

آموزش حسابان یازدهم

قدر مطلق و ویژگی های آن

(فصل اول - درس چهارم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$|x| = x$$

$$|-a| = a$$

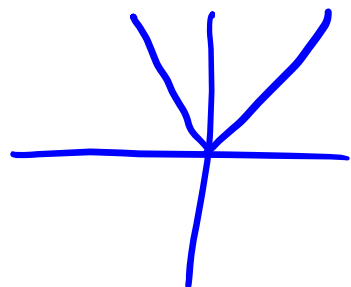
$$|0| = 0$$

$$f(x) = \left| \underset{\check{\ominus}}{x-1} \right| + \left| \underset{\check{\oplus}}{x+1} \right|$$

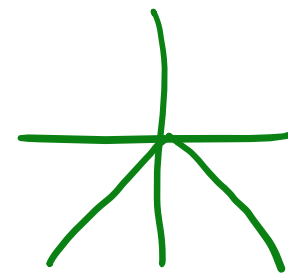
$$-2 < \overset{-1}{x} < -1$$

$$\rightarrow f(x) = \cancel{-x+1} + \cancel{x+1} = 2$$

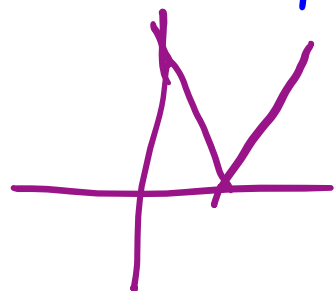
$$y = |x|$$



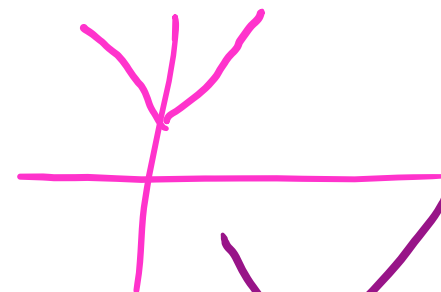
$$y = -|x|$$



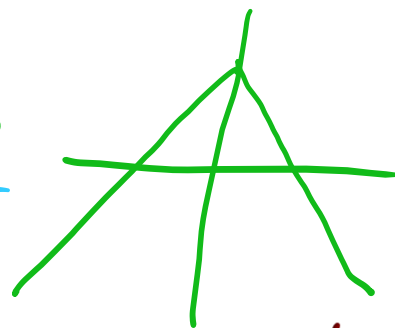
$$y = |x - \underline{1}|$$



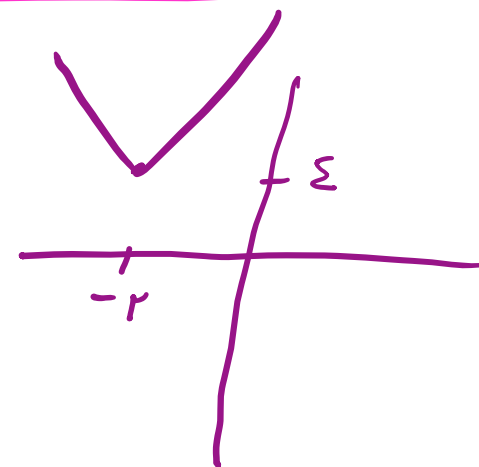
$$y = |x| + \underline{3}$$



