

آموزش حسابان یازدهم

نمودار تابع درجه دوم (سهمی)

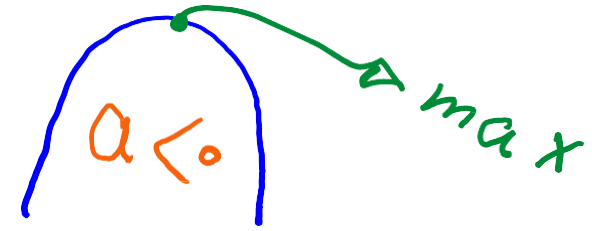
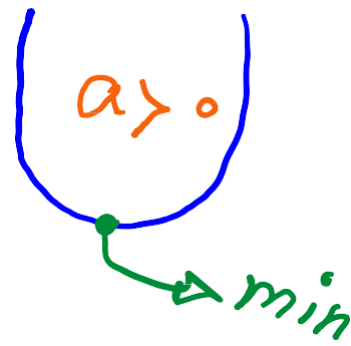
(فصل اول - درس دوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$y = ax^2 + bx + c$$



max
min

$$x = \frac{-b}{2a}$$

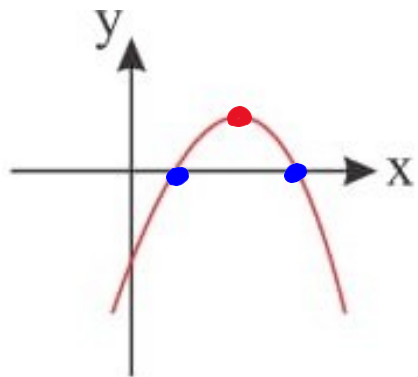
$$y = f\left(\frac{-b}{2a}\right) = \frac{-\Delta}{4a}$$

$\Delta > 0$ → 2 نقطه → $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
 $\Delta = 0$ → 1 نقطه → $x = \frac{-b}{2a}$
 $\Delta < 0$ → 0 نقطه ندارد

$f = -b/a$
 $P = c/a$
 $+ \rightarrow a > 0$
 $- \rightarrow a < 0$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

۱- نمودار تابع $f(x) = mx^2 + 8x - 2$ به شکل مقابل است. m چند مقدار صحیح می تواند داشته باشد؟



شماره ۱

$$-1 < m < 0$$

$$- \sqrt{(-4) - 4(-2)} < m < -1$$

$$\Delta > 0 \rightarrow 4^2 - 4(m)(-2) > 0 \rightarrow m > -1$$

$$S > 0 \rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{-8}{m} > 0 \rightarrow m < 0$$

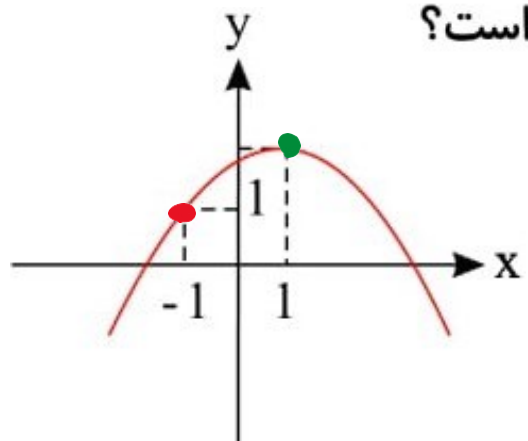
$$P > 0 \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{-2}{m} > 0 \rightarrow m < 0$$

$$\text{max} \rightarrow m < 0$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۲- در سهمی شکل مقابل به معادله $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، اگر $\underline{a - b = -3}$ آنگاه $f(1)$ کدام است؟



$$x_{max} = 1 \rightarrow \frac{-b}{2a} = 1 \rightarrow \underline{\underline{-b = 2a}}$$

$$a - b = -3 \rightarrow a + 2a = -3 \rightarrow \underline{\underline{a = -1}} \rightarrow \underline{\underline{b = 2}}$$

