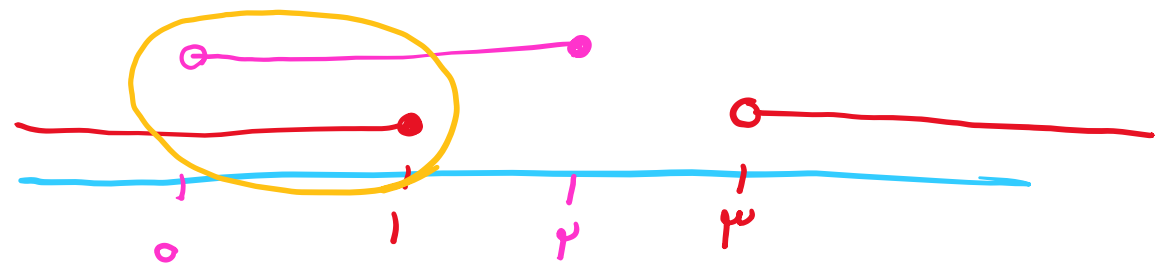


$D_1 = (-\infty, 1] \cup (3, +\infty)$

$\frac{2-x}{x} \geq 0 \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=0 \end{cases}$

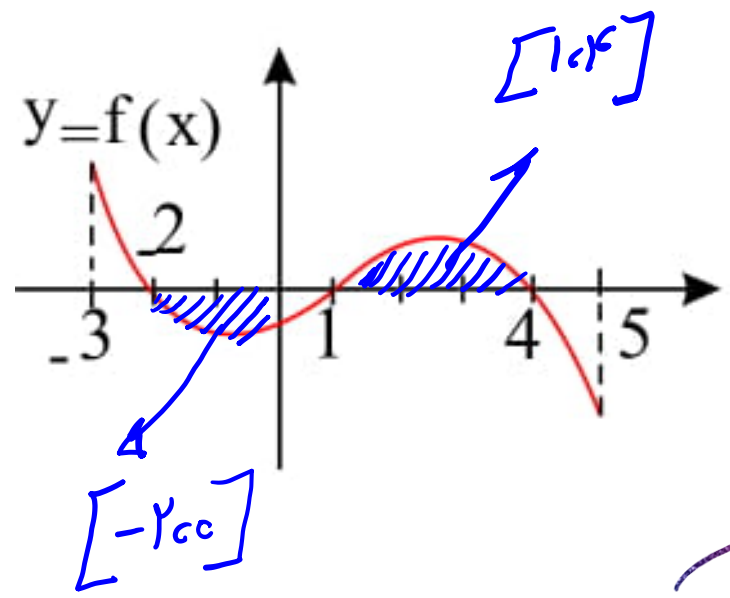


$D_2 = (0, 2]$



$D_f = (0, 1]$

شکل مقابل نمودار تابع  $y = f(x)$  است. دامنه‌ی تعریف تابع  $\sqrt{xf(x)}$  کدام است؟



$$x f(x) \geq 0$$

+	+
-	-

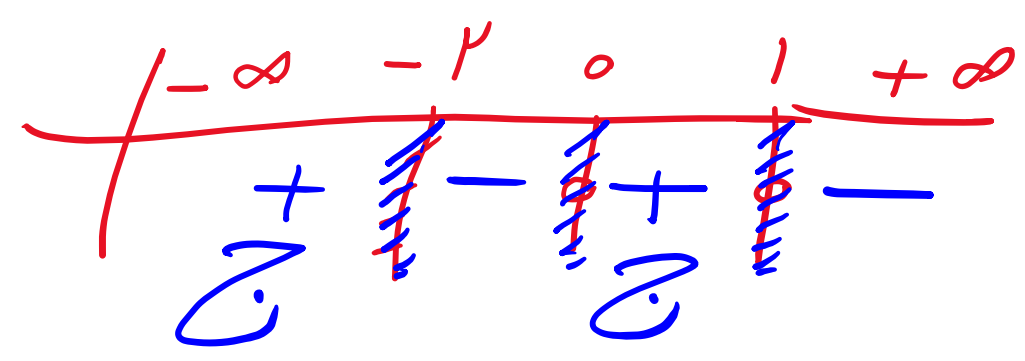
$$D_h = [-1.5, 0] \cup [1, 4]$$

تابع  $f$  با ضابطه  $y = \left(\frac{x - x^2}{2 + x}\right)^{\frac{-3}{2}}$  در کدام فاصله قابل تعریف است؟

$$f = \frac{1}{\sqrt[2]{\left(\frac{x - x^2}{2 + x}\right)^{\frac{-3}{2}}}}$$

$$\rightarrow \frac{x - x^2}{2 + x} > 0$$

$$\begin{cases} x - x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \\ x = 1 \\ 2 + x = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$



$$D_f = (-\infty, -2) \cup (0, 1)$$

۱۹ اگر دامنه تابع به معادله  $f(x) = \frac{2x^2 + 5}{x^2 + 2(a+1)x + 9a - 5}$  تمامی اعداد حقیقی باشد، آن گاه حدود  $a$  کدام است؟

$$\Delta < 0 \rightarrow \cancel{2}(a+1)^2 - \cancel{2}(1)(9a-5) < 0$$

$$\div 2 \rightarrow a^2 + 2a + 1 - 9a + 5 < 0 \rightarrow a^2 - 7a + 6 < 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = 6 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} & 1 & & 6 \\ \hline & + & - & + \end{array}$$

$$1 < a < 6$$

دامنه‌ی تابع  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}$  کدام است؟ (۲۰)

۱)  $2+x \geq 0 \rightarrow x \geq -2$

۲)  $2-x \geq 0 \rightarrow x \leq 2$

اشتراک  
 $[-2, 2]$

۳)  $\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x} \neq 0 \rightarrow \sqrt{2+x} \neq \sqrt{2-x} \rightarrow 2+x \neq 2-x$

$\rightarrow 2x \neq 0 \rightarrow x \neq 0$

$D_f = [-2, 2] - \{0\}$