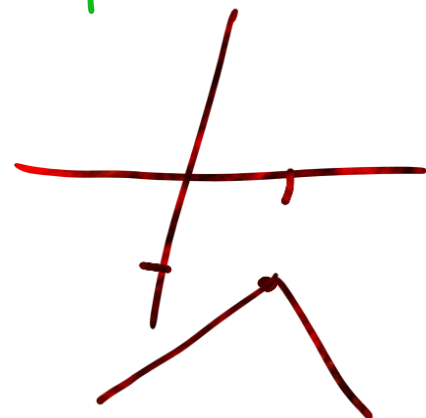
$$y = -|x| + \underline{2}$$



$$y = |x + \underline{1}| + \underline{2}$$



$$y = -|x - \underline{1}| - \underline{5}$$



نمودار تابع $y = -|-x + 2| - 1$ به کدام صورت است؟

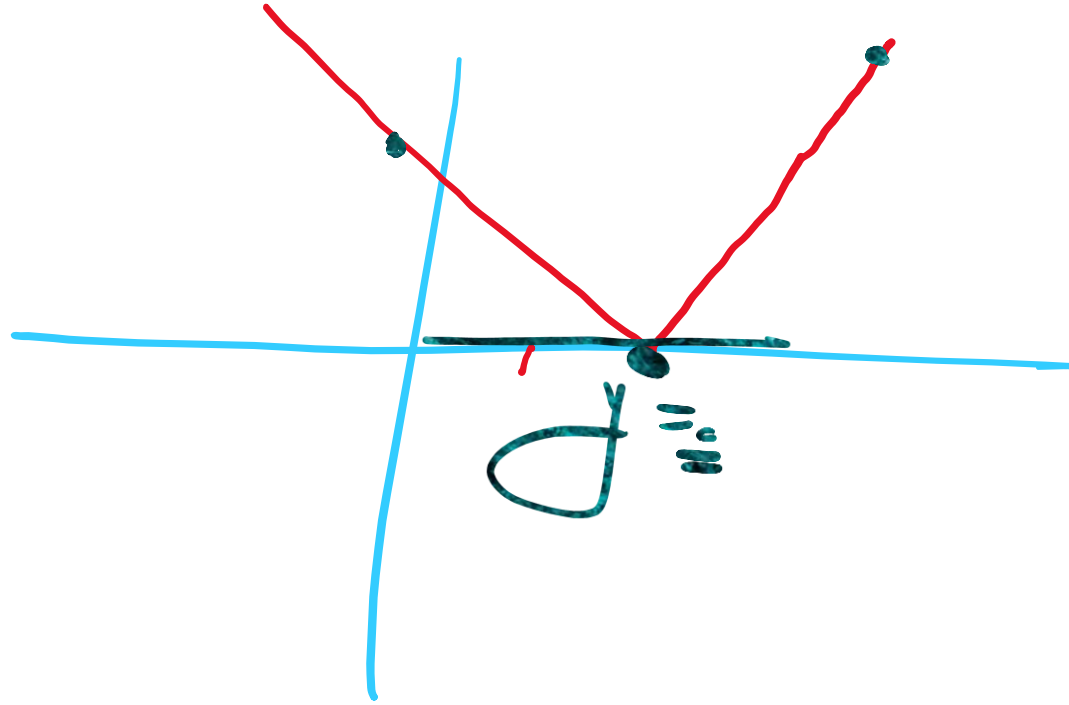
$$y = -|\cancel{-}(x-2)| - 1 = \ominus |x-2| - 1$$



سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

اگر دامنه تابع $f(x) = |x - 2|$ برابر با $(-1, 7)$ باشد، برد آن کدام است؟

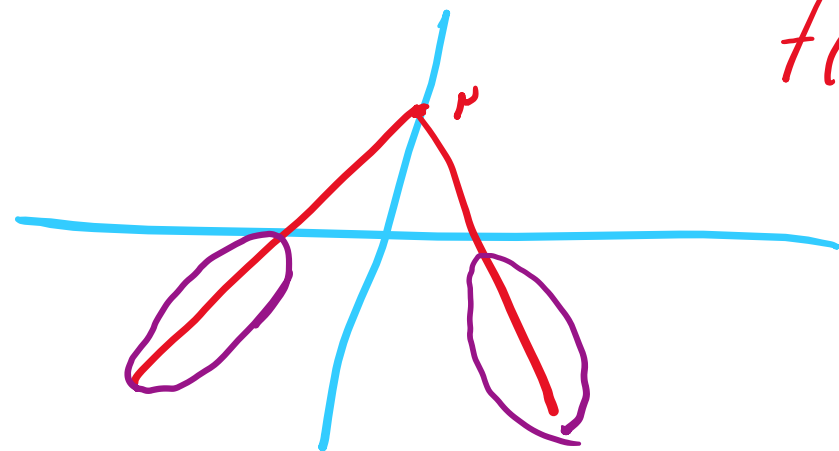


$$R_f = [0, 5)$$

$$\begin{aligned} x = -1 &\rightarrow y = |-1 - 2| = 3 \\ x = \underline{\underline{7}} &\rightarrow y = |7 - 2| = \underline{\underline{5}} \end{aligned}$$