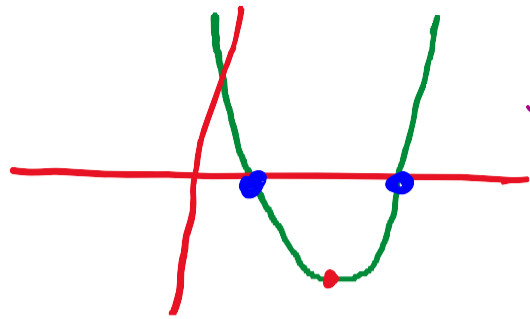
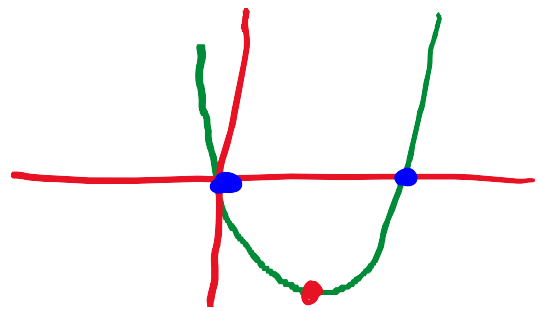
$$\begin{array}{l} A / \\ x = -1 \\ y = 1 \end{array} \rightarrow -1 - 2 + c = 1 \rightarrow \underline{\underline{c = 4}}$$

$$f(1) = -1 + 2 + 4 = 5$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۳- به ازای کدام مقدار a سهمی $y = (a + 2)x^2 + (2a - 3)x - a + 4$ تنها از ربع سوم مختصات نمی گذرد؟



جواب درست

$$-\frac{1}{2} < a < \frac{1}{2}$$

$$a > 0 \rightarrow a + 2 > 0 \rightarrow a > -2$$

$$P = \frac{c}{a} \geq 0 \rightarrow \frac{-a+4}{a+2} \geq 0 \rightarrow -a+4 \geq 0 \rightarrow a \leq 4$$

$$P > 0 \rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{-(2a-3)}{a+2} > 0 \rightarrow 2a-3 < 0 \rightarrow a < \frac{3}{2}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۴- مینیمم تابع $y = x^2 + 6x + a$ روی خط $y = 2x + 1$ قرار دارد. a کدام است؟

$$x_{\min} = \frac{-b}{2a} = \frac{-9}{2} = -\frac{9}{2} \rightarrow y_{\min} = 9 - 11 + a = -9 + a$$

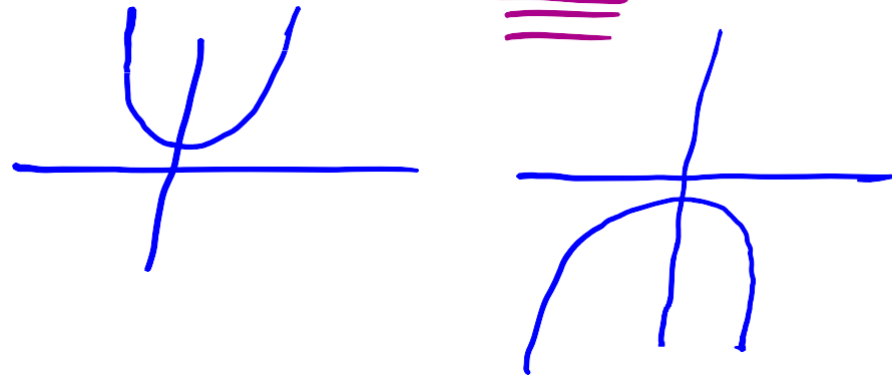
$$\min \begin{cases} x = -\frac{9}{2} \\ y = -9 + a \end{cases} \xrightarrow{y = 2x + 1} -9 + a = 2\left(-\frac{9}{2}\right) + 1$$

$$\rightarrow -9 + a = -9 + 1 \rightarrow a = 1$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

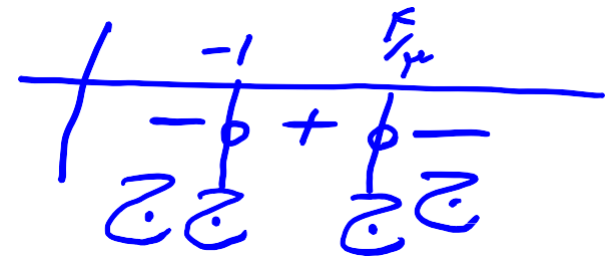
۵- به ازای چند مقدار صحیح برای a ، سهمی $y = ax^2 + (a+2)x + a + \frac{1}{4}$ تنها از دو ناحیه مختصات عبور می کند؟



بسیار عدد صحیح

$$1) \Delta \leq 0 \rightarrow (a+2)^2 - 4(a)(a + \frac{1}{4}) \leq 0 \rightarrow a^2 + 4a + 4 - 4a^2 - 1a \leq 0$$

$$\rightarrow \Delta = -3a^2 + a + 4 \leq 0 \rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{4}{3} \end{cases}$$