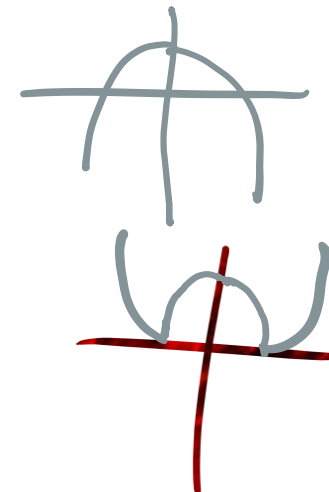
رسم تابع ها درون قدر مطلق

$$f(x) = 1 - |x|$$

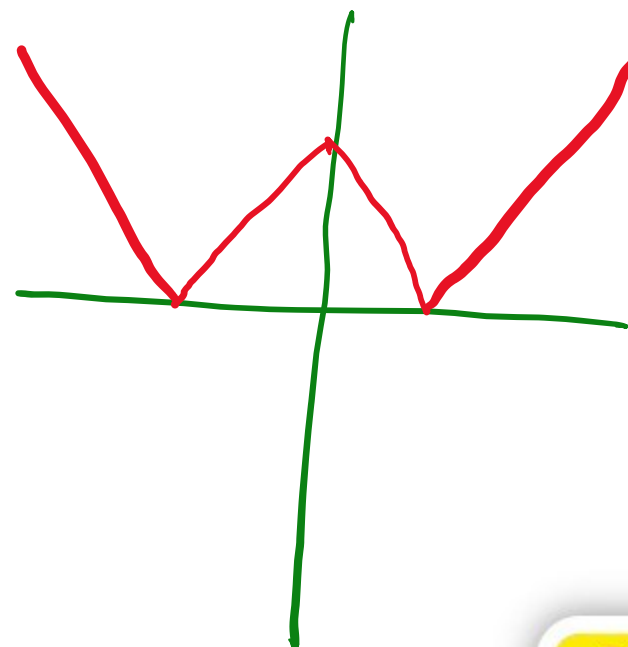


$$y = 1 - x^2$$

$$f = |1 - x^2|$$



$$g(x) = |1 - |x|| \rightarrow$$



$$1) |x| = a \rightarrow x = \pm a$$

$$|x| = 0 \rightarrow x = \pm 0$$

$$|x| = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

$$2) |x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$|x| \leq 0 \rightarrow -0 \leq x \leq 0$$

$$|x| \leq 1 \rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$$3) |x| \geq a \rightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$$

$$|x| \geq 1 \rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$|x+5| \leq 3$$

$$|x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$\rightarrow -3 \leq x+5 \leq 3 \xrightarrow{-5} -1 \leq x \leq -2$$

$$\xrightarrow{\div 2} -\frac{1}{2} \leq x \leq -1$$

$$f^{(2)} \quad |x|^2 - 5|x| + 4 = 0 \rightarrow (|x| - 1)(|x| - 4) = 0$$

$$|x| = 1 \rightarrow x = \pm 1 \quad \checkmark \checkmark$$

$$|x| = 4 \rightarrow x = \pm 4 \quad \checkmark \checkmark$$

اهمیت قدرمطلق در جذر گرفتن

$$\sqrt{r} = r$$

$$\sqrt{r\omega} = \omega$$

$$\sqrt[r]{\underline{x}^r} = |x|$$

$$\sqrt{(r)^r} = \underline{r}$$

$$\sqrt{(-r)^r} = |-r| = \underline{r}$$

$$\sqrt{(x-1)^r} = |x-1|$$

$$\sqrt[r]{(x-1)^r} = x-1$$

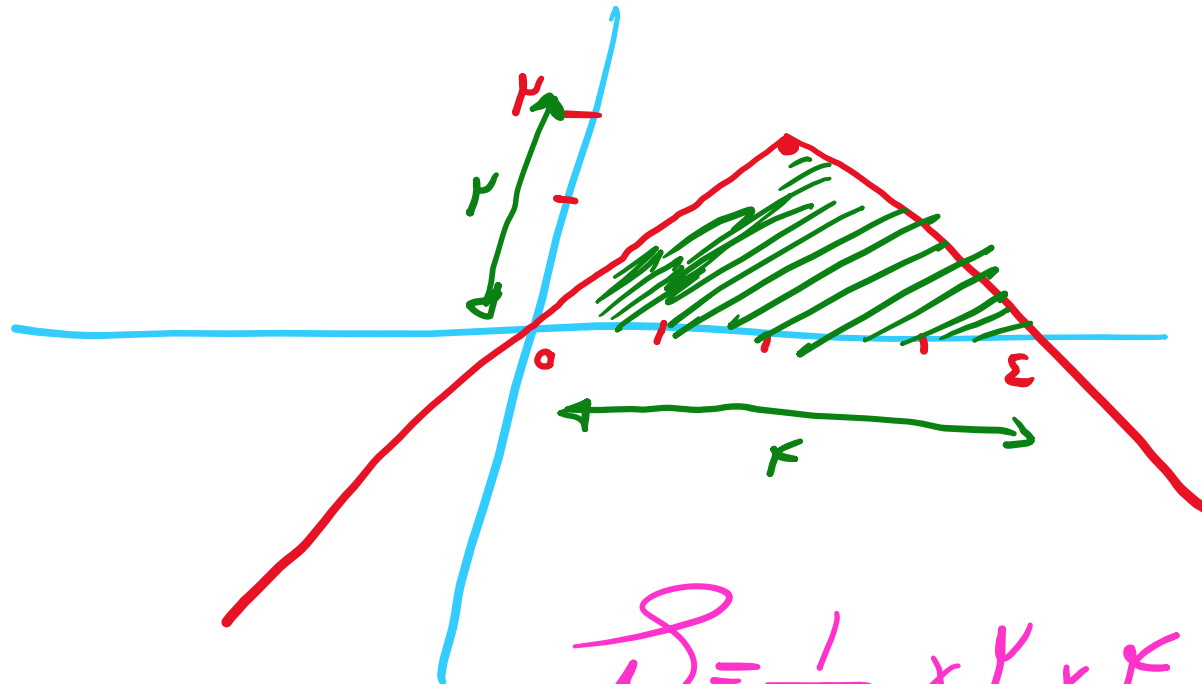
$$\sqrt[r]{(x-1)^r} = |x-1|$$

$$\sqrt[r]{(x-1)^r} = x-1$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

مساحت محدود به نمودار $f(x) = 2 - |x - 2|$ و محور طول‌ها کدام است؟



$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

۱) در بازه‌ی (a, b) ، نمودار تابع $y = -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$ ، بالاتر از نمودار تابع $y = 2x + |x|$ است. طول نقطه‌ی وسط این بازه کدام است؟

$$1) \underline{x \geq 0} \leadsto -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} > 2x + x \leadsto -x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{9}{2} > 0 \leadsto \left. \begin{array}{l} x=1 \\ x=-\frac{9}{2} \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{c} \text{ج.} \\ \hline - \quad + \quad - \\ \hline -\frac{9}{2} \quad 1 \end{array} \leadsto -\frac{9}{2} < x < 1$$

$x \geq 0$

$$2) \underline{x \leq 0} \leadsto -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} > 2x - x \leadsto -x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{2} > 0 \leadsto \underline{x^2 + 3x - 9 < 0}$$

$$\leadsto \left. \begin{array}{l} x = -\frac{3}{2} \\ x = \frac{3}{2} \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{c} \text{ج.} \\ \hline + \quad - \quad + \\ \hline -\frac{3}{2} \quad \frac{3}{2} \end{array} \leadsto -\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}$$

$x \leq 0$

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq x < 1 \\ -\frac{3}{2} < x \leq 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تقاطع}} (-\frac{3}{2}, 1) = (a, b) \leadsto \text{طول} = \underline{-\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}}$$

مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $\left| \frac{2-x}{2x-3} \right| > 1$ ، به صورت کدام بازه‌ها است؟

$$\left| \frac{f}{g} \right| = \frac{|f|}{|g|}$$

$$\rightarrow \frac{|2-x|}{|2x-3|} > 1 \quad \left(x \neq \frac{3}{2} \right) \rightarrow |2-x| > |2x-3|$$

$$\text{تقریب} \quad x^2 - 2x + 2 > 4x^2 - 12x + 9 \rightarrow x^2 - 10x + 7 < 0$$

$$\begin{array}{c} x=1 \\ x=\frac{5}{4} \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \quad \frac{5}{4} \\ + \quad - \quad - \quad + \\ \hline \end{array} \quad \text{شرط} \quad \left(1, \frac{5}{4} \right) - \left[\frac{3}{2}, \frac{5}{2} \right]$$

$$\text{جواب} = \left(1, \frac{3}{2} \right) \cup \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{4} \right)$$

مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودارهای دو تابع $y = |x| - x$ و $y = 2 - \frac{3}{2}x$ ، کدام است؟

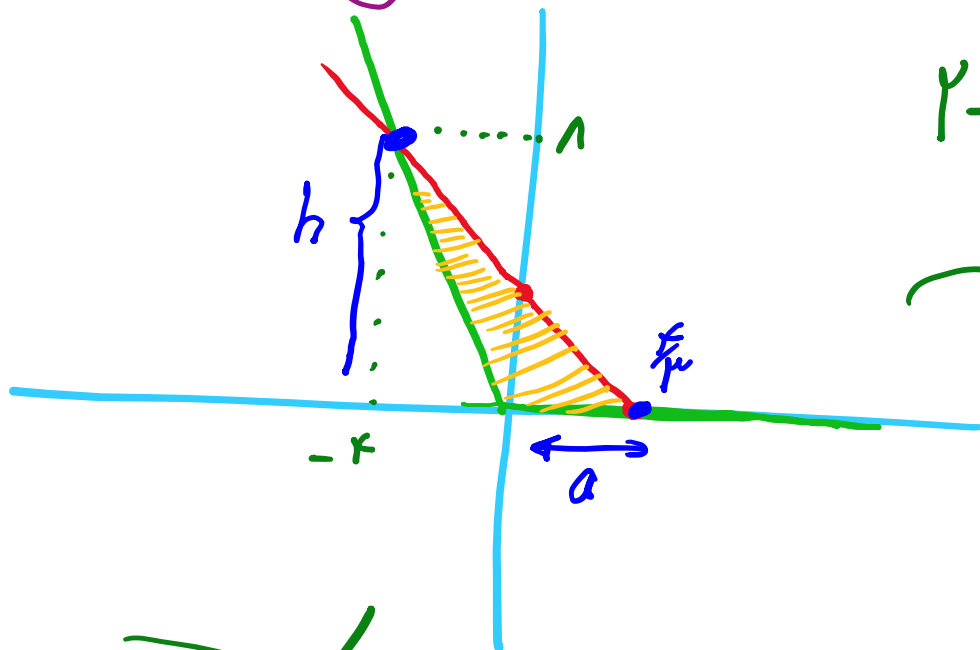
$$y = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} \rightarrow y = x - x = 0$$

$$y = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} \rightarrow y = -x - x = -2x$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 1 = \frac{14}{3}$$