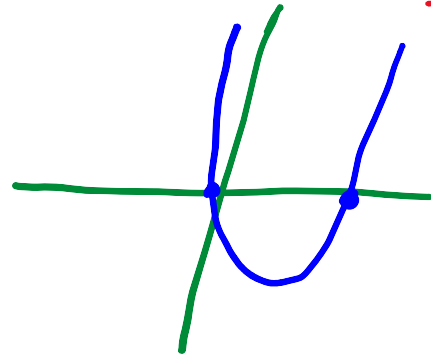
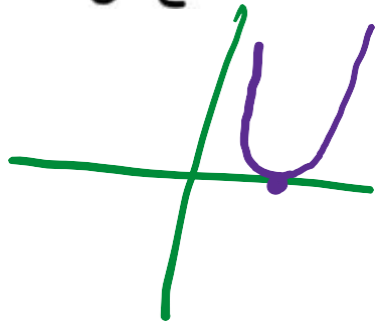
۲) $a \neq 0$

$$\begin{cases} b = a + c \\ x = -1 \\ x = \frac{-c}{a} \end{cases}$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۶- به ازای چند مقدار صحیح a سهمی $y = \underline{\underline{ax^2}} + 2(a+2)x + 2a+7$ محور x ها را حداقل در یک نقطه قطع می کند؟



$$-1c - 1c - 1c - 1c \neq 1$$

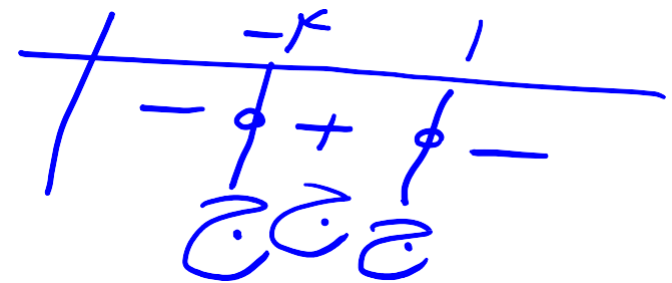
$$\Delta \geq 0 \rightarrow f(a+2) - f(a)(2a+7) = f(a^2+2a+4 - 2a^2-7a) \geq 0$$

$$\rightarrow -a^2 - 5a + 4 \geq 0$$

$$a+b+c=0$$

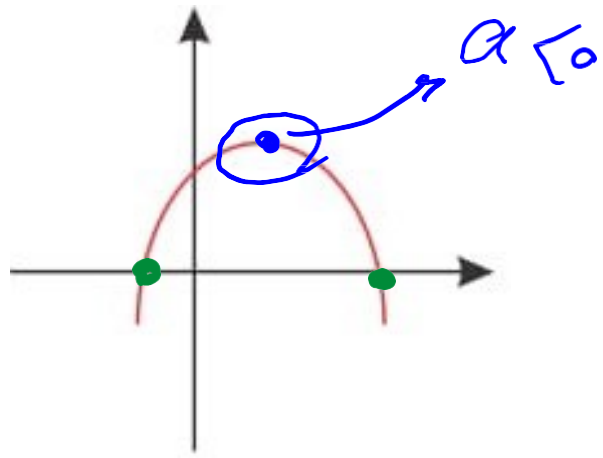
$$\left\{ \begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{c}{a} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a=1 \\ a=-4 \end{array} \right.$$



علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM



۷- ضابطه تابع f با نمودار مقابل، مطابق کدام گزینه می تواند باشد؟

$-۲x^۲ + ۳x + ۵$ (۲) ✓ $-x^۲ + ۵x - ۷$ (۱) ✗

$-۳x^۲ - ۲x + ۴$ (۴) ✗ $+x^۲ - ۳x + ۲$ (۳) ✗

$x_{max} > 0 / y_{max} > 0 / \Delta > 0 / P = \frac{c}{a} < 0 / S = \frac{-b}{a} > 0$

۱) $x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۵}{-۲} = \frac{۵}{۲} \rightarrow y = \frac{-۲۵}{۴} + ۲۵ - ۷ > 0$

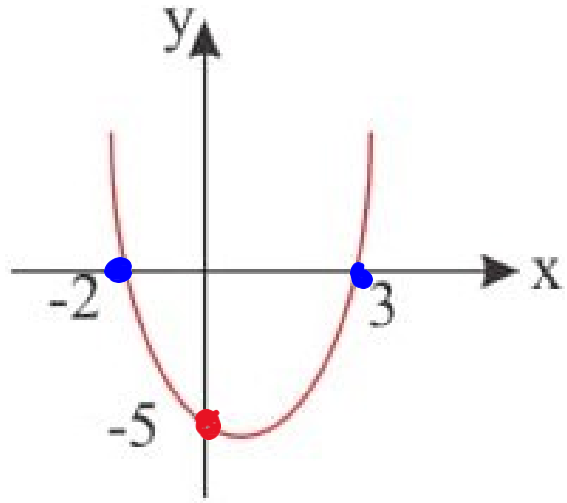
$\Delta = ۲۵ - ۴(-۱)(-۷) = ۲۵ - ۲۸ < 0$ ✗