$$2 - \frac{3}{2}x = -2x \xrightarrow{\times 2} 4 - 3x = -4x$$

$$\rightarrow x = -2 \rightarrow y = -2(-2) = 4$$



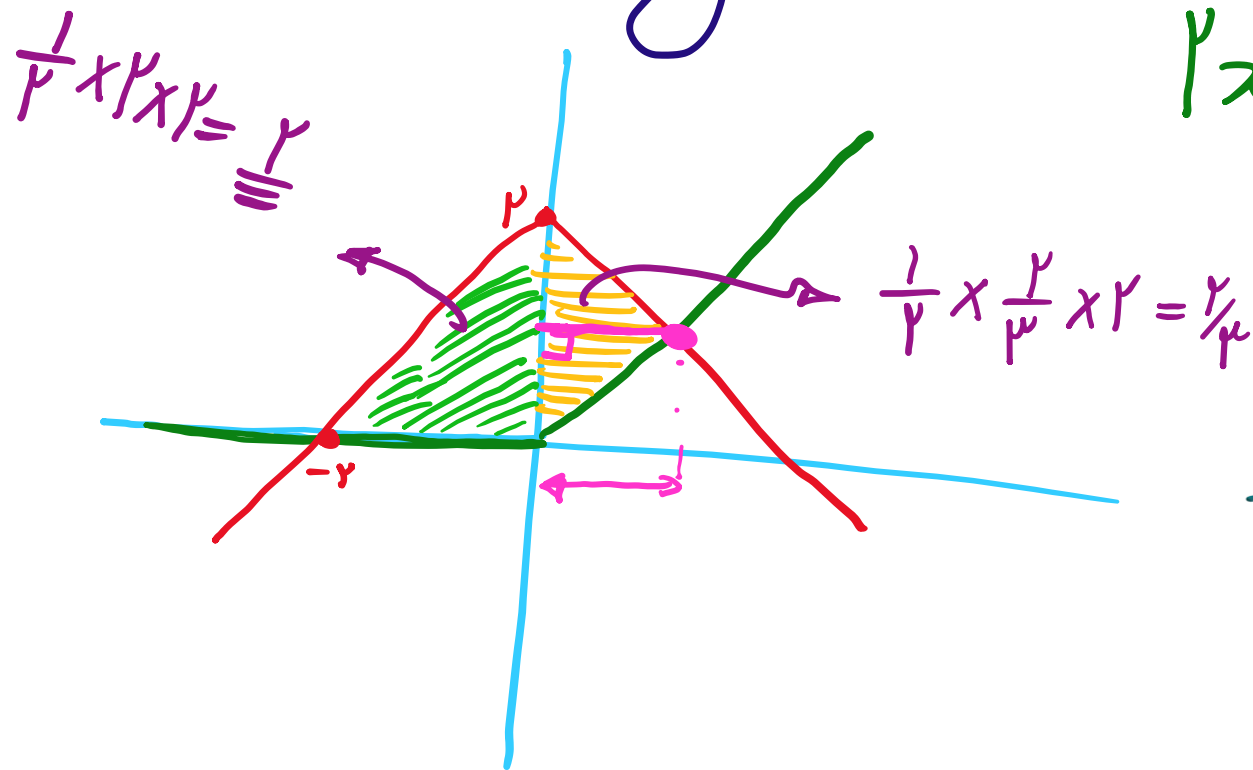
$$y = 2 - \frac{3}{2}x \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 2$$

$$y = 0 \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودارهای دو تابع $y = x + |x|$ و $y = 2 - |x|$ ، کدام است؟

$$x + |x| = \begin{cases} x \geq 0 \rightarrow y = x + x = 2x \\ x < 0 \rightarrow y = x - x = 0 \end{cases}$$

$$2x = 2 - x \rightarrow 3x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$$



$$S = S_1 + S_2$$

$$S = 2 + \frac{4}{9} = \frac{22}{9}$$

مجموعه جواب نامعادله $x^2 - 2x < |x - 2|$ به صورت کدام بازه است؟

$$1) \underline{x \geq 2} \rightarrow x^2 - 2x < x - 2 \rightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \rightarrow \begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline & + & - & + \\ \hline \end{array} \rightarrow \underline{(1, 2)} \xrightarrow[\underline{x \geq 2}]{\text{شرط}} \emptyset$$

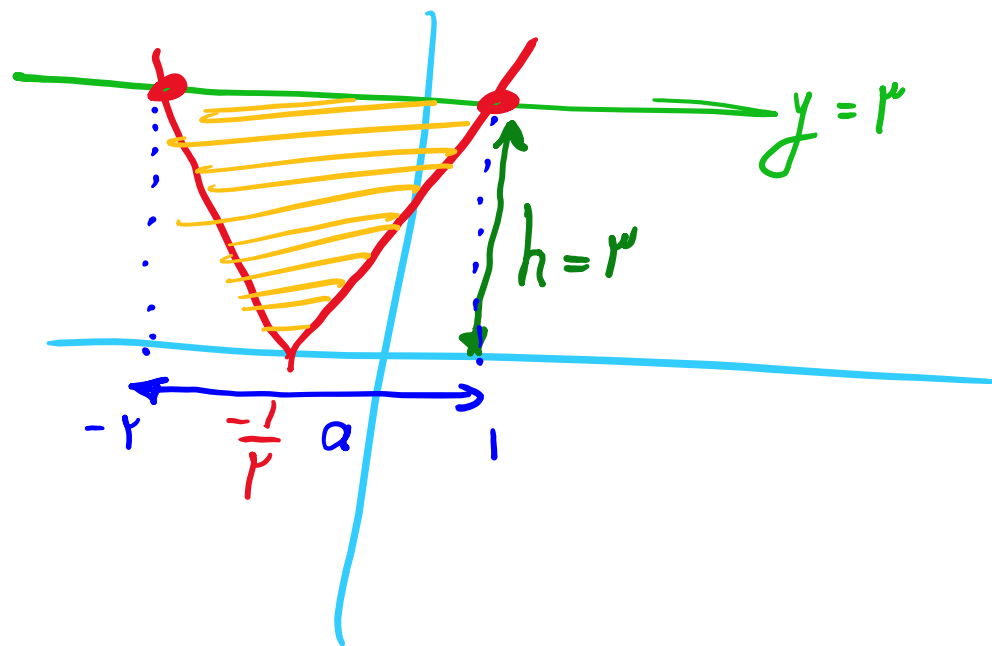
$$2) \underline{x < 2} \rightarrow x^2 - 2x < -x + 2 \rightarrow x^2 - x - 2 < 0 \rightarrow \begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} & -1 & 2 \\ \hline & + & - & + \\ \hline \end{array} \rightarrow (-1, 2) \xrightarrow[\underline{x < 2}]{\text{شرط}} (-1, 2)$$

$$\begin{array}{l} \uparrow \emptyset \\ (-1, 2) \end{array} \xrightarrow{\text{ایکجا}} \underline{(-1, 2)} \quad \checkmark$$

۶ اگر $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \sqrt{4x+1}$ باشند، مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار تابع $g \circ f$ و خط به معادله‌ی $y = 3$ کدام است؟

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = \sqrt{4(x^2 + x) + 1} = \sqrt{4x^2 + 4x + 1} = \sqrt{(2x+1)^2} = |2x+1|$$

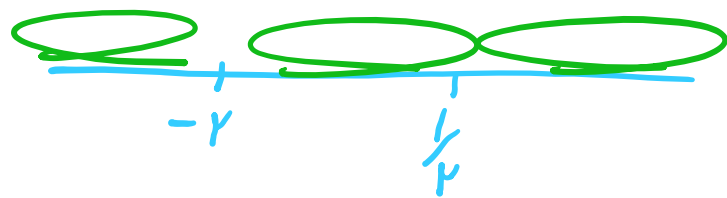


$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{6}{1} = \underline{\underline{6}}$$

$$S = 6$$

$$|2x+1| = 3 \rightarrow \begin{cases} 2x+1 = 3 \rightarrow x = 1 \\ 2x+1 = -3 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

۷) مجموع جواب‌های معادله $|2x - 1| + |x + 2| = 3$ کدام است؟



$$\begin{cases} x < -2 \leadsto -2x + 1 - x - 2 = -3x - 1 \\ -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \leadsto -2x + 1 + x + 2 = -x + 3 \\ x > \frac{1}{2} \leadsto 2x - 1 + x + 2 = 3x + 1 \end{cases}$$

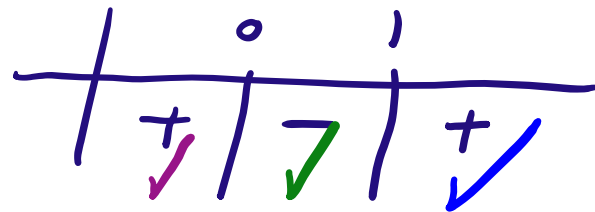
جواب = $0 < \frac{1}{2}$

جمع = $0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$$\begin{cases} \underline{x < -2} \leadsto -2x - 1 = 3 \leadsto -2x = 4 \leadsto x = -\frac{4}{2} \text{ X} \\ \underline{-2 \leq x \leq \frac{1}{2}} \leadsto -x + 3 = 3 \leadsto -x = 0 \leadsto x = 0 \checkmark \\ \underline{x > \frac{1}{2}} \leadsto 3x + 1 = 3 \leadsto 3x = 2 \leadsto x = \frac{2}{3} \checkmark \end{cases}$$