۴) $x = \frac{-b}{۲a} = \frac{۲}{-۶} < 0$ ✗

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۸- شکل زیر، نمودار تابع درجه دوم به معادله $y = ax^2 + bx + c$ را نشان می‌دهد. حاصل $a + b + c$ کدام است؟



$$y = a(x - \alpha)(x - \beta)$$
$$y = a(x + 2)(x - 3)$$

$x = 0 \rightarrow y = -5$

$$-5 = a(2)(-3) \rightarrow a = 5/4$$

$$y = \frac{5}{4}(x+2)(x-3) = \frac{5}{4}(x^2 - x - 6)$$

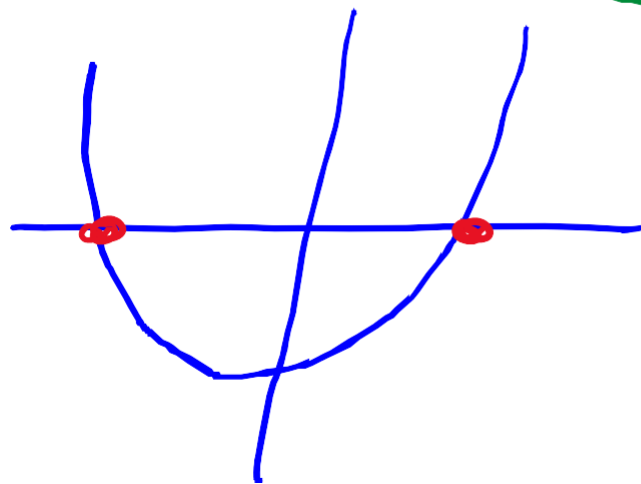
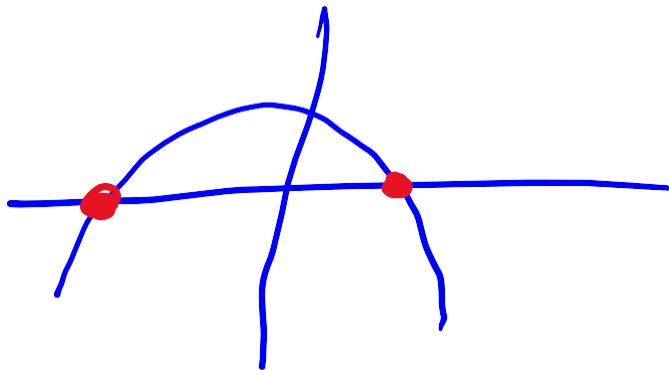
$$y = \left(\frac{5}{4}\right)x^2 - \left(\frac{5}{4}\right)x - 5 \rightarrow a + b + c = -5$$

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۹- اگر نمودار منحنی $y = -x^2 + 2x + c$ از هر چهار ناحیهٔ دستگانه مختصات بگذرد، آنگاه حدود c کدام است؟

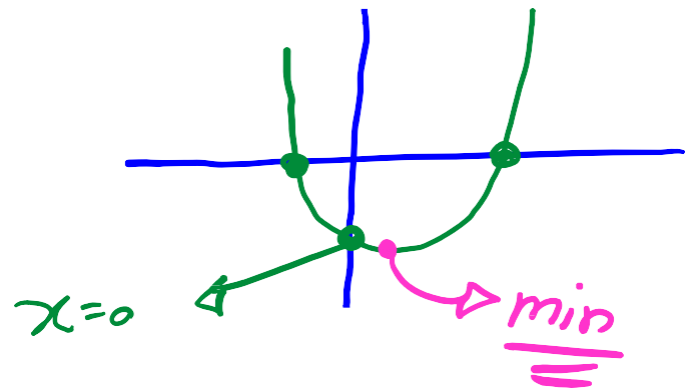
$$P < 0 \rightarrow \frac{c}{a} < 0 \rightarrow \frac{c}{-1} < 0 \rightarrow c > 0 \quad \checkmark$$



علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۱۰- اگر معادله $x^4 - 4x + a = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی یکی مثبت و دیگری منفی باشد، مجموعه‌ی مقادیر a به کدام صورت است؟



$$y' = 4x^3 - 4 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$y(1) < 0 \rightarrow 1 - 4 + a < 0 \rightarrow a < 3$$

$$y(0) < 0 \rightarrow a < 0$$

نتیجه $a < 0$