۸ در کدام بازه نمودار تابع $f(x) = |x^2 - x|$ پایین تر از نمودار تابع $g(x) = 2x - |x|$ قرار می گیرد؟

$$x^2 - x = 0 \rightarrow x(x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$



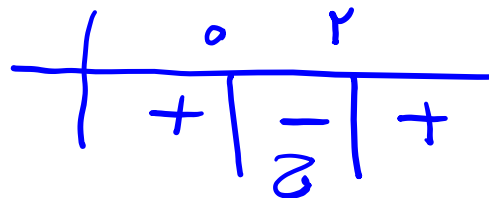
۱) $x \leq 0 \rightarrow x^2 - x < 2x + x \rightarrow x^2 - 4x < 0$



۲) $0 \leq x \leq 1 \rightarrow -x^2 + x < 2x - x \rightarrow -x^2 < 0 \rightarrow x^2 > 0$



۳) $x > 1 \rightarrow x^2 - x < 2x - x \rightarrow x^2 - 2x < 0$



$\rightarrow (0, 2)$

$\rightarrow (1, 2)$

- ۱) $\emptyset$
- ۲) $0 < x \leq 1$
- ۳) $1 < x < 2$

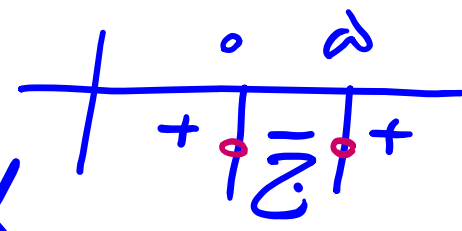
$\rightarrow (0, 2)$

$\rightarrow (0, 2)$

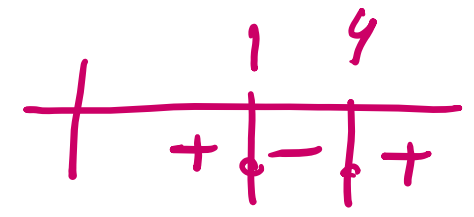
مجموعه جواب نامعادله $\underbrace{||x|-3|}_{+} + \underbrace{x^2}_{+} \leq \underbrace{6x-3}_{+}$ به صورت $[a, b]$ است. مقدار $b-a$ کدام است؟

$9x-3 \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{1}{3}$ ✓

1) $x \geq 3 \rightarrow x-3+x^2 \leq 9x-3 \rightarrow x^2-8x \leq 0$
 $0 \leq x \leq 8$ (from $x^2-8x \leq 0$)
 Intersection: $x \geq 3$ and $0 \leq x \leq 8 \rightarrow 3 \leq x \leq 8$ ✓



2) $\frac{1}{3} \leq x < 3 \rightarrow -x+3+x^2 \leq 9x-3 \rightarrow x^2-10x+6 \leq 0$
 $1 \leq x \leq 9$ (from $x^2-10x+6 \leq 0$)
 Intersection: $\frac{1}{3} \leq x < 3$ and $1 \leq x \leq 9 \rightarrow 1 \leq x < 3$ ✓



Intersection of $3 \leq x \leq 8$ and $1 \leq x < 3$ is $1 \leq x \leq 8$.
 $[1, 8] = [a, b] \rightarrow b-a = 7$

۱۰ مجموعه جواب نامعادله $|x^2 - 1| \leq |x + 1|$ شامل چند عدد صحیح است؟

$$|(x-1)(x+1)| - |x+1| \leq 0 \rightarrow \underbrace{|x+1|}_{\oplus} (\underbrace{|x-1| - 1}_{\ominus}) \leq 0$$

$$|x-1| - 1 \leq 0 \rightarrow |x-1| \leq 1 \rightarrow -1 \leq x-1 \leq 1 \rightarrow \underline{\underline{0 \leq x \leq 2}}$$

$$\text{جواب} = [0, 2] \cup \{-1\}